

# The impact of capital shortages on the financial investment sources of family firms

Izabella Steinerowska-Streb<sup>1</sup>

## Abstract

The study investigates the financial investment sources of family firms which face financial constraints and those which do not. Its main aim was to identify if capital shortages influence the investments of family firm. Moreover, the survey was aimed to recognize the differences between those family firms which experience capital shortages and those which do not. The results of the investigation are based on the primary research. Presented evidence indicates that capital shortages do not determine the family firms' investments. However, those family firms which experience and those which do not experience capital shortages make generally different choices while financing investments.

## Key words

Financing, family firm, investment

**JEL Classification:** D920, L190, D190, D920

## 1. Introduction

Each business requires financing to develop and generate its profits. Therefore, family businesses, just like other companies, need finances for their investments (KMPG International, 2014). However, there is a fundamental difference between family businesses and other companies which influences their financial decisions. In family firms, contrary to non-family enterprises, the family is social-emotionally involved in the running of the business (Chua et al., 1999; Gómez-Meja et al., 2007; Sharama & Sharama, 2011). Moreover, family firms stand out due to intergenerational succession (Beck et al., 2009; Memili & Welsh, 2012) and the unwillingness of the owners of family firms to lose control over their businesses (KMPG, 2014).

The focussing of family firms on intergenerational succession enables their owners to have a longer investment horizon than other shareholders. They usually regard their ownership as an asset, to be passed on to future generations (Cheng, 2014). Therefore, the owners of family firms usually try to avoid risky ventures, (Anderson et al., 2003; Chua et al., 2009; Croci et al., 2011) instead preferring to invest their profits carefully, patiently expecting a return on their invested capital (Mandl, 2008). However, as Anders (2011) states, family firms invest irrespective of cash flow availability.

Family firms often perceive maintaining control over their company as a key success factor. Thus the owners of family firms when making financing choices are likely to keep control within the family. As a consequence, their sources of financial investments are limited (KPMG, 2014). The research directed towards this issue reveal that family firms prefer internal financing. External financing is generally avoided because it is a source of accountability (Sharma, 2004).

Although the financial sources of family firms may differ from sources used by other enterprises, the capital shortages they may experience are similar to the shortages that may be

---

<sup>1</sup> dr Izabella Steinerowska-Streb<sup>1</sup> Department of Management, University of Economics in Katowice, Poland, streb@ue.katowice.pl

experienced by other companies. Such shortages may have an impact on the investments of family firms as well as their choice of investment-sources. Thus the present study aims to (i) identify if capital shortages influence the investments of family firms; and to (ii) recognise the differences in the financial investment sources of those family firms which experience and those which do not experience capital shortages.

This paper is structured in the following way: the next section contains a short outline of research methodology. Section 3 provides the data analysis and presentation of research results. Finally, section 4 focuses on research findings. It also comprises of the discussion and final conclusions.

## 2. Research methodology

Taking into consideration the research aims and the specificity of family firms the following hypotheses have been formulated:

H1: The family firms which experience capital shortages undertake significantly less developmental and replacement investments than those family firms which do not experience capital shortages.

H2: The family firms which do not experience capital shortages use significantly less family loans as a source of developmental and replacement investments than those family firms which experience capital shortages.

H3: The family firms which do not experience capital shortages use significantly less bank loans as a source of developmental and replacement investments than those family firms which experience capital shortages.

H4: The family firms which experience capital shortages use significantly less European Union funds as a source of developmental and replacement investments than those family firms which experience capital shortages.

H5: The family firms which do not experience capital shortages use significantly more profits or shareholder funds as a source of replacement and developmental investments than those family firms which experience capital shortages.

H6: There are no differences in the usage of leasing as a source of replacement and developmental investments among those family firms which experience and those which do not experience capital shortages.

In order to verify these hypothesis and to fulfil the research aims, data from primary research were analysed. The investigation was conducted in Poland. The analysed group was defined as active family enterprises. The criteria of ownership and management made the grounds for classification of an enterprise as a family firm. Based on that criteria family firms were treated as different size and different legal form enterprises, which as a whole or in the majority belong to one person or to a family; and which is simultaneously managed by him/them.

The financial sources of investments of family firms became the subject of the study. For the purpose of the study the developmental and replacement investments were distinguished. The replacement investments were treated as investments that are undertaken to replace a firm's plant and equipment or an economy's capital stock, which have become worn out or obsolete (Collins Dictionary of Economics, 2005). The developmental investments included the investments aimed to increase enterprises' production potential or/and to implement new products (Jajuga & Jajuga, 1996).

For the purpose of the study a structured questionnaire was prepared. Its first version was modified after the pilot research. The questionnaire consisted of dichotomous and fixed-alternative questions.

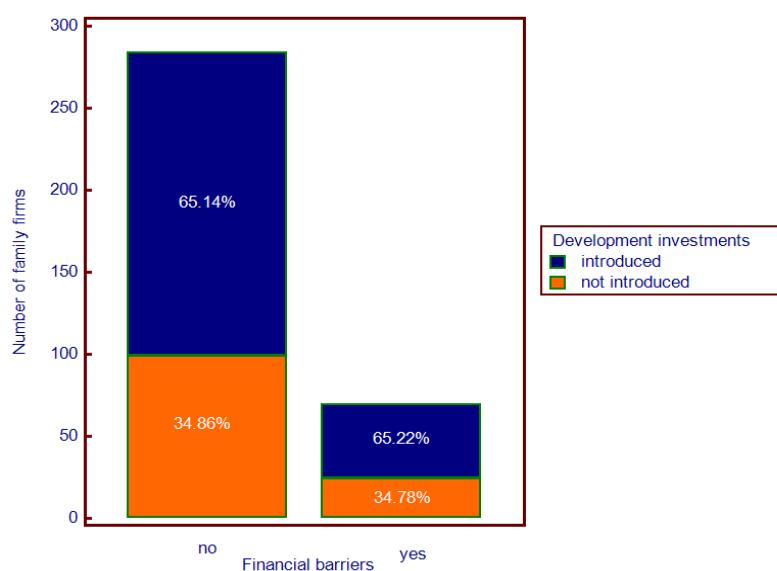
The final version of the questionnaire was based on a web-site. It was accessible only for firms invited to the survey by e-mail. The questionnaire was send to all (379) members of Polish *Family Firm Initiative (Inicjatywa Firm Rodzinnych IFR)*. 138 firms responded to the survey and 122 questionnaires were fully completed. To increase the consistency of the study the questionnaire was additionally sent to the family firms whose addresses were received from research respondents (snowball sampling). Thus 300 new invitations to participate in the research were sent. As a result 231 fully completed questionnaires were received. Finally, the sample of 353 family enterprises was gathered. The respondents represented all sizes and all branches. They were located in all Polish regions.

To achieve the research aims respondents were divided into two groups: (i) those family firms which experience capital shortages and (ii) those family firms which do not experience capital shortages. The typical investments' financial sources of family firms from each of distinguished group were identified in a correspondence analysis. Moreover, the differences between their investments' financial sources were analyzed by  $X^2$  Pearson Test. The significant p-level was set below 0.05.

### 3. Data analysis and research results

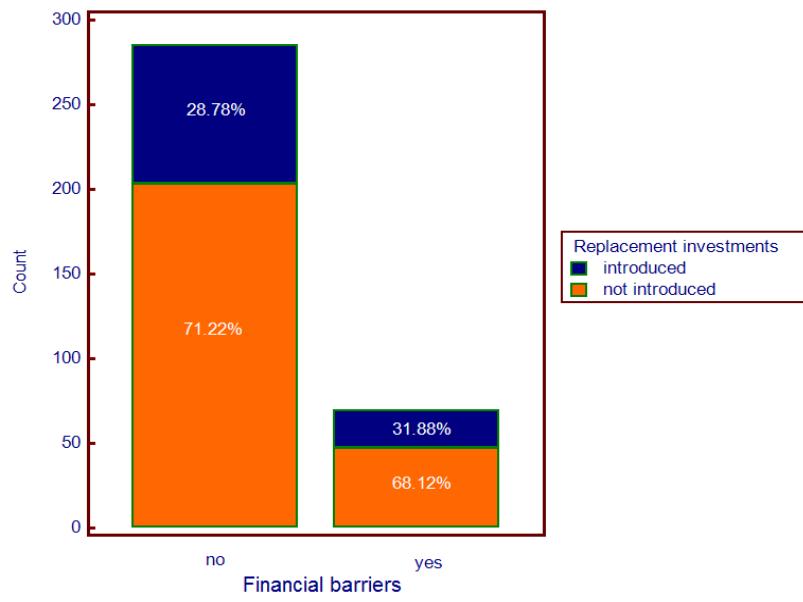
The research results show, that almost every fifth family business had experienced capital shortages. Although, over 62% of them undertook the developmental investments, and also 31.88% of these firms made the replacement investments. Interestingly, among the family firms, which had an unlimited access to the capital, the share of these which realised investments was similar: 65.14% of these firms introduced the developmental investments, and 28.77% - the replacement investments (Figure 1, Figure 2). Amongst those family firms which had experienced and those which had not experienced capital constraints no statistical differences were found, neither in case of the developmental ( $X^2=0.17$ ;  $p=0.8975$ ) nor in case of the replacement investments ( $X^2=0.131$ ;  $p=0.7174$ ). Thus, the capital shortages had no influence on the investments which were undertaken by family firms.

*Figure 1: Developmental investments made by family firms which experience and do not experience capital shortages (%)*



Source: Own elaboration.

*Figure2: Replacement investments made by family firms which experience and do not experience capital shortages (%)*



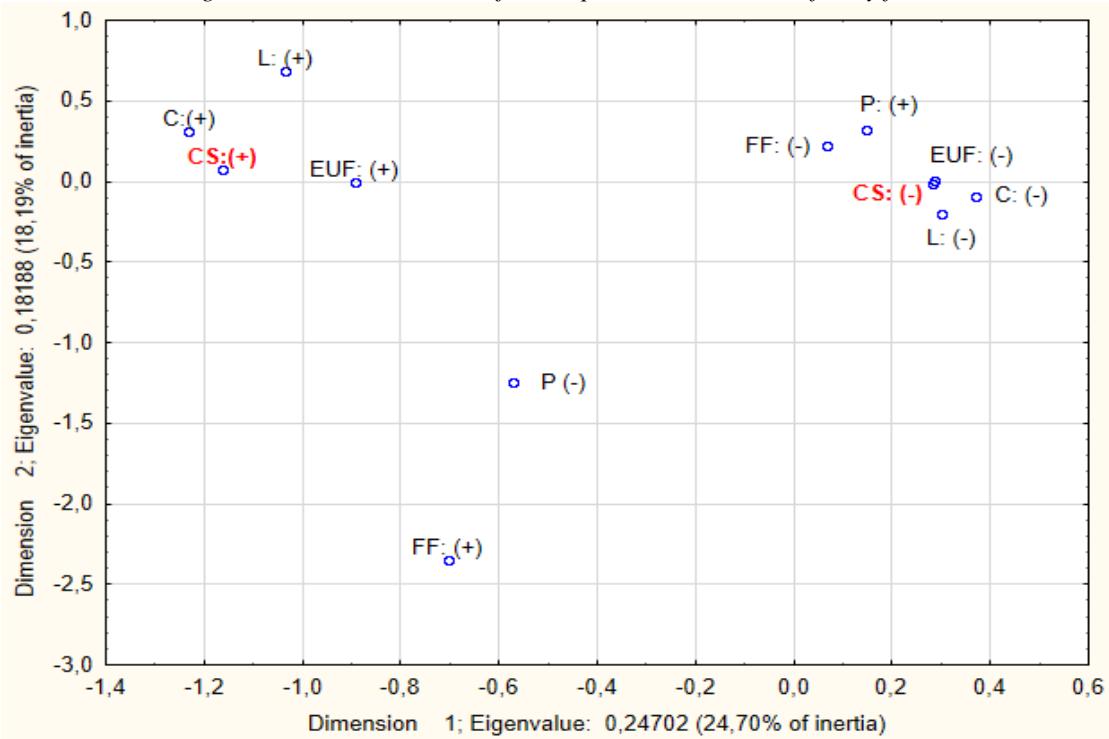
Source: Own elaboration.

The investments' financial sources of the distinguished groups of family firms were differentiated. In the case of developmental investments for those family firms which experienced capital shortages the most typical funding came from bank loans, leasing and European Union funds. These firms rarely used funds from family or close friends. Whereas, for those family firms, which had free access to capital, their most characteristic source of investments' finance was from their profits or stakeholders funds. These firms tended to not to use any other form of financing for the developmental investments (Figure 3). Nevertheless, amongst those family firms which experienced and those which did not experience capital shortages no statistical differences were found in the development investments' financial sources according to:

- profits/stakeholder funds,
- family/close friends funds,
- leasing,
- European Union funds.

Only in the case of bank loans were statistical differences identified in the financing of development investments amongst those family firms which faced financial obstacles and the rest of the firms. Those family firms which experienced capital shortages used significantly more bank loans as a source of developmental investments than those which had free access to capital (Table 1).

Figure 3: Financial sources of development investments in family firms



Legend: C – credit/ /bank loans

CS – capital shortages

EUF – European Union founds

FF – family/friends loans

L – leasing

P- profits /shareholder investment

Source: Own elaboration.

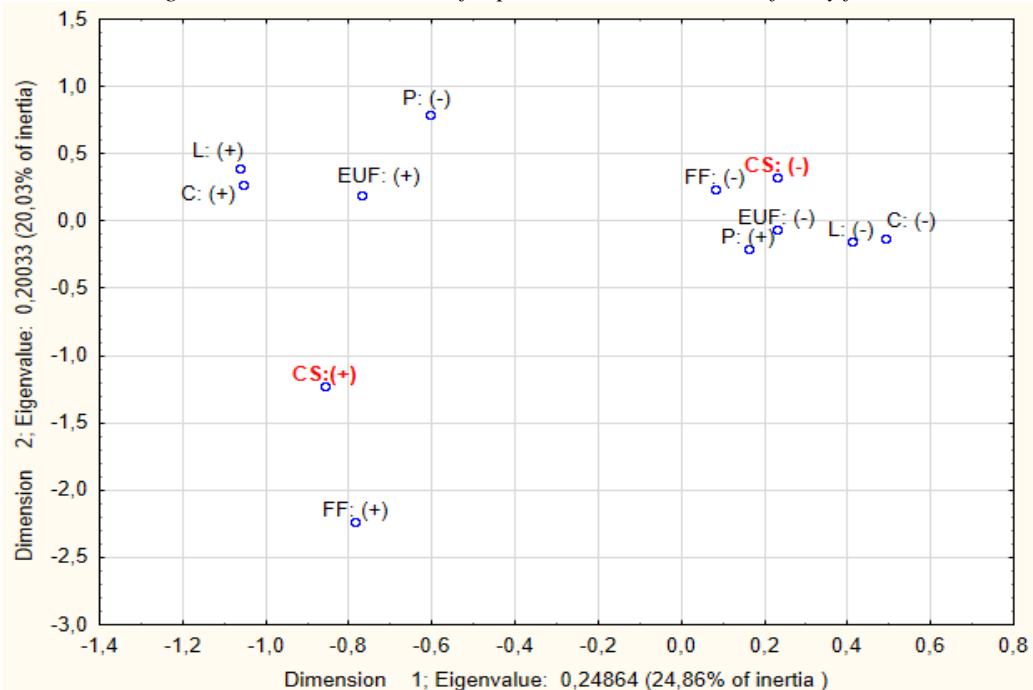
Table 1: Chi-square values and significance level for the specified groups of family firms applying to financial sources of development investments

	Credit/bank loans	European Union founds	Family/ friends loans	Leasing	Profits/ shareholder investment
Chi-square	5.855	3.96	0.876	2.955	0.016
Significance level	0.0155	0.0785	0.3492	0.0856	0.9002

Source: Own elaboration.

In the case of replacement investments, the basic financial source for family firms which had not experienced capital shortages were their profits or stakeholder funds. On the other hand, those family firms which experienced financial constraints used for this purpose finances originating from bank loans, leasing, European Union funds and funds from family or close friends. However, none of these financial sources can be regarded as typical with regards the financing of replacement investments by these group of entities (Figure 4).

Figure 4: Financial sources of replacement investments in family firms



Legend: C – credit/ /bank loans

CS – capital shortages

EUF – European Union founds

FF – family/friends loans

L – leasing

P- profits /shareholder investment

Source: Own elaboration.

In the area of financial sourcing for replacement investments there were no statistical differences identified amongst those family firms which experienced and those which did not experience capital shortages. For all investigated variables the significance level did not exceed 0.005 (Table 2).

Table 2: Chi-square values and significance level for the specified groups of family firms applying to financial sources of replacement investments

	Credit/bank loans	European Union founds	Family/ friends loans	Leasing	Profits/ shareholder investment
Chi-square	0.614	0.058	3.772	1.664	0.008
Significance level	0.4332	0.895	0.0521	0.2053	0.9279

Source: Own elaboration.

#### 4. Discussion and conclusions

The empirical evidence indicates that capital shortages do not determine the investments of family firms (negative verification of hypothesis H1). Neither in the case of developmental investments nor in case of replacement investments, there was no statistical difference

amongst family firms which experienced and those which did not experience capital shortages. Such results indicate that family firms treat investments as an important part of their strategies. Based on these results one can also conclude that even if family firms meet some financial constraints they are able to find financial sources which enable them to undertake these investments. It is probably because all family firms take into consideration the long-term sustainability (Mandl, 2008; Zahra et al., 2004) and their owners are aware that investment is an obligatory element of business longevity.

Both, the family firms which experience and those which did not experience capital shortages used many different financial sources for their investments. For those family firms which undergo financial constraints it is typical to use credit loans, leasing and European Union funds in financing the developmental investments. Contrary, for those family firms which did not experience any financial constraints the profits or stakeholders funds are the most preferable financial sources for the developmental investments.

In the case of replacement investments' sources no characterisation can be made for family firms which experienced capital shortages. For this purpose these firms used credit loans, leasing, European Union funds as well as funds from family or close friends. Meanwhile, family firms which did not face financial obstacles the firms' profits or stakeholder funds used to finance replacement investments.

Thus, in light of the present research it can be concluded that those family firms which do not suffer any financial shortages prefer the choice of internal, rather than external funds for their investments. Meanwhile a lack of internal financing pushes the family firms which faced financial constraints to external financing. Probably, if they had the sufficient, internal funds they would also prefer this kind of financing. These results are in accordance with the "Pecking Order Theory" (POT) which states that firms have a preferred hierarchy for financing decisions. As POT points the firms give preference to internal financing before resorting to any form of external funds (Low & Mazzarol, 2006).

Subsequently, the survey shows that those family firms which experience and those which do not experience capital shortages make generally different choices while financing investments. However, the only statistical difference among these two groups of family firms which arises with the reference to chosen variables appears in the usage of bank loans (negative verification of hypotheses H3, H4, H5 and positive verification of hypothesis H6). The family firms which did not experience any capital shortages use significantly less bank loans as a source of developmental investments than those family firms which experience some capital shortages. These findings enable the partial confirmation of hypothesis H2 which assumed that the same relationship as identified in the case of developmental investment exist also in the case of replacement investment. However, as it turned out those family firms which experience capital shortages, compared to the rest of the family businesses, do not use significantly more bank loans for replacement investments. Apparently, if it is possible, they try to avoid risk related with this kind of financing.

The results of the present study contribute to the previous research indicating the financial investments' sources of family firms that experience and do not experience capital constraints. Moreover, the study confirms earlier research concerning the sources of financial capital used by the family firms. Similarly, to their conclusions (KPMG, 2014; Shama, 2004), the present findings indicate that family firms give the highest preference to internal financing.

## References

1. Anders, Ch. (2011). Family ownership, financing constraints and investment decisions. *Applied Financial Economics*, 21(22), p. 1641-1659.

2. Anderson, R. C., Mansi, S. A., & Reeb, D. M. (2003). Founding family ownership and the agency cost of debt. *Journal of Financial Economics*, 68, p. 263–285.
3. Beck, L., Janssens, W., Kommelen, T., & Sluismans, R.(2009). Research on innovation capacity antecedents: distinguishing between family and non-family businesses. EIASM Workshop on Family Firms Management Research, 5, Hasselt (Belgium) June 7-9. Retrieved on July 9 2017 from <https://doclib.uhasselt.be>.
4. Cheng, Q. (2014). Family firm research – A review. *China Journal of Accounting Research*, 7(3), p. 149-163.
5. Chua, J. H., Chrisman, J. J., Kellermanns, F., & Wue, Z.(2009). Family involvement and new venture debt financing. *Journal of Business Venturing*, p. 1-17.
6. Croci, E., Doukas, J. A., & Gonenc, H. (2011). Family Control and Financing Decisions. *European Financial Management*, 17(5), p. 860-897.
7. Gómez-Meja, L. R., Kynes, K. T. , Numez-Nickel, M., & Moyano-Tuentes, H. (2007). Socioemotional health and business risk in family-controlled firms: Evidence from Spanish olive oil mills, *Administrative Science Quarterly*, 52: 106-137.
8. Jajuga, K., Jajuga, T. (1996). *Investments*. Warsaw, PWN.
9. KPMG International (2014). *Family matters. Financing Family Business growth through individual investors*. Retrieved on July 9 2017 from <http://www.asbfeo.gov.au/sites/default/files/KPMG-Family-Business-Financing-Growth-Full-Report.pdf>.
10. Mandl, I. (2008). *Overview of Family Business Relevant Issues. Final Report*. Vienna: KMU Forschung Austria, Austrian Institute for SME Research.
11. Low, Ch., Mazzarol, T.(2006). Owner-Managers' Preferences for Financing: A Study of Singaporean SME. Conference paper. Annual ICSB World Conference, 19-21 June, Melbourne Australia. Retrieved on July 9 2017 from <http://www.cemi.com.au/sites/all/publications/ICSB2006LOWMAZZR.pdf>.
12. Memili E., Welsh H.B. (2012). Towards a theory of nonfamily employees' organizational identification and attachment in family firms, *Journal of Technology Management*, 7(3), p. 255-269.
13. Sharama, P., &Sharama, S. (2011). Drivers of proactive Environmental Strategy in Family Firms, *Business Ethics Quarterly*,21:2, p. 309-334.
14. Sharma, P. (2004). An Overview of the Field of Family Business Studies: Current Status and Directions for the Future. *Family Business Review*, 17(1), p:1-36.
15. Zahra, S., Salvato, C., Hayton, C. (2004). Entrepreneurship in Family Vs. Non-Family Firms: A Resource-Based Analysis of the Effect of Organizational Culture. *Entrepreneurship: Theory and Practice*, 28(4), p. 363 – 381.

# EBIT Construction and Its Impact on ROA: Does it Affect Corporate Rating?

Jiří Strouhal<sup>1</sup>, Petra Štařfestová<sup>2</sup>

## Abstract

This paper discusses ways of measuring the financial performance of businesses. The aim is to determine to what extent the form of profit calculation influence value of return on assets, which is frequently used as indicator for measuring financial performance. The theoretical part is focused on the comparative analysis of accounting data based on Czech practices and IFRS with the in-depth focus on interest charges and reporting requirements. There is discussed the topic of objective and subjective measurement of financial performance. In the practical part return on assets is calculated using a profit in two forms of its construction. There are evaluated TOP 100 companies in the Czech Republic in order to assess the differences in the final values of the ROA indicator. It shall be concluded that this is a pioneer study of this topic in the Czech Republic and probably also in CEE region.

## Key words

Return on total assets, EBIT, financial performance, financial statements, Czech Republic, IFRS

## JEL Classification: G30, M41

## 1. Úvod

Úroveň finanční výkonnosti obchodních korporací je používána pro posouzení jejich úspěchu či neúspěchu a míry naplňování vytyčených cílů. Pouze tehdy, pokud se daří naplňovat stanovené cílové hodnoty, lze říci, že se výkonnost zvyšuje, což je bezesporu konečným cílem řízení a plánování na všech úrovních. Výkonnost je ale vždy relativní, tudíž samotné změření finanční výkonnosti bez vhodné komparace snižuje informační hodnotu naměřených dat. Srovnávat cílové hodnoty finančních ukazatelů můžeme samozřejmě s výsledky minulých let, nicméně pro udržení si a tvorbu dlouhodobé konkurenční výhody je důležitější benchmark vzhledem ke konkurentům, případně k průměrným výsledkům odvětví, ve kterém obchodní korporace působí, nežli benchmark vzhledem ke své minulosti. Často se totiž stává, že se finanční výkonnost obchodní korporace v čase zlepšuje, avšak při porovnání s výsledky jiných firem je její úroveň stále nedostatečná.

Podstatou hodnocení relativní výkonnosti je tedy definování ukazatelů, které jsou pro hodnotitele podstatné a srovnání jejich hodnot s výsledky dosaženými konkurencí, v odvětví či v minulosti. A zde právě nastává nutnost jednotné shody na konstrukci finančních ukazatelů vybraných pro benchmark, jelikož je tím ovlivněna nejen jeho kvalita, ale i následné rozhodnutí o případných akčních krocích při revizi výkonnosti. Nejenom že jednotlivé dimenze finanční výkonnosti lze měřit různými ukazateli, ale i jednotlivé ukazatele lze často používat ve více formách jejich konstrukce.

V mnoha výzkumech je měření a hodnocení finanční výkonnosti redukováno na posuzování *rentability*, jakožto jedné z jejích nejvýznamnějších dimenzí vedle likvidity, aktivity a zadluženosti. Pro hodnocení *rentability* se nejčastěji používá informace o výnosnosti pro vlastníky ROE (čistý zisk/vlastní kapitál), výnosnosti celkového majetku ROA (EBIT/aktiva) a ziskové marži (čistý zisk/tržby). A právě rentabilita aktiv a analýza její konstrukce je

<sup>1</sup> prof. Ing. Jiří Strouhal, Ph.D., Škoda Auto Vysoká škola, o.p.s., [jiri.strouhal@savc.cz](mailto:jiri.strouhal@savc.cz)

<sup>2</sup> Ing. Petra Štařfestová, Ph.D., Vysoká škola ekonomická v Praze, [petra.stamfestova@vse.cz](mailto:petra.stamfestova@vse.cz)

předmětem tohoto příspěvku, neboť zde v rámci posuzování ziskovosti může nejčastěji dojít ke zkreslení. Důvodem je více možností výpočtu formy zisku, se kterým daný ukazatel pracuje. Lze se setkat s konstrukcí *rentability aktiv* i s pomocí čistého zisku, avšak pro přesné naplnění účelu toho, co chceme daným ukazatelem zjistit, je vhodnější pracovat se ziskem, který je nezávislý na kapitálové struktuře a míre zdanění. Produkční síla majetku není v žádném případě ovlivněna tím, na území jakého státu je majetek využíván, a také není možné jeho produkční sílu navyšovat způsobem jeho financování. Proto převažuje konsenzus, že výnosnost majetku by měla abstrahovat od míry zdanění a formy financování aktiv.

Cílem příspěvku je posoudit, zda a jak konstrukce zisku ovlivní konečnou hodnotu produkční síly obchodních korporací měřenou rentabilitou aktiv, která patří mezi klasické ukazatele měření finanční výkonnosti firem.

## 2. Účetní východiska

V souladu s aktuálně platnou legislativou musí veškeré obchodní korporace, které jsou zapsány ve veřejném rejstříku zveřejnit své výkazy nejpozději do konce následujícího účetního období (tzn. výkazy za účetní období 2016 je třeba zveřejnit nejpozději do konce roku 2017 za předpokladu, že obchodní korporace účtuje v kalendářním a ne v hospodářském roce). Bohužel změny legislativy od roku 2016 přinesly nemilou skutečnost pro uživatele účetních výkazů, kdy mikro a malé účetní jednotky, nejsou-li auditované, zveřejňují pouze rozvahu ve zkráceném rozsahu a přílohu. Pro tyto obchodní korporace tak v podstatě není možné aplikovat standardní přístup k výpočtu ukazatele ROA, neboť EBIT at' již ve formě provozního zisku nebo ve formě zisku před úroky a zdaněním nelze jakkoli vyčíst.

Proto naši analýzu zaměřme na auditované korporace, a to především střední a velké. Tyto již musí výkaz zisku a ztráty zveřejňovat vždy, navíc střední a velké subjekty ještě zveřejňují přehled o peněžních tocích a přehled změn ve vlastním kapitálu. Z účetního hlediska je možné položku zisk před úroky a zdaněním dohledat ve výkazu zisku a ztráty tak, že provedeme součet položky zisk před zdaněním a připočteme nákladovou položku nákladové úroky. Ve finanční praxi se často EBIT ztotožňuje se ziskem provozním, tehdy tedy za EBIT dosadíme přímo položku provozní výsledek hospodaření. Takto lze postupovat u firem, které vykazují podle české účetní legislativy, kdy výše uvedená data (pokud se nejedná o mikro a malé neauditované subjekty) jsou poměrně dobře dostupná a zjistitelná. Problém může nastat u obchodních korporací, které vykazují podle nadnárodních pravidel IFRS (International Financial Reporting Standard). V souladu s IAS 1 má totiž výkaz zisku a ztráty poměrně minimalistickou podobu, kdy standardy vyžadují zveřejnění přibližně deseti položek. Jednou z požadovaných sic je provozní výsledek hospodaření. Pokud bychom však chtěli zjistit zisk před úroky a zdaněním, potom již nastává práce účetní detektivní kanceláře Sherlocka Holmese, neboť bez problémů dohledatelný je pouze čistý zisk, v některých případech i splatná a odložená daň. Co se týče nákladových úroků, obchodní korporace vykazující dle IFRS se vyjadřují k položce finanční náklady a finanční výnosy, bohužel míra detailu oproti agregaci je na jejich posouzení.

Vzhledem k výběru firem pro praktickou část je třeba se ještě vyjádřit k nákladovým úrokům jako takovým. V pojetí českých účetních pravidel jsou jejich součástí především úroky z úvěrů (pokud nejsou kapitalizované do pořizovací ceny dlouhodobého hmotného majetku), případně kuponové platby z emitovaných dluhopisů, či se jedná o směnečný diskont při eskontu směnek. V pojetí IFRS je využití nákladových úroků mnohem rozšířenější, a to díky požadavkům na vykazování dlouhodobých pohledávek a dlouhodobých dluhů v amortizovaných nákladech, tudíž i případný nákup zásob s odloženou splatností v sobě tak může kondenzovat jistou výši nákladových úroků. Stejný dopad má i výkaznictví finančních leasingů nájemcem, kdy určitá část leasingové platby je vykázána jako nákladový úrok, nikoli jako v českém prostředí provozní náklad ve formě služeb. Z tohoto pohledu tak může nastat zásadní rozdíl v koncepci

řešení položky EBIT, pokud je třeba analyzovat obchodní korporaci vykazující dle IFRS oproti obchodní korporaci vykazující dle českých pravidel.

### **3. Objektivní a subjektivní měření finanční výkonnosti pomocí ROA**

Rentabilita aktiv (ROA) je velmi často používána pro měření finanční výkonnosti v nejrůznějších vědeckých studiích. Finanční ukazatele, včetně ukazatele ROA, lze změřit jak objektivně na základě dat z účetní závěrky, tak subjektivně pomocí škál. Při přesném výpočtu nás ukazatel produkční síly obchodní korporace informuje o tom, jaké množství zisku vygenerovala za účetní období jedna koruna majetku. Je zřejmé, že se jedná o kritérium, které je maximalizační.

Dokonce i tam, kde je sběr dat o finanční výkonnosti komplikovanější, jelikož často nejsou tyto informace veřejně dostupné či z důvodu citlivosti a neochoty firem je poskytovat je nejsme schopni získat, je ziskovost (často uvažována ve formě rentability aktiv) používána i pro subjektivní měření finanční výkonnosti (Dess a Robinson, 1984, Pearce a Robbins, 1987, Hart a Banbury, 1994, Dawes, 1999, Baer a Frese, 2003). Ve výzkumech je tedy také široce rozšířené měřit výkonnost obchodních korporací pomocí subjektivního hodnocení, které je bráno jako ekvivalentní objektivnímu měření. Nejen výše uvedené studie prokázaly silné pozitivní korelace mezi objektivním a subjektivním měřením finanční výkonnosti.

Například v roce 1984 Dess a Robinson zkoumali možnosti měření výkonnosti obchodních korporací v případě, kdy nejsou dostupná objektivní měřítka na případu soukromě vlastněných firem a konglomerátů. Ve výzkumu byla sbírána data od 26 výrobních firem v USA. Korelace mezi subjektivním a objektivním měřením ROA byla 0,611 ( $p < 0,01$ ) (Dess a Robinson, 1984, str. 268 - 269). Pro subjektivní měření ROA byla použita pětibodová Likertova škála, kde dotazování byli zástupci top managementu, kteří měli za úkol v daném ukazateli porovnat jejich firmu s podobnými v jejich odvětví a regionu. Subjektivní ukazatele nejčastěji žádají respondenty, aby ohodnotily výkon v jednotlivých ukazatelích vzhledem k jejich konkurentům či výkonu daného odvětví; jsou tedy relativní, ale objektivní měřítka jsou absolutní (např. zisk na jednu korunu aktiv).

Další empirická studie dokládající platnost konvergence subjektivních a objektivních měřítek finanční výkonnosti je z roku 2003. Baer a Frese (2003) realizovali výzkum na 47 středně velkých německých průmyslových firmách, kde byla subjektivní výkonnost hodnocena managementem prostřednictvím následujících dvou otázek. Jak úspěšná je vaše obchodní korporace ve srovnání s jinými ve stejném odvětví a přibližně stejné velikosti? Do jaké míry dosáhla vaše obchodní korporace nejvýznamnějších cílů? Otázky byly sloučeny do jednoho indexu nazvaného „Dosahování firemních cílů“ (Cronbach alfa 0,83). Objektivně byla finanční výkonnost měřena pomocí ROA, která je vhodná pro měření provozní efektivity, neboť odráží dlouhodobou finanční sílu obchodní korporace. Hodnota korelačního koeficientu činila 0,41 (Baer a Frese, 2003, str. 10).

Jedním z nejnovějších výzkumů zabývající se také opodstatněností subjektivního měření firemní výkonnosti je práce z roku 2016 od autorů Sandeep a Harpreet. Výzkum vychází z dat 171 kótovaných firem na indické burze. Na jejich ukazatelích výkonnosti se též prokázala silná pozitivní korelace (Sandeep a Harpreet, 2016).

Převážná většina studií zaměřujících se na zkoumání vlivů různých oblastí z psychologie, managementu či strategie na výkon firmy se spoléhá na subjektivní měření výkonnosti na základě odpovědí respondent spíše než na její měření na základě dat z ověřených účetních výkazů (Watt a kol., 2004). Subjektivní měření výkonnosti je bezpochyby efektivní z hlediska nákladovosti, jelikož tyto údaje mohou být sbírány pomocí dotazníků či rozhovorů nehledě na to, že u mnohých firem nejsou účetní data ani veřejně k dispozici, případně jsou data agregována do takové podoby, která není pro daný výzkum a plánované analýzy vhodná.

Subjektivní měření výkonnosti je vhodné také tehdy, pokud obchodní korporace ve výběru pocházejí z různých odvětví, a mají tedy pravděpodobně odlišné cíle (resp. cílové hodnoty daných ukazatelů) (Fey a Beamish, 2001).

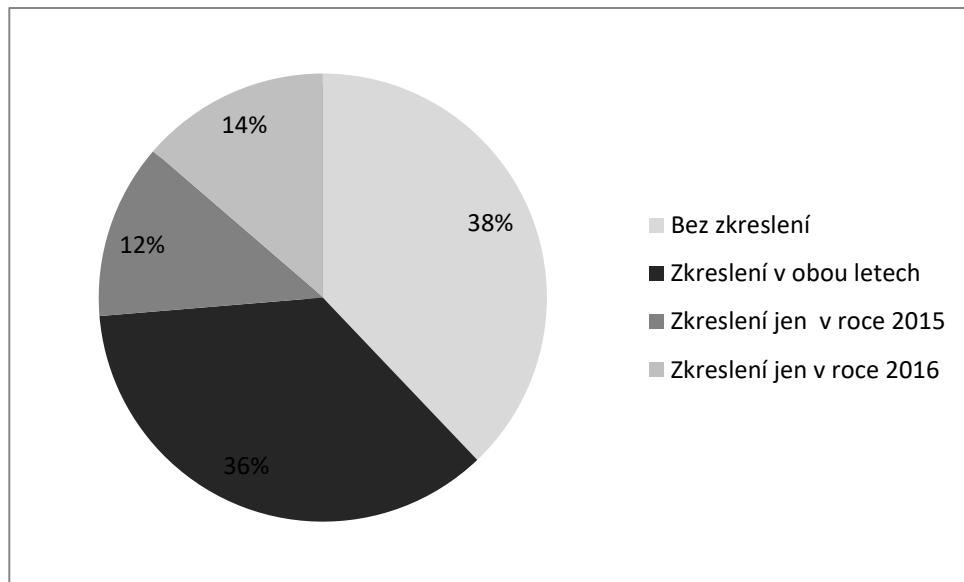
## 4. Výzkum

Za výběrový soubor byl brán monokriteriální ranking 100 nejvýznamnějších firem ČR, který je sestavován podle výše tržeb společností CZECH TOP 100, a.s. Tato společnost působí v České republice od roku 1994 a pravidelně vyhlašuje několik rankingů, zakládaných na objektivních kritériích a sestavených ve spolupráci s předními odborníky. Pro každou obchodní korporaci byly ze sbírky listin veřejného rejstříku dohledány hodnoty účetních položek pro konstrukci rentability aktiv v roce 2015 a 2016 ve dvou formách konstrukce čitatele. První formou je uvažování zisku ve formě provozního zisku standardně uvedeného ve výkazu zisku a ztráty a ve druhé formě je uvažován zisk ve formě EBIT, který je kalkulován jako čistý zisk navýšený o daně a nákladové úroky. U třech obchodních korporací nebyly ve veřejném rejstříku dostupné informace o účetních položkách potřebných k výpočtu produkční síly a u dvou obchodních korporací byly dohledatelné informace pouze za jeden rok, tudíž tyto byly z další analýzy vyloučeny a pracováno bylo s 95 firmami. Z těchto 95 firem jich 21 vykazuje podle pravidel IFRS, a pouze 18 firem je auditováno jinou firmou než auditorskou společností z tzv. Velké čtyřky (PwC, Deloitte, EY, KPMG).

V rámci analýzy byla v každém roce změřena finanční výkonnost pomocí ukazatele ROA ve dvou formách výpočtu. V prvním případě byl zisk kalkulován jako provozní zisk získaný rozdílem všech provozních výnosů a nákladů, ve druhém případě byl zisk ve formě EBIT zkonztruován jako součet výsledku hospodaření za účetní období po zdanění, daní a nákladových úroků. Následně byly hodnoty ukazatele ROA porovnány a zkoumáno, zda dochází ve výpočtech k významnému zkreslení, či zda je výpočet zisku v podstatě irrelevantní. Pokud stanovíme akceptovatelnou hranici odchylky v konečné hodnotě ROA na úrovni 5 %, v roce 2016 zjistíme, že u 48 obchodních korporací je odchylka menší než 5 %; u 47 obchodních korporací je tedy zkreslení různou formou výpočtu provozního zisku nezanedbatelné. V předchozím zkoumaném roce 2015 zjistíme, že u 49 firem je odchylka menší než 5 % v konečné hodnotě ukazatele ROA; u 46 firem je tedy zkreslení různou formou výpočtu provozního zisku nezanedbatelné. Výsledky se na první pohled mohou zdát víceméně stejné, avšak nejedná se vždy o ty samé obchodní korporace v jednotlivých skupinách. U firem, kde bylo zkreslení významné, lze nalézt výrazně vysokou realizaci finančních výnosů vzhledem k finančním nákladům, což výrazně nadhodnocuje zisk ve formě EBIT (hrubý zisk + nákladové úroky) vzhledem k provoznímu zisku, či naopak výrazně záporný finanční výsledek hospodaření v mnoha případech způsobí, že je provozní zisk výrazně vyšší než EBIT.

U 34 obchodních korporací (35,8 %) dochází k významnému zkreslení hodnot ukazatele ROA v obou zkoumaných letech. U 13 obchodních korporací (13,7 %) dochází k významnému zkreslení jen v roce 2016 a u 12 obchodních korporací (12,6 %) dochází k významnému zkreslení hodnot ROA jen v roce 2015. U 36 obchodních korporací (37,9 %) tedy ani v jednom zkoumaném období nedochází k významnému zkreslení hodnoty ROA díky různé formě výpočtu zisku. Výsledky názorně reprezentuje následující graf.

Graf 1: Koláčový graf rozdílů ve výpočtu ROA v letech 2015 a 2016



*Zdroj:* Autoři

Výběr konstrukce ukazatelů není důležitý jen pro kvalitní benchmark, jak již bylo zmíněno v textu, ale i pro ranking, kde konstrukce ukazatele dokáže velmi významně ovlivnit konečné pořadí obchodních korporací. Následující tabulky ukazují, jak se značně v letech 2016 a 2015 liší pořadí na prvních deseti místech.

*Tabulka 1: Ranking podle ROA v roce 2016*

Pořadí v roce 2016	Podnik	Provozní zisk/Aktiva	Podnik	EBIT/Aktiva
1	Continental HT Tyres, s.r.o.	109,56%	Continental HT Tyres, s.r.o.	109,89%
2	Continental výroba pneumatik, s.r.o.	104,69%	Continental výroba pneumatik, s.r.o.	105,04%
3	HENKEL ČR, spol. s r.o.	42,47%	VEOLIA Česká republika, a.s.	89,25%
4	LETIŠTĚ PRAHA, a.s.	36,91%	AT Computers a.s.	72,36%
5	Automotive Lighting s.r.o.	29,25%	DEK a.s.	54,15%
6	Fehrer Bohemia s.r.o.	26,18%	HENKEL ČR, spol. s r.o.	42,01%
7	SAINT-GOBAIN ADFORS CZ s.r.o.	23,11%	LETIŠTĚ PRAHA, a.s.	37,01%
8	Alza.cz	21,94%	Automotive Lighting s.r.o.	29,52%
9	Pražská plynárenská, a.s.	21,73%	Fehrer Bohemia s.r.o.	26,63%
10	Philip Morris ČR a.s.	21,28%	SAINT-GOBAIN ADFORS CZ s.r.o.	23,13%

*Zdroj:* Autoři

*Tabulka 2: Ranking podle ROA v roce 2015*

Pořadí v roce 2015	Podnik	Provozní zisk/Aktiva	Podnik	EBIT/Aktiva

1	Continental HT Tyres, s.r.o.	106,69%	Continental HT Tyres, s.r.o.	107,25%
2	Continental výroba pneumatik, s.r.o.	103,70%	Continental výroba pneumatik, s.r.o.	104,19%
3	LETIŠTĚ PRAHA, a.s.	31,05%	AT Computers a.s.	71,05%
4	Fehrer Bohemia s.r.o.	27,05%	VEOLIA Česká republika, a.s.	48,44%
5	Alza.cz	26,28%	LETIŠTĚ PRAHA, a.s.	31,38%
6	HENKEL ČR, spol. s r.o.	25,90%	HENKEL ČR, spol. s r.o.	25,43%
7	Automotive Lighting s.r.o.	24,30%	Automotive Lighting s.r.o.	25,20%
8	ABB s.r.o.	22,74%	Fehrer Bohemia s.r.o.	25,19%
9	Philip Morris ČR a.s.	22,68%	Alza.cz	24,65%
10	O2 Czech Republic a.s.	21,79%	Philip Morris ČR a.s.	22,69%

Zdroj: Autoři

Jak je z výše uvedených dat patrné, vysokou úroveň komparability si drží obchodní korporace z holdingu Continental (HT Tyres vs. výroba pneumatik), které vykazují obě dle českých účetních pravidel. Výsledky Letiště Praha do určité míry ovlivňuje finanční výsledek hospodaření jiných analyzovaných subjektů, a tak si stojí lépe v žebříčku dle provozního zisku spíše než dle zisku před úroky a zdaněním.

## 5. Závěr

Výsledky výzkumu prokázaly, že odlišné pojetí čitatele rentability celkového kapitálu může mít poměrně zásadní dopad na ranking obchodních korporací. Jak je patrné, pouze u jedné třetiny firem nedochází k zásadnímu zkreslení informací, pokud analytik zamění položky provozního zisku a zisku před úroky a zdaněním. U druhé třetiny firem při této záměně dochází k zásadnímu zkreslení v obou sledovaných odvětvích, navíc u 11 z nich jde o opačné trendy v obou sledovaných obdobích (pozitivní změna dle provozního zisku, negativní změna dle zisku před úroky a zdaněním a naopak).

Na základě analýzy však nelze říci, že by k tomuto zkreslování docházelo častěji u obchodních korporací vykazujících dle českých pravidel nebo obchodních korporacích vykazujících dle IFRS. Hlavní dopad na zkreslení mají bezesporu finanční operace analyzovaných obchodních korporací, které mohou vést k zásadním rozdílům mezi provozním ziskem a ziskem před úroky a zdaněním.

Vzhledem k tomu, že se jedná o pravděpodobně první studii tohoto typu v českém prostředí, ale pravděpodobně i v zemích střední a východní Evropy, je třeba konstatovat i omezení stávajícího přístupu, kdy se autoři věnovali firmám z TOP100 a nikoli jednomu či více konkrétním odvětvím, kde by bylo dosaženo vyšší komparability dat. Z tohoto důvodu autoři zvolili rankingový přístup k vyhodnocení výsledků.

## Literatura

- [1] Baer, M. and Frese, M. (2003). Innovation is not enough: Climates for initiative and psychological safety, process innovations and firm performance. *Journal of Organizational Behavior*, 24, pp. 45-68.
- [2] Dawes, J. (1999). The Relationship between Subjective and Objective Company Performance Measures in Market Orientation Research: Further Empirical Evidence. *Marketing Bulletin*, 10, pp. 65-75.
- [3] Dess G. G. and Robinson RB Jr. (1984). Measuring organizational performance in the absence of objective measures: The case of the privately-held firm and conglomerate business unit. *Strategic Management Journal*, 5, pp. 265-273.
- [4] Fey, C. F. and Beamish, P. W. (2001). Organizational climate similarity and performance: international joint ventures in Russia. *Organization Studies*, 22, pp. 853–882
- [5] Hart S. and Banbury, C. (1994). How strategy-making processes can make a difference. *Strategic Management Journal*, 15, pp. 251-269.
- [6] Pearce J. A. II, Robbins D. K. and Robinson, R. B. Jr. (1987). The impact of grand strategy and planning formality on financial performance. *Strategic Management Journal*, 8, pp. 125-134.
- [7] Sandeep, V. and Harpreet, S. B. (2016). Are subjective business performance measures justified?. *International Journal of Productivity and Performance Management*, 65(5), pp. 603 – 621.
- [8] Wall, T. D., Michie, J., Patterson, M., Wood, S. J. et al. (2004): On the validity of subjective measures of company performance. *Personnel Psychology*, 57(1), pp. 95 – 118.

# Acquisition of the company: plan for the first 100 days

Martin Svítíl<sup>1</sup>

## Abstract

The mergers and acquisitions is an important and often discussed topic currently. There are many articles describing the decision making before the acquisition as well as the process of the acquisition itself. Much less attention is paid to the phase after the acquisition, especially to the short period, when the freshly acquired company formally belongs to the group / mother company, but it is not yet put in the organizational structure, in the system of the corporate governance etc. Nevertheless this phase can show to be very important for the further running of the acquired company, for keeping of the important staff etc. This article offers an overview of important steps and goals, which should be implemented in the first phase after the acquisition, defined in a symbolic way as first 100 days. As the source of the data a real example of an acquisition is used, specifically an acquisition of a small bank in an european (but non-EU) country.

## Keywords

Acquisition, merge, M&A, bank, corporate governance

JEL Classification: G34

## 1. Úvod

Problematika podnikových akvizicí (mergers and acquisitions, M & A) je významnou součástí dnešní ekonomické reality. Pro ilustraci: hodnota transakcí uskutečněných v rámci fúzí a akvizic v zemích střední a východní Evropy dosáhla v roce 2016 hodnoty 86,7 miliardy eur, z toho 8,74 miliardy eur v České republice (patria.cz 2017).

Můj článek se zabývá obdobím těsně po realizaci akvizice podniku (přesněji banky), kdy akvírující společnost provádí první a v mnoha ohledech zásadní kroky a změny v akvirované společnosti. Vycházím ze situace sloučení čili fúze (acquisition), kdy jedna (akvírující) společnost existuje dál, zatímco druhá (akvirovaná) společnost mizí. Je tedy jednoznačně rozlišený nástupnický a zanikající podnik. Akvírující společnost má obvykle připravený více či méně podrobný plán nutných činností, včetně časového rozvrhu. Běžně se v odborné literatuře hovoří o hranici prvních 100 dní od akvizice pro provedení zásadních kroků, nebo přinejmenším jejich první vlny.

Epstein (2005) uvádí post-akviziční integraci jako jeden ze šesti determinantů úspěchu akvizice. Podle něj musí být integrační proces a nová strategie spojených společností jasně daná a musí být dobře definována nová organizační struktura. Zdůrazňuje mj. význam řízení lidských zdrojů, vztahů se zákazníky a také technických otázek (z dnešního pohledu zřejmě zejména týkajících se IT). Klíčová rozhodnutí musí být podle Epsteina učiněna pokud možno rychle. Ostatně i ve své předchozí práci (Epstein 2004) zdůrazňuje rychlosť jako jeden z pěti faktorů pro úspěšnou integraci a uvádí, že většina plánování by měla být hotova ještě před veřejným oznámením akvizice. Uvádí příklad společnosti Lucent, jejíž integrační program byl nastaven na „obligátních“ 100 dní. Naopak příliš pomalá integrace ohrožuje podle Epsteina jak udržení důležitých zaměstnanců, tak zákazníků.

---

<sup>1</sup> Ing. Martin Svítíl<sup>1</sup> Ph.D. Soukromá vysoká škola ekonomická Znojmo, E-mail: svitil.martin@svse.cz

Angwin (2004) uvádí, že období prvních 100 dní po akvizici bývá často chápáno jako kriticky důležité a během něj uskutečněné změny se stávají určitým benchmarkem, měřítkem úspěšnosti akvizice. Uvádí např. s odkazem na Ashkenase (1998, podle Angwin 2004), že ve společnosti GE Capital se považuje za zásadní připravit integrační plán pro prvních 100 dní. Podobné stanovisko uvádí i Feldman a Spratt (1999, podle Angwin 2004), tedy že během prvních 100 dní kdy přetrvává entuziasmus zaměstnanců, tolerance zákazníků a trpělivost akciových trhů, by měly být spuštěny všechny významné změny v nově získané společnosti.

Jako předpokládané (!) výhody co nejrychlejšího provádění změn uvádí Angwin (2004) zrychlení návratnosti investice a zkrácení období nejistoty (a nepotvrzených zpráv rozšiřovaných po firmě) pro zaměstnance i ostatní stakeholders. Rychlé provádění změn může podle hypotéz také zkrátit období, kdy organizace funguje v neoptimálních podmínkách a dříve provedené změny obvykle přinášejí větší efekt než pozdější.

Vlastní Angwinův výzkum formou dotazníku na vzorku 70 akvizic (z 232 obeslaných) ve Velké Británii dospěl ovšem k poněkud odlišným závěrům. Podle něj hranice 100 dní není optimální pro měření post-akvizičního úspěchu, i když mnozí manažeři ji stále berou v úvahu a první změny a opatření po akvizici k této hranici směřují. To ostatně platí i pro společnost sledovanou v následujících kapitolách tohoto článku. Podle Angwina jde ovšem spíše o konvenci než o skutečně zásadní hranici či zlom v post akviziční činnosti podniků.

V dalším textu z roku 2015 se Angwin s Meadowsou věnuje post-akvizičním strategiím a managementu (Angwin, Meadows 2015). Identifikují pět základních strategií, z nichž tři v podstatě vycházejí z existující literatury a dvě jsou nové. Jde o následujících pět strategií: „Intensive Care“, „Preservation“, „Absorption“, „Symbiosis“ a „Re-orientation“ (přičemž nové jsou první a poslední jmenovaná). Strategie se liší podle míry přenosu znalostí mezi akvirovanou a akvírující společností a podle zachované míry autonomie pro akvirovanou společnost.

Quah a Young (2005) se věnují přeshraničním akvizicím a navrhují, aby v zájmu zvýšení pravděpodobnosti úspěchu došlo k rozdělení post-akvizičního procesu na několik fází s jednotlivě definovanými činností a cíli. Na příkladu čtyř akvizic prováděných americkými společnostmi v zahraničí ukazují, že v prvních letech po akvizici zůstal na místě původní vrcholný management a akvírující společnosti příliš nepospíchal s reorganizací ani jinými podstatnými zásahy do struktur ovládnutých společností, neboť si nejprve chtěly naučit pohybovat na pro ně nových lokálních trzích. Po třech a více letech docházelo k výměně top managementu akvirovaných společností a v souvislosti s tím i k podstatnému zrychlení a/nebo zvýšení úspěšnosti změn v akvirovaných společnostech. Nově jmenovaní členové managementu byli většinou opět ze stejného lokálního prostředí jako akvirované společnosti (at už získání od konkurence nebo povýšení v rámci společnosti), neboť existovaly snahy o udržení image akvirovaných firem jako domácích společností na jejich lokálních trzích. Ve výsledku však Quah a Young doporučují zejména u mezinárodních akvizic neupřednostňovat rychlosť změn reorganizace za každou cenu.

## 2. Data a metodologie

Můj článek se zabývá analýzou reálného plánu post-akvizičních činností pro období prvních 100 dní od akvizice. Jde o plán, který byl připraven a realizován v rámci menší banky, sídlící v České republice, ovšem se 100% zahraničním kapitálem. Právě onen zahraniční vlastník banky se rozhodl koupit jinou malou banku, sídlící a působící v jisté balkánské zemi mimo EU. Transakce se uskutečnila a nově akvirovaná banka byla do skupiny zařazena jak 100% dcera české banky. Z pochopitelných důvodů není možné obě společnosti jmenovat.

Poznámka: pokud v následujícím textu hovořím o „skupině“, myslí se tím akvírující česká banka a další spolupracující zahraniční banky, propojené kapitálovým vlastnictvím. Nejde o

skupinu ve smyslu konsolidační skupiny - konsolidace mezi těmito bankami doposud nebyla prováděna.

Předmětem zkoumání tedy byla banka a vybrané procesy v ní probíhající. Byl použit postup spočívající ve sběru empirických dat, jejich posouzení dle kritérií verifikovatelnosti a relevantnosti a aplikací metody indukce bylo následně provedeno vyvození obecných doporučení.

### **3. Výsledky: Post-akviziční plán pro prvních 100 dní**

Post-akviziční plán pro prvních 100 dní byl připraven akvírující bankou za spolupráce přizvané poradenské společnosti, která ovšem měla za úkol především provedení due diligence v akvirované bance a přípravu smluvní dokumentace spolu s právní stránkou celého akvizičního procesu. Po uskutečnění samotné akvizice už nebyla role poradců nijak významná, naopak většinu post-akvizičních činností měli na starosti pracovníci české (akvírující) banky. Pro většinu z nich šlo o novou zkušenosť, neboť dosud nebyla v rámci bankovní skupiny pod tuto českou banku zařazena žádná jiná společnost, a to ani formálně (majetkově), ani z hlediska řízení. Někteří vedoucí pracovníci nicméně měli zkušenosť z předchozího působení ve větších bankách (v ČR i zahraničí), kde se s řídícími procesy v rámci větší skupiny a vztahů matka - dcera setkávali.

Vlastní post-akviziční plán pro prvních 100 dní po akvizici byl rozdělen do deseti okruhů, a to na základě věcného členění, které jen částečně odpovídalo organizační struktuře obou angažovaných bank. Jednotlivé okruhy - kterým se níže věnuji podrobněji - pak byly rozděleny na jednotlivé body / úkoly, přičemž odpovědnost za jejich naplnění byla přidělena jednotlivým oddělením akvírující banky resp. vedoucím těchto oddělení. Těchto úkolů bylo v plnu zahrnuto celkem 52, a to nerovnoměrně v rámci jednotlivých okruhů - na jeden okruh připadalo maximálně sedm, v jednom případě ovšem také pouze jediný úkol.

Pro každý jednotlivý úkol pak byl stanovený i časový rámec na jeho splnění. Jednotkou časového rámce byly týdny, kterých bylo do plánu zahrnuto celkem 14, v souladu s celkovým rozsahem plánu na 100 dní. Nicméně lze konstatovat, že splnění převážné většiny úkolů (přesně 44 z celkových 52, tj. 84,6%) bylo rozvrženo do prvních šesti týdnů plánu.

#### **3.1 Okruh 1: Organizační záležitosti**

V prvním okruhu se post-akviziční plán zaměřuje na nejdůležitější změny v organizační struktuře akvirované banky. Jednotlivé úkoly jsou pouze tři a jsou formulovány dost obecně:

1) Zformovat návrh pracovní skupiny (Working Group), sestavit pracovní skupinu, zahájit podávání týdenních reportů o všech záležitostech post-akvizičního plánu.

Jde o zastřešující úkol pro všechny ostatní, naplňování má logicky probíhat hned od prvního týdne po akvizici.

2) Rozhodnout o optimalizaci personálního obsazení akvirované banky (vč. případného propouštění) a zreformovat organizační strukturu banky.

Důraz je kladen na to, aby upravená organizační struktura byla pokud možno plochá, což souvisí mj. i s přenosem některých rozhodovacích pravomocí a odpovědností na novou mateřskou banku v ČR. Vzhledem k návaznosti na mnoho dílčích úkolů a analýz (viz níže) jde o relativně dlouhodobý úkol (v měřítku 100 denního plánu), který má být dokončen do 12. týdne plánu.

3) Svolat strategické zasedání (Strategic Session) k provedení analýzy a nalezení tržního potenciálu a vhodné tržní pozice pro banku. Na základě výsledků strategické analýzy připravit návrh na budoucí vývoj a obsazení managementu banky na úrovni představenstva (Board of Directors).

Toto je evidentně jeden z nejdůležitějších úkolů plánu, v podstatě jde o jeho vrchol a zároveň o základ dlouhodobého plánování fungování akvirované banky. Z hlediska 100 denního plánu je naplnění tohoto úkolu logicky očekáváno až na jeho konci, ve 14. týdnu.

### **3.2 Okruh 2: Příprava analýz a manažerských reportů pro akvírující českou banku**

1) Nastavit existující manažerské reporty tak, aby odpovídaly požadavkům akvírující banky.

Krátkodobý úkol hned pro první pracovní týden post-akvizičního plánu, nutná podmínka pro veškeré následující kroky řízení. Spíše technická záležitost, umožňující managementu akvírující banky resp. celé skupiny získat a udržet si přehled o situaci. Příjemci informací jsou především představenstvo a vedoucí jednotlivých oddělení akvírující banky, ve druhém sledu samozřejmě i její dozorčí rada (v níž je členem i majitel banky), auditní výbor atd.

2) Příprava analýzy rozvahy akvirované banky s důrazem na podmínky, splatnosti a sazby u jednotlivých položek aktiv a pasiv rozvahy.

Prioritní úkol s termínem během prvních dvou pracovních týdnů. Struktura bankovních aktiv a pasiv je akvírující bance samozřejmě zhruba známá z due diligence, ale teprve po formálním dokončení akvizice lze počítat s kompletním přístupem ke všem interním informacím.

3) Příprava analýzy rozpočtu a plánů akvirované banky a sestavení dynamického modelu výstupů klíčových aktivit banky.

Navazující na předchozí úkol, s termínem ve třetím týdnu post-akvizičního plánu. Technicky i odborně náročný úkol s relativně krátkým časem na realizaci, nicméně zde se spočítá s využitím existujícího know-how akvírující banky.

4) Školení analytiků akvirované banky zaměřené na efektivní fungování pobočkové sítě a zformování doporučení pro její optimalizaci do budoucna.

Zde je post-akvizičním plánem stanoveno očekávané splnění ve druhém týdnu.

5) Analýza bankovních produktů a vytvoření doporučení pro změnu tarifů / sazeb a zrušení případných neefektivních produktů.

Opět se podle plánu očekává splnění během druhého týdne. Vzhledem k velikosti akvirované banky jde ale o snazší a rychleji proveditelný úkol než v případě analýzy pobočkové sítě.

6) Analýza výnosnosti bankovních klientů a podíl skupiny klíčových klientů na výnosnosti banky jako celku.

Pro tuto analýzu je naplánovaný termín ve třetím a čtvrtém pracovním týdnu post-akvizičního plánu. Tento a také předchozí úkol do jisté míry souvisí s úkoly sedmého okruhu (viz níže).

7) Analýza efektivnosti bankovních procesů a příprava návrhů na jejich optimalizaci a zvýšení efektivnosti.

Plánovaným termínem je v tomto případě třetí a čtvrtý týden po optimalizaci. Poněkud obecněji formulovaný úkol, v podstatě umožňující zahrnutí i těch procesů, které nejsou konkrétněji zmíněny v ostatních okruzích / úkolech.

### **3.3 Okruh 3: Risk management, schvalování (Underwriting) a vymáhání (Collection)**

1) Analýza existujících rizik v bankovních procedurách a dokumentech. Příprava návrhů na jejich změnu.

2) Analýza skutečné kvality portfolia poskytnutých úvěrů a příprava návrhů na (pře)nastavení bankovních produktů z pohledu rizika. Vytvoření odpovídajícího monitoringu.

Výše uvedené dva úkoly jsou zásadní z hlediska řízení rizik v rekvírované bance a mají být podle plánu provedeny hned v prvních dvou týdnech po akvizici. Opět jde o rozšíření již existujících informací a znalostí z due diligence s využitím interních údajů, dostupných až po provedení akvizice. Podobně jako u dalších úkolů tohoto okruhu, nejdůležitější role zde

připadá na oddělení risk managementu akvírující banky, nicméně zdaleka ne pouze na něj. Pro první úkol je například nezbytná spolupráce s právním oddělením, případně compliance, pro následující (níže uvedené) úkoly je nutné zapojení personálního oddělení (HR) apod.

3) Ohodnocení kvalifikace personálu zapojeného do procesu ohodnocování rizik (*Risk assessment*), schvalování, oceňování záruk a zajištění (*Collateralu*), definování rizikových politik a vymáhání. Příprava návrhů na optimalizaci.

Časově jde o proces navazující na předchozí dva, neboť s jeho naplněním se počítá ve třetím a čtvrtém týdnu plánu.

4) Příprava předpisů k povinné účasti vybraných zaměstnanců banky v komisi pro úvěrová rizika bankovní skupiny.

Jde o přípravu zapojení pracovníků akvírované banky do celoskupinového řízení úvěrových rizik na úrovni pravidelného zasedání komise bankovní skupiny. Jde o relativně snadný, spíše technický krok, realizovatelný snadno již v prvních dvou týdnech po akvizici.

5) Ohodnocení výkonnosti a kvalifikace personálu zodpovědného za vymáhání (*Collection*). Příprava návrhů na zlepšení efektivnosti procesu vymáhání a na optimalizaci stavu personálu.

Úkol pro třetí a čtvrtý týden post-akvizičního plánu.

6) Zavést měsíční report o řízení rizika v souladu s požadavky skupiny.

Poněkud překvapivě zde plán počítá s delším obdobím realizace, počínaje ve třetím a konče až v šestém týdnu. Pravděpodobně jde o důsledek relativně rozsáhlých a podrobných požadavků na reporting, vyžadujících mj. implementaci některých softwarových nástrojů v akvírovné bance vč. jejich sladění se stávajícím bankovním IT systémem a nastavení datových výstupů tak, aby byly kompatibilní se systémy akvírující banky popř. ostatních členů bankovní skupiny.

7) Identifikace rizik v rámci těch procesů akvírované banky, které není možno přizpůsobit podobě procesů v bankovní skupině (resp. v žádné z bank akvírující skupiny) a připravit návrhy na minimalizování negativních dopadů v případě prodeje těchto rizik resp. aktivit, s nimiž tato rizika souvisejí.

Zde se akvírující bankovní skupina připravuje na eventualitu, že některé procesy akvírované banky nebude možné resp. efektivně uvést do souladu se stávající strategií skupiny. V takovém případě se počítá s identifikací rizik takových procesů a s přípravou na jejich případný prodej. Vzhledem k náročnosti takového úkolu je realistické počítat s delším obdobím, což plán alespoň částečně reflekтуje zařazením do třetího až šestého týdne.

### 3.4 Okruh 4: Finanční správa (Treasury) a řízení likvidity

1) Otevření vzájemných korespondenčních účtů mezi akvírující a akvírovanou bankou.

2) Nastavení zprostředkovatelské vazby a otevření depozitních účtů.

V obou případech jde o úkoly technického rázu, které mají podle plánu být naplněny během prvních dvou týdnů.

3) Analýza možného umístění fondů na lokálním trhu a příprava návrhů na efektivnější využití likvidních aktiv akvírované banky.

Zde jde naopak o komplexnější úkol, přesto je v post-akvizičním plánu předpokládáno jeho splnění hned během prvního týdne. To by ovšem vyžadovalo intenzivní nasazení lidí z akvírující banky a zřejmě i intenzivní spolupráci s kolegy z nové akvizice, zejména kvůli znalosti lokálního trhu.

4) Zjistit možnosti redukce nákladů při využívání Reuters Dealingu vzhledem k tomu, že akvírovaná banka se stane součástí bankovní skupiny.

Poněkud překvapivě je na tento úkol v plánu vyčleněno hned období čtyř týdnů, a to hned prvních čtyř po akvizici.

5) Ohodnocení výkonnosti a kvalifikace personálu oddělení Treasury a příprava doporučení pro optimalizaci.

Podobně jako v úkolu týkajícím se oddělení Risk managementu v předchozí kapitole se s naplněním tohoto úkolu počítá ve třetím a čtvrtém týdnu plánu.

6) Určit potřeby banky týkající se korespondenčních účtů a rozhodnout o případném uzavření existujících nadbytečných exitujících účtů.

Zde se reflektuje skutečnost, že akvirovaná banka nejen vstupuje do nové bankovní skupiny, ale zároveň opouští dosavadní finanční skupinu. Rušení vazeb je nicméně proces vyžadující určitý čas, proto je naplánován na třetí až šestý týden po akvizici.

### 3.5 Okruh 5: Ohodnocení kvality IT-infrastruktury a pracovníků IT

1) Ohodnocení bankovní IT infrastruktury a příprava doporučení pro zvýšení její efektivnosti.

Základní analýza pro tento okruh je plánována na třetí a čtvrtý týden post-akvizičního plánu.

2) Ohodnocení kvalifikace zaměstnanců oddělení a plány školení pro její zvyšování.

Z hlediska časového jde o úkol s relativně nižší prioritou, zařazený do sedmého a osmého týdne plánu, i vzhledem k delší době návazných činností (tj. přípravy a realizace vlastních školení atd.).

3) Ohodnocení kapacity lokálního automatického zálohovacího systému (ABS = *Automatic Backup System*) a provedení studie pro perspektivní začlenění do systému mateřské banky.

Naplánováno na třetí až šestý týden po akvizici. Základní informace o zálohování jsou součástí due diligence, vzhledem k jeho výsledkům zřejmě nejde o úkol s maximální prioritou.

4) Studie ke snížení nákladů na softwarové licence a na možnost převedení práv k používanému SW na mateřskou banku.

Poněkud překvapivě také v plánu pro třetí až šestý týden po akvizici, což je relativně brzy. Vzhledem k dlouhodobému charakteru licencí se dá těžko očekávat nějak zásadní riziko z prodlení.

5) Ohodnocení možností snížení nákladů na komunikaci a zálohování dat.

Částečně souvisí i s třetím bodem této kapitoly a počítá se s paralelní realizací, čili také ve třetím až šestém týdnu.

6) Zajistit veškeré potřebné přístupy a hesla pro pracovníky z akviroující banky a skupiny.

Základní a technicky ne příliš obtížný úkol pro třetí týden plánu.

### 3.6 Okruh 6: Doprovodné finanční a ekonomické aktivity banky

1) Audit všech komerčních smluv banky a příprava doporučení na optimalizaci výdajů.

Třetí a čtvrtý týden po akvizici se zdají být poměrně brzký termín na řešení všech smluv s dodavateli (outsourcing), na druhou stranu akvirovaná banka patří spíše mezi menší a většina informací byla k dispozici již během due diligence.

2) Ohodnocení kvalifikace zaměstnanců zodpovědných za údržbu a chod banky po technické stránce. Příprava návrhů na optimalizaci personálu a zhodnocení proveditelnosti outsourcingu klíčových funkcí na třetí strany nebo na zaměstnance akviroující skupiny.

Vzhledem k souvislosti s předchozím úkolem nepřekvapuje stejný termín pro realizaci, tj. třetí a čtvrtý týden plánu.

3) Seznámení se s hmotnými aktivy banky (zejm. nemovitostmi) a analýza efektivnosti jejich řízení a využívání. Zformování návrhů na prodej případných přebytečných aktiv.

Velmi důležitý úkol, neboť financování nemovitostí je zásadní součástí aktiv akvirované banky. Vzhledem k nepříliš dobré ekonomicke situaci v zemi, kde akvirovaná banka sídlí, došlo k tomu, že banka drží ve vlastnictví nezanedbatelný počet nemovitostí, původně sloužících především jako zajištění hypotečních úvěrů. Pro tento bod se počítá s rozmezím druhý až čtvrtý týden plánu, což ovšem vzhledem k rozsahu aktiv, kterých se úkol týká a specifický místního prostředí představuje opravdu náročný úkol.

4) Zhodnocení rozpočtové politiky a kázně akvírované banky. Příprava návrhů na zvýšení efektivnosti rozpočtových procesů a optimalizace počtu zaměstnanců.

Úkol naplánovaný na druhý a třetí týden plánu - zde hraje roli to, že významnou část informací už akvírující banka obdržela během due dilligence.

5) Ohodnocení potřeb banky ohledně vozového parku a pravidel pro využívání vozidel. Příprava návrhů na optimalizaci vozového parku a personálu.

Naplánováno na třetí a čtvrtý týden.

### **3.7 Okruh 7: Pobočková a prodejní síť a klientští poradci (Client managers)**

1) Zhodnocení kvalifikace zaměstnanců, zodpovědných za vytváření a podporu nových produktů a příprava doporučení pro optimalizaci.

Třetí týden plánu, souvisí i s úkoly druhého okruhu (viz výše). Akvírující banka má snahu nastavit systém řízení produktů v akvírované bance tak, aby byl i nadále funkční samostatně, ovšem při respektování strategických hledisek a pod odpovídající kontrolou.

2) Zhodnocení kvalifikace zaměstnanců, zodpovědných za pobočkovou síť a její rozvoj a příprava doporučení pro optimalizaci.

Třetí a čtvrtý týden, což je v rámci post-akvizičního plánu nejobvyklejší termín pro posouzení kvalit zaměstnanců jednotlivých oddělení akvírované banky.

3) Zvážit redukci depozitního systému VISA v souvislosti se vstupem akvírované banky do skupiny

Třetí až šestý týden - poněkud delší časové rozmezí, zřejmě kvůli případnému jednání s třetí stranou.

4) Zhodnocení kvalifikace klientských poradců (*client managers*) a vytvořit doporučení pro její zlepšování.

Naplánováno na pátý a šestý týden, zřejmě až budou dokončeny úkoly 1) a 2) a příslušní odborníci z akvírující banky budou mít prostor na další analýzu.

5) Setkání s klíčovými zákazníky banky.

Druhý až osmý týden - s ohledem na to, že jde o jednání s třetími stranami, jejichž termínům se banka samozřejmě musí přizpůsobit a také kvůli mimořádné důležitosti těchto jednání pro budoucnost akvírované banky je na tento úkol vyčleněno relativně hodně času.

6) Vytvořit systém pro řazení transakcí (*pipeline*).

Devátý až dvanáctý týden - technická záležitost, umožňující nejen zvýšení efektivnosti v akvírované bance, ale také vzdálený přístup k datům a tedy dohled ze strany banky akvírující.

7) Ohodnocení regionálních poboček, rozhodnutí o nákladové optimalizaci v případě efektivních a o zrušení neefektivních.

Čtvrtý až osmý týden, což je ovšem dost ambiciózní termín. Pobočková síť akvírované banky je totiž dost široká (před akvizicí zahrnovala přes 20 poboček) a není jisté, zda budou včas k dispozici potřebné údaje pro hloubkovou analýzu. Akvírující banka má sice k dispozici jednoho pracovníka s poměrně detailní znalostí trhu v zemi akvírované banky, je ovšem otázkou, zda síly jedné osob budou - při vší snaze a úctě k jejím schopnostem - dostatečné pro plánovaně rychlou analýzu požadované oblasti.

### **3.8 Okruh 8: Změna jména (Rebranding)**

1) Příprava plánu na změnu jména akvírované banky v souladu se jménem akvírující skupiny Hned první týden plánu.

2) Zahájení procedury změny jména.

Druhý týden plánu - jde skutečně o zahájení procedury, přičemž se počítá s tím, že její dokončení bude trvat delší dobu a není ani přesně dán termín očekávaného dokončení.

3) Příprava a schválení nového vzhledu (*brand-look*)

Druhý až osmý týden. Nezanedbatelnou část z tohoto delšího období zabere samotný proces odsouhlasení a schvalování, přičemž se počítá i s určitou rezervou na změny, o kterých bude rozhodnuto právě během tohoto procesu.

4) Přejmenování a odpovídající grafické změny webové stránky a internetového bankovnictví. Devátý až trináctý týden. Tento proces musí samozřejmě počkat až do ukončení schvalování změn v předcházejícím úkolu.

5) Zbývající úkoly přejmenování po optimalizaci pobočkové sítě.

Devátý až trináctý týden. Opět nutná návaznost na úkol 2) a dokončení úkolu 3).

### **3.9 Okruh 9: Nastavení povinného reportingu**

1) Získání stanoviska auditora k opatřením k náležům za minulé období (*follow-up*).

První až čtvrtý týden. Akvírující banka zde velmi rozumě chce pokud možno co nejrychleji vyřešit zbývající auditní nálezy akvirované banky za minulá období.

2) Nastavení procedur k přípravě reportingu mateřské bance pro účely konsolidace.

Také první až čtvrtý týden - akvírující banka si uvědomuje, že pro akvirovanou, ale i pro samotnou akvírující banku (která dosud konsolidovanou závěrku nikdy nesestavovala) bude konsolidace důležitým a nesnadným úkolem.

3) Zahájení procesu plánování finančních výsledků na měsíční bázi.

Plánováno na třetí týden po akvizici. Dosud sestavovala akvirovaná banky finanční plány pouze na kvartální, pololetní a roční bázi.

4) Zhodnocení kvalifikace zaměstnanců, zodpovědných za reporting a příprava doporučení pro optimalizaci.

Podobně jako u většiny ostatních úkolů, týkajících se zhodnocení kvalifikace zaměstnanců akvirované banky, i zde je jako termín předpokládaný třetí a čtvrtý týden plánu.

5) Prostudovat možnost převedení některých funkcí povinného reportování do akvírující banky, popř. jiné banky skupiny.

Třetí a čtvrtý týden plánu, úzce souvisí s předcházejícím bodem.

### **3.10 Okruh 10: AML (Anti - Money Laundering)**

1) Ohodnocení současného systému AML v akvirované bance a zkušeností stávajících pracovníků. Příprava doporučení na zlepšení efektivity a optimalizaci personálu.

Třetí až pátý týden.

### **3.11 Úkoly z hlediska akvírující banky**

Výše uvedené okruhy a k nim náležející konkrétní úkoly samozřejmě nezahrnují všechny činnosti, které musí akvírující banka provést. Vzhledem k tomu, že akvizicí zároveň formálně vzato vzniká finanční skupina resp. vztah matka - dcera, musí být i na straně akvírující české banky provedena některá opatření.

Jak už bylo uvedeno výše, akvírující banka byla sice již dříve propojena s jinými zahraničními bankami prostřednictvím vlastnické struktury, nešlo ale formálně o finanční skupinu, nebyla sestavována konsolidovaná úč. závěrka atd.

Pro akvírující banku bude proto nezbytné například:

- nastavit pravidla skupinového strategického řízení a vytvořit základní směrnice pro celou skupinu

- připravit se na sestavování konsolidované účetní závěrky

- nastavení interního auditu tak, aby byl schopen bud' koordinovat činnost s interním auditem akvirované banky, nebo jej zcela nahradit (jako pravděpodobnější se jeví první varianta) a další...

## 4. Závěr

Z analýzy post-akvizičního plánu vyplývají některá obecná doporučení, aplikovatelná při přípravě podobného dokumentu i pro jiné společnosti, samozřejmě s příslušným přizpůsobením např. pro jiná odvětví apod. Jsou to zejména následující:

- Paralelní ohodnocování kvalifikace, zkušeností a schopností zaměstnanců jednotlivých oddělení akvirovaného podniku. Ve sledovaném případě se ve většině případů jako termín předpokládá třetí a čtvrtý týden plánu. Souběžné provedení ohodnocení ve většině oddělení umožňuje realizaci následné souhrnné analýzy lidských zdrojů a vytvoření plánu pro jejich další řízení, vč. případné reorganizace a propouštění. S tím souvisí i analýzy možného převedení některých činností na akvírující podnik.
- Výhoda využívání pracovníků se znalostí lokálního trhu a prostředí. V popsaném konkrétním případě jde především o jednoho zaměstnance akvírující banky, který přímo pochází ze země, kde působí akvirovaná banka. Nicméně obecně vzato lze toto doporučení vztáhnout i na rozsáhlejší projekty akvizic, kde podobných osob může být více.
- Využití dostupných dat z due diligence. Pokud je due diligence provedena řádně a s dostatečným předstihem (kvůli nezbytnému času na analýzu získaných dat), je možno v mnoha případech odhadnout personální a zejména časovou náročnost jednotlivých úkolů a vyhnout se tak nutnosti dodatečných úprav a/nebo riziku zpoždění v plnění post-akvizičního plánu.
- Nutnost brát v úvahu závislosti na třetích stranách (např. na zákaznících, partnerských společnostech při outsourcingu...). Pokud je splnění úkolu závislé na třetí straně, je vhodné určit pro jeho splnění delší časový interval pro případ zpoždění způsobeného třetí stranou.

## Literatura

- [1] Patria, 2017. *Trh fúzí a akvizic byl loni v regionu nejvyšší od roku 2013*. [online] Dostupné na <<https://www.patria.cz/zpravodajstvi/3435245/trh-fuzi-a-akvizic-bylo-loni-v-regionu-nejvyssi-od-roku-2013.html>> [citováno 12.8.2017]
- [2] Angwin, D. N. (2004). Speed in M&A Integration: The first 100 days. *European Management Journal*, Volume 22, Issue 4, p. 418-430
- [3] Angwin, D. N. a Meadows M. (2015). New Integration Strategies for Post-Acquisition Management. *Long Range Planning*, Volume 48, Issue 4, p. 235-251
- [4] Epstein, M. J. (2004). The Drivers of Success in Post-Merger Integration. *Organizational Dynamics*, Volume 33, Issue 2, p. 174-189
- [5] Epstein, M. J. (2005). The determinants and evaluation of merger success. *Business Horizons*, Volume 48, Issue 1, p. 37-46
- [6] Quah P. and Young S. (2005). Post-acquisition Management. *European Management Journal*, Volume 23, Issue 1, p. 65-75
- [7] Ashkenas R.N. (1998). Making the deal real: how GE Capital Integrates Acquisitions. *Harvard Business Review*, January/February, p. 165–178
- [8] Feldman M. L. a Spratt M. F. (1999). Five Frogs on a Log. *Price Waterhouse Coopers, Harper Business*, p. 36, p.185

# Quality of the reporting under IFRS 8 of issuers of the quoted securities in the Czech Republic

Jiří Šimůnek <sup>1</sup>

## Abstract

This article is focusing on the research of reporting quality according to the standard IFRS 8 (Operating segments) of issuers of the quoted securities when fulfilling their information liability. The primary source of the data is The Central Depository for Regulated Information of The Czech National Bank; the years analyzed are 2013 to 2015. Compared to IAS 14 (Segment Reporting) valid till December 31, 2008, IFRS 8 (valid from January 1, 2009) sets as prevailing criterion qualitatively determined segment as its economically autonomous part of the plant within the accounting unit controlled by Chief Operating Decision Maker (CODM). The main purpose of the article is to analyze whether there is a dependency between the number of segments and chosen financials for selected accounting entity (i.e. that relatively bigger accounting entity will report relatively more segments according to IFRS 8). To ensure comparability, the accounting entities will be divided into a group with prevailing core activity of „Financial and insurance activities“ and other entity according to the Lists of NACE codes published by the EU.

## Key words

International Financial Reporting Standards, IFRS, IAS, IFRS 8, IAS 14, Information asymmetry, Operating segments, Segment reporting, Management approach, Czech Republic

## JEL Classification: M41, G32

## 1. Introduction

The theoretical part of this article is focusing on a brief description of the IFRS 8 Standard (Operating segments), which with the validity of January 1, 2009 replaced standard IAS 14 (Segment reporting). The phenomenon of standardization of accounting reporting especially at regulated stock markets requires more detailed reporting of accounting information which will provide true and fair view of the economic activity of the accounting unit regardless its jurisdiction to the national accounting standards. Under IFRS 8, segment reporting requirements differ in three main respects: identification of segments, measurement basis used, and reported line items (Kajüter, Nienhaus, 2007). The standard is introducing the new methodology of segments' identification. Apart from quantitative criteria there are prevailing qualitative criteria that identify the segment based on Chief Operating Decision Maker (CODM) person. The aim of the practical part is the research of the causality existence between selected financial indicators and the number of reported segments of the subjects under regulation of the Czech National Bank. For the comparison purposes the article also lists the basic statistical indicators of the subjects under regulation of the Czech capital market and reporting under IFRS 8. The conclusion sums up the research findings and also provides ideas for further research in this area.

---

<sup>1</sup> Ing. Jiří Šimůnek, University of Economics in Prague, W. Churchill Square 4, Prague 3, Faculty of Finance and Accounting, jiri.simunek@vse.cz

## 2. Background

The purpose of the standard is to secure for the users of financial reports information about performance and financial position of the individual operating segments. The scope requires the application of this standard for individual or consolidated financial statements of the accounting entity when at least one of the conditions is met:

- its debt or equity instruments are traded in a public market (a domestic or foreign stock exchange or an over-the-counter market, including local and regional markets); or
- it files, or is in the process of filing, its financial statements with a securities commission or other regulatory organization for issuing any class of instruments in a public market.

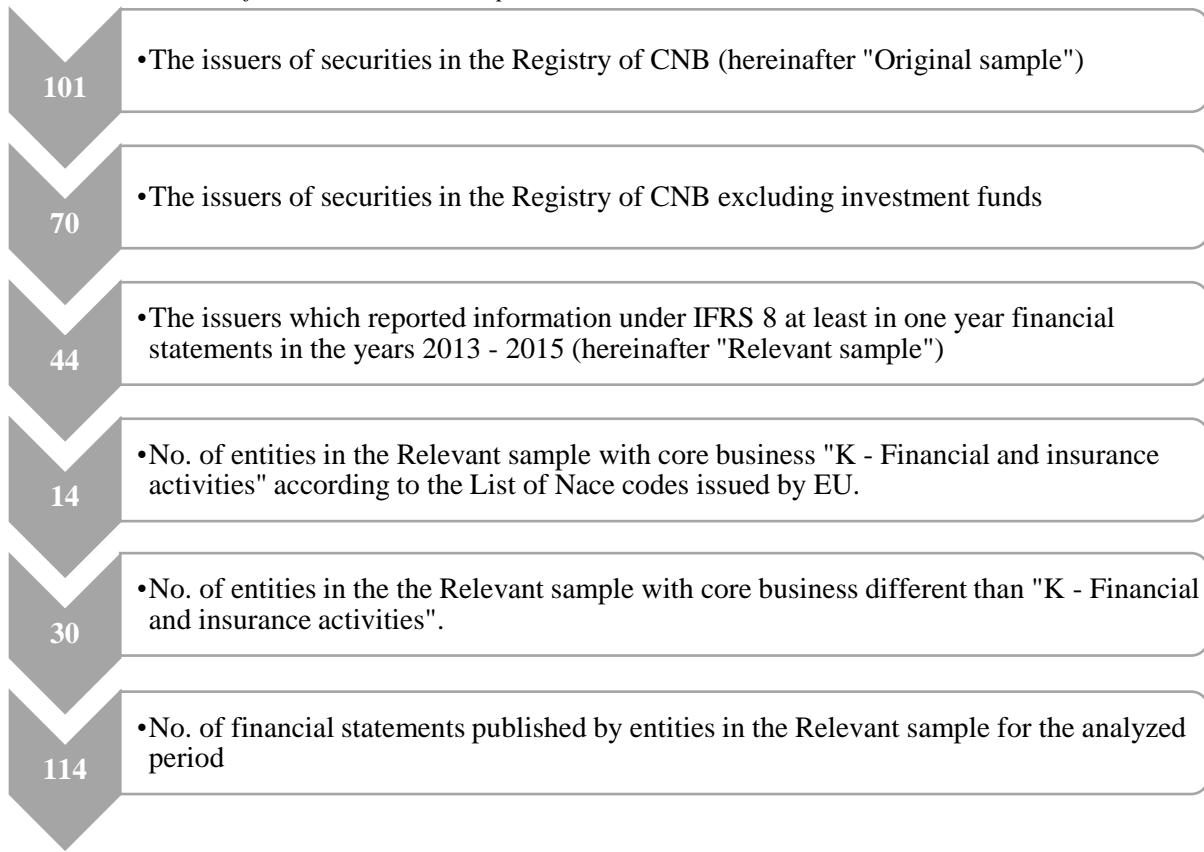
If the accounting unit is a part of the parent, there is a clause to avoid duplication of information when the segment reporting is required only for consolidated financial statements. IFRS 8 compared to the IAS 14 does not require splitting of the segments to primary and secondary. Accounting entity reporting under IFRS 8 reports among others following items by each segment:

- revenues from external customers;
- revenues from transactions with other operating segments of the same entity;
- interest revenue;
- interest expense;
- depreciation and amortization;
- (material items of income and expense disclosed in accordance with paragraph 97 of IAS 1 Presentation of Financial Statements (as revised in 2007);
- the entity's interest in the profit or loss of associates and joint ventures accounted for by the equity method;
- income tax expense or income; and
- material non-cash items other than depreciation and amortization
- revenues split according to the significant external customers and geographical areas.

## 3. Methodology and hypotheses for the research

This research is focused on the issuers of quoted securities in the European Union and those entities under supervision of the Czech National bank according to the Act No. 256/2004 Sb., on Activities on the capital market as subsequently amended and other by-laws. The original sample size was determined according to the status The Central Depository for Regulated Information of The Czech National Bank (hereinafter “Depository CNB”) as of July 20, 2017 and the analyzed period are years 2013 to 2015. The table below summarizes the selection of relevant sample for the research and other characteristics.

*Table 1: Assessment of relevant research sample*



Author: Own creation

Out of 101 issuers of securities, which are in the Registry of CNB, 31 investment funds were excluded due to their specifics versus other subjects in the sample (limited legal personality, shared sources of financing etc.). From the remaining 70 subjects, 44 of them have mentioned information under IFRS 8 at least in one of their financial statements for the years of 2013-2015. These 44 selected subjects published 144 financial statements in the analyzed years. The Relevant sample for the research is 144 financial statements from the original sample. This sample is further divided according to the core activity of the subjects into Financial and insurance activities subjects (group K) and others (all others except group K) according to the List of NACE codes published by the European Union.

Zero hypothesis for the research ( $h_0$ ) is expressing the assumption that there is a positive correlation of at least 10% between profit before tax or total assets (independent variables) and the number of reported segments (dependent variable) among the subjects from the Relevant sample. Alternative hypothesis ( $h_1$ ) is determined compared to zero hypothesis. The idea of positive correlation between one of the independents variable on the dependent variable is coming from the thinking that the more transparent accounting entity (the one reporting relatively more segments) will be more successful in obtaining capital at regulated market (will report higher assets) and/or will make higher profit before taxes.

The following is a summary of hypotheses for the research:

H0: There is a positive correlation among the subjects from the Relevant sample of at least 10% between profit before taxes (EBT) or total assets and the total reported segments.

H1: There is a positive correlation among the subjects from the Relevant sample less than 10% between profit before taxes (EBT) or total assets and the total reported segments.

For the hypotheses testing the correlation matrix method was selected. For the summary of used entry values, the elementary indicators of descriptive statistics will be applied.

## 4. Hypotheses testing

Table 2: Correlation matrix – all subjects in the Relevant sample

<b>Total assets</b>	<b>Profit before taxes</b>	<b>No. of segments</b>	
1,0000	0,9225	0,2181	<b>Total assets</b>
	1,0000	0,1380	<b>Profit before taxes</b>
		1,0000	<b>No. of segments</b>

Author: Own creation based on the collected data

No. of subjects: 44

No. of observations: 114

Critical test value for level alpha = 0,1840 pro n = 114

From Table 2 we can see a weak positive correlation of the number of segments on both total assets (+ 0,2181) and profit before taxes (+ 0,1380). The critical value (5%) is at least higher at the independent variable profit before taxes, therefore **we decline alternative hypothesis H1 and conclude on zero hypothesis H0**.

Table 3: Correlation matrix – subjects in the Relevant sample without financial and insurance institutions

<b>Total assets</b>	<b>Profit before taxes</b>	<b>No. of segments</b>	
1,0000	0,9589	0,0794	<b>Total assets</b>
	1,0000	0,1091	<b>Profit before taxes</b>
		1,0000	<b>No. of segments</b>

Author: Own creation based on the collected data

No. of subjects: 30

No. of observations: 78

Critical test value for level alpha = 0,2227 pro n = 78

From Table 3 we can see a weak positive correlation of the number of segments on both total assets (+ 0,0794) and profit before taxes (+ 0,1091). The critical value (5%) is higher at the independent variable profit before taxes and total assets, therefore **we decline alternative hypothesis H1 and conclude on zero hypothesis H0** (correlation higher than 10% was proven only for the item profit before taxes).

Table 4: Correlation matrix – subjects in the Relevant sample only financial and insurance institutions

<b>Total assets</b>	<b>Profit before taxes</b>	<b>No. of segments</b>	
1,0000	0,8506	0,7212	<b>Total assets</b>
	1,0000	0,4498	<b>Profit before taxes</b>
		1,0000	<b>No. of segments</b>

Author: Own creation based on the collected data

No. of subjects: 14

No. of observations: 36

Critical test value for level alpha = 0,3291 pro n = 36

From Table 4 we can see a moderately strong correlation between the number of segments on both total assets (+ 0,7212) and profit before taxes (+ 0,4498). The critical value (5%) is however lower at the independent variable profit before taxes and total assets. **Therefore we decline zero hypothesis H0 and conclude on alternative hypothesis H1.**

## 5. Basic indicators of descriptive statistics

(in mil. CZK rounded to single digit mathematically, if not stated otherwise)

The three tables below show values of basic indicators of descriptive statistics (mean value, median, minimum and maximum) subsequently according to the split of the Relevant sample from the chapter “Hypotheses testing”.

- a) All subjects in the Relevant sample

*Table 5: Basic indicators – all subjects*

	<i>Mean value</i>	<i>Median</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>
<b>Total assets</b>	233 660	13 465	1,3	3 741 920
<b>Profit before taxes</b>	5 593	425,20	-1 639,1	124 228
<b>No. of segments</b>	4	4	1	10

Author: Own creation based on the collected data

- b) Subjects in the Relevant sample without financial and insurance institutions

*Table 6: Basic indicators – Subjects in the Relevant sample without financial and insurance institutions*

	<i>Mean value</i>	<i>Median</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>
<b>Total assets</b>	167 325	5 559	1,3	3 741 920
<b>Profit before taxes</b>	5 684	102	-1 639,1	124 228
<b>No. of segments</b>	4	4	1	9

Author: Own creation based on the collected data

- c) Subjects in the Relevant sample only financial and insurance institutions

*Table 7: Basic indicators – Subjects in the Relevant sample only financial and insurance institutions*

	<i>Mean value</i>	<i>Median</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>
<b>Total assets</b>	372 734	202 587	4 528	1 173 848
<b>Profit before taxes</b>	5 396	3 615	-3,6	19 481
<b>No. of segments</b>	4	4	1	10

Author: Own creation based on the collected data

## 6. Research interpretation

- 1) In case of the first model situation (all subjects in the Relevant sample), we can conclude that there is a weak correlation only between profit before taxes and the number of segments. Positive dependency of the number of segments on total assets cannot be reliably proven.
- 2) The second model (subjects in the Relevant sample without financial and insurance institutions) shows a weak positive correlation of the number of segments and profit before taxes. The dependency between the total assets and the number of segment is only very weak. The model seems according to the test as reliable.
- 3) The third model (subjects in the Relevant sample – only financial and insurance institutions) shows the strongest correlation, but this model did not pass the reliability test. Therefore we cannot conclude that there exists enough reliable correlation between profit before taxes or total assets and the number of segments.

## 7. Conclusion

The aim of this article has been fulfilled by the theoretical definition of IFRS 8 standard and execution of the empiric study on the correlation of selected financial indicators and the number of reported segments. Weak positive correlation occurred especially with subjects other than financial and insurance institutions, which differentiate from other subjects (together with excluded investment funds) by some specific characteristics – high value of total assets, less stable values of indicators dependent on macroeconomics of the country etc. Based on this study we can conclude that with the increasing assets and earned profits increases also the number of reported segments. Accounting entities reporting relatively more segments are more transparent to investors, therefore they can more easily obtain capital via regulated markets and thanks to these resources can extend their assets and generate higher profit year on year.

To assess the quality of the reported information in the individual financial statements/annual reports (qualitative analysis) could be a topic for another research. Reporting under IFRS 8 could reveal to the investors some strategic information about the entity and that is why there can be a tendency not to fully report some of the mandatory information. An additional research topic could be a comparison of the number of reported segments in the identical sample under IAS 14 and IFRS 8. Prevailing qualitative criteria of IFRS 8 assume an increase of the number of segments compared to reporting under IAS 14.

## References

- [1] Kajüter, P. and Nienhaus, M. (2017). *The impact of IFRS 8 adoption on the usefulness of segment reports*. Abacus, 53(1), p. 28-58.
- [2] INTERNATIONAL ACCOUNTING STANDARDS. COMMISSION REGULATION (EC) No 1126/2008 [online]. 2008 [cit. 2017-08-11]. <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:32008R1126&from=EN>
- [3] Barneto, P., & Ouvrard, S. (2015). *Is the firm's business model related to segment reporting?* Research in International Business and Finance, 35, p. 122-137. doi:10.1016/j.ribaf.2015.06.001

- [4] Nichols, N. B., Street, D. L., & Tarca, A. (2013). *The impact of segment reporting under the IFRS 8 and SFAS 131 management approach: A research review*. Journal of International Financial Management and Accounting, 24(3), p .261-312. doi:10.1111/jifm.12012
- [5] Bugeja, M., Czernkowski, R., & Moran, D. (2015). *The impact of the management approach on segment reporting*. Journal of Business Finance and Accounting, 42(3-4). 310-366. doi:10.1111/jbfa.12102
- [6] André, P., Filip, A., & Moldovan, R. (2016). *Segment disclosure quantity and quality under IFRS 8: Determinants and the effect on financial analysts' earnings forecast errors*. International Journal of Accounting, 51(4), p. 443-461. doi:10.1016/j.intacc.2016.10.008
- [7] Nienhaus, M. (2015). *Segment reporting under IFRS 8: Reporting practice and economic consequences*. Segment reporting under IFRS 8: Reporting practice and economic consequences ,p. 1-248. doi:10.3726/978-3-653-05653-2
- [8] Schmidt, M. (2017). *Aligning financial and management accounting policies: What drives integration? - empirical evidence from german IFRS 8 segment reports*. Advances in Management Accounting, 28/2017 p. 155-189. doi:10.1108/S1474-787120170000028006
- [9] THE CENTRAL DEPOSITORY FOR REGULATED INFORMATION OF THE CZECH NATIONAL BANK [online]. 2017 [cit. 2017-07-20].  
[https://oam.cnb.cz/sipresextdad/SIPRESWEB.WEB21.START\\_INPUT\\_OAM?p\\_lang=cz](https://oam.cnb.cz/sipresextdad/SIPRESWEB.WEB21.START_INPUT_OAM?p_lang=cz)
- [10] Aleksanyan, M., & Danbolt, J. (2015). *Segment reporting: Is IFRS 8 really better?* Accounting in Europe, 12(1), 37-60. doi:10.1080/17449480.2015.1027239

# Estimation of Claim Frequency by Generalized Linear Models

Adéla Špačková<sup>1</sup>

## Abstract

Paper is focused on estimation of claim frequency for a motor hull insurance portfolio. In this article is used negative-binomial probability distribution for estimation. Parameters of model are estimated by maximum likelihood method at level of significant 0,05. Majority of the estimated parameters were statistically significant. The aim of this paper is estimation of claim frequency for a motor hull insurance portfolio. The partial goal of this article is establishment effect of categorical data. Verification of the model parameters has been performed by a Wald test. Verification of model has been established by likelihood ratio, pearson residual, Akaike information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC).

## Key words

Vehicle insurance, generalized linear models, negative-binomial regression, claim frequency

**JEL Classification:** G20, G22

## 1. Úvod

V dnešním sofistikovaném světě jsou veškeré subjekty vystaveny riziku. Riziko může být chápáno jako negativní důsledek nahodilosti, které může způsobit jednotlivci nebo i celé společnosti obrovské (většinou finanční) ztráty. Nahodilost pojistných událostí a jeho důsledek (tj. výše škody a počet škod) jsou združením nejistoty vývoje budoucího pojistného plnění, jenž se pojišťovna zavázala svým klientům vyplatit. Tuto nejistotu lze vyjádřit vhodným rozdělením pravděpodobnosti.

## 2. Popis modelu počtu škod

Cílem článku je modelování četnosti škod pomocí zobecněných lineárních modelů na reálných datech havarijního pojištění. Dílčím cílem je zjistit také vliv kategoriálních veličin na škodní frekvenci. Modely počtu škod, jež mohou vzniknout na  $n$  počtu pojistných smluv během určitého časového intervalu. Počet škod bývá označován písmenem  $N$  a nabývá hodnot z intervalu nezáporných celých čísel, tedy  $N \in N_0 = \{0,1,2,\dots\}$ . Z tohoto tvrzení lze tedy konstatovat, že modely počtu škod budou modelovány pomocí rozdělení diskrétních (nespojitých) náhodných veličin. Jako vhodné rozdělení pravděpodobnosti se jeví Poissonovo a negativně-binomické. Na základě předchozího výzkumu je pro účely tohoto článku vybráno negativně-binomické rozdělení pravděpodobnosti.

### 2.1 Negativně-binomické rozdělení pravděpodobnosti

Negativně binomické rozdělení pochází z exponenciální rodiny rozdělení pravděpodobnosti a lze jej odvodit hned několika způsoby. Typickým příkladem je odvození na základě Bernoulliho posloupnosti nezávislých pokusů jakožto rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny  $Y$ , která v tomto případě představuje počet neúspěšných Bernoulliho pokusů, jež

<sup>1</sup> Ing. Adéla Špačková, VŠB – TU Ostrava, Faculty of Economics, Department of Finance, Sokolská třída 33, 702 00 Ostrava, Czech Republic, e-mail: adela.spackova@vsb.cz

předchází  $k$ -tému úspěšnému pokusu  $k \in \{1,2,\dots\}$ . Pravděpodobnost neúspěchu je definována jako  $1-\pi$ , kde  $\pi$  je pravděpodobnosti úspěchu v jednotlivém pokusu a  $\pi \in [0;1]$ . Hustota pravděpodobnostní funkce u negativního binomického rozdělení je dána vztahem:

$$f(Y;k;\pi) = \binom{Y+k-1}{Y} \cdot (1-\pi)^Y \pi^k. \quad (2.1)$$

Dále platí, že v rámci NB rozdělení je:  $k>0$  a  $0<\pi<1$ .

$$(2.2)$$

Střední hodnotu lze zapsat ve tvaru:  $\mu = E(Y) = (k(1-\pi))/\pi$ ,

$$(2.3)$$

rozptyl je definován:  $\sigma^2 = Var(Y) = (k(1-\pi))/\pi^2$ ,

$$(2.4)$$

Pravděpodobnostní funkci je možné upravit zavedením proměnné  $p$ , kdy potom platí  $\pi=1/(1-p)$ . Nová (upravená) pravděpodobnostní funkce nabývá tvaru:

$$f(y;p;k) = \binom{-k}{Y} \cdot p^y \cdot (1-p)^{-k-y}. \quad (2.5)$$

a právě kvůli zápornému  $k$ , je rozdělení pravděpodobnosti nazýváno jako negativně-binomické HILBE(2011). Nevýhodou tohoto rozdělení je existence nad-rozptylu (overdispersion), tzn., že  $Var(Y) > E(Y)$ .

### 3. Zobecněný lineární regresní model

Zobecněný lineární model, dále už jen GLM, zobecňuje klasický lineární model ve dvou předpokladech, prvním předpokladem je, že hodnota lineárního prediktoru je rovna transformované střední hodnotě vektoru hodnot vysvětlovaných proměnných. Lineární prediktor lze tedy zapsat:

$$N = X\beta = g(\mu),$$

$$(2.6)$$

kde  $N$  je hodnota lineárního prediktoru,  $X$  je regresní matice vysvětlujících proměnných,  $\beta$  je vektor regresních parametrů,  $g(\mu)$  je spojovací funkce  $g$  (link function).

Dalším zobecněním je zmírnění předpokladů kladených na chybovou složku  $\varepsilon$ . U modelů GLM je splněn předpoklad rozdělení vektoru chybové složky  $\varepsilon$  exponenciálního typu (exponential family) a to v důsledku skutečnosti, že vektor chybové složky  $\varepsilon$  často v praxi bývá heteroskedastický, více viz GRAY, Roger J. a Susan M. PITTS (2012) a HARDIN, James W. a Joseph HILBE (2012).

#### 3.1 Pravděpodobnostní rozdělení exponenciálního typu

Základem GLM je rozdělení jež pochází z exponenciální rodiny rozdělení pravděpodobnosti, jímž je nahrazován předpoklad normálního rozdělení pravděpodobnosti vysvětlované proměnné. Exponenciální třída rozdělení pravděpodobnosti je definována hustotou rozdělením pravděpodobnosti, kterou lze obecně zapsat:

$$f(Y) = c(Y;\theta,\phi) = \exp\left\{\frac{Y\theta - (\alpha\theta)}{\phi} + c(Y,\phi)\right\}, \quad (3.1)$$

kde  $f(Y)$  je funkce závislé vysvětlované proměnné,  $c(Y,\phi)$  a  $(\alpha\theta)$  jsou funkce dopředu známé, jež definují konkrétní rozdělení pravděpodobnosti vysvětlované proměnné  $Y$ ,  $\theta$  je

kanonický parametr, který není známý a taktéž není známý disperzní parametr  $\phi$  viz HARDIN, James W. a Joseph HILBE (2012) a LONG, J. Scott a Jeremy FREESE (2014).

### 3.2 Spojovací funkce

Pomocí spojovací funkce  $g(\mu)$  dochází k transformaci vektoru středních hodnot vysvětlované proměnné. Spojovací funkce by měla být vhodně zvolena, aby co nejlépe vystihovala vlastnosti modelovaného vektoru vysvětlované proměnné. Vysvětlovaná proměnná počet škod může nabývat jen kladných hodnot a tuto vlastnost lze vhodně zohlednit např. použitím logaritmické spojovací funkce.

$$\ln(\mu) = g(\mu) \text{ a tedy, } \mu_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_n x_{in}}.$$

(3.2)

### 3.3 Odhad parametrů modelu $\beta$

V případě GLM se odhad vektoru regresních parametrů  $\beta$  provádí metodou maximální věrohodnosti.

#### 3.3.1 Metoda maximální věrohodnosti

Tato metoda je založena na maximalizaci logaritmu věrohodnostní funkce viz LONG, J. Scott a Jeremy FREESE (2014). Zlogaritmovanou věrohodnostní funkci pro exponenciální typ rozdělení lze zapsat:

$$l(\beta, \phi) = \sum_{i=1}^n \ln f(Y_i; \beta, \phi) = \sum_{i=1}^n \left\{ \ln c(Y_i, \phi) + \frac{Y_i \theta_i - \alpha(\theta_i)}{\phi} \right\},$$

(3.3)

Maximalizace logaritmu věrohodnostní funkce je dána:

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial l}{\partial \theta_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial \mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial n_i} \frac{\partial n_i}{\partial \beta_n} = 0,$$

(3.4)

přičemž pro jednotlivé parametry platí:

$$\frac{\partial l}{\partial \theta_i} = \frac{(Y_i - \alpha'(\theta_i))}{\phi} = \frac{Y_i - \mu_i}{\phi},$$

(3.5)

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \mu_i} = \frac{1}{\alpha''(\theta_i)} = \frac{1}{Vf(\mu_i)},$$

(3.6)

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial n_i} = \frac{1}{g'(\mu_i)},$$

(3.7)

$$\frac{\partial n_i}{\partial \beta_n} = x_{ij}.$$

(3.8)

Věrohodnostní funkci lze upravit:

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_n} = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \mu_i)x_{ij}}{Vf(\mu_i)' \phi g'(\mu_i)} = 0. \quad (3.9)$$

Zobecněné lineární modely jsou odhadovány pomocí *Newton-Raphson* metody, nebo metodou *IRLS* (metoda iterativně vážených nejmenších čtverců). Pomocí algoritmu Newthon-Rapson lze získat *pozorovanou informační matici* (OIM), naopak metodou IRLS *získáme očekávanou informační matici* (EIM) viz GRAY, Roger J. a Susan M. PITTS (2012).

### 3.4 Verifikace

V případě verifikace modelu a jeho parametrů jsou ověřovány předpoklady, sloužící pro ověření vhodnosti daného modelu. V mnoha případech jsou tyto předpoklady platné pro různý typ rozdělení pravděpodobnosti. Jako první krok je provedeno statistické testování významnosti parametrů modelu pomocí Waldova testu, poté se testuje model jako celek. Model jako celek lze testovat např. ukazatelem věrohodnosti (likelihood ratio), reziduí a také pomocí informačních kritérií *AIC* a *BIC*.

#### 3.4.1 Waldův test

Waldův test parametrů modelu spočívá ve stanovení nulové hypotézy oproti alternativní. Tento test je alternativní t-testu, který je aplikovatelný u klasického lineárního modelu, jedinou podmínkou použitelnosti Waldova testu je rozsáhlý soubor dat. Nulová hypotéza nabývá tvaru:

$$H_0 = \hat{\beta} = 0,$$

(3.10)

oproti alternativní hypotéze:

$$H_A = \hat{\beta} \neq 0.$$

(3.11)

Testová Waldova statistika má  $\chi^2$  rozdělení s jedním stupněm volnosti a je dána vztahem:

$$W = \left( \frac{\hat{\beta}}{s\hat{\beta}} \right)^2,$$

(3.12)

kde  $s\hat{\beta}$  je standardní odchylka odhadnutého parametru.

#### 3.4.2 Ukazatel věrohodnosti

Ukazatel věrohodnosti (likelihood ratio), dále už jen *LR*, je používán pro srovnání modelů. V rámci testu je nutné vypočítat odhady parametrů jak pro úplný model, tak i pro model redukovaný. Testová statistika je poté dána tvarem:

$$LR = -2(\log L_I - \log L_F). \quad (3.13)$$

Věrohodnostní statistika má při velkých výběrech rozdělení Pearsonovy  $\chi^2$  statistiky s počtem volnosti, který je poté roven rozdílu počtu parametrů testovaných modelů. Hodnota *LR* testu je vysoká tehdy, má-li vysvětlující proměnná (lineární regresor) v modelu vliv na vysvětlovanou proměnnou viz HARDIN, James W. a Joseph HILBE (2012). Test poměrem

věrohodnosti je alternativou F-testu u lineárního regresního modelu a je vhodný jej použít tehdy, pokud je uvažováno o přidání další vysvětlující proměnné do modelu.

### 3.4.3 Testování reziduí

Pomocí analýzy reziduí lze taktéž zjistit informaci o vhodnosti použitého modelu. Tato analýza by neměla být opomíjena z důvodu špatného výběru typu modelu, linkovací funkce apod. Reziduum lze využít jak k posouzení kvality modelu, tak např. k detekci odlehých pozorování a ověření předpokladu o rozptylu. V rámci GLM je nejvíce používaná Pearsonova residua viz OHLSSON, Esbjörn a Björn JOHANSSON (2010) a Valecký (2015).

Standardizovaná rezidua, známá jako Pearsonova, je dána vztahem:

$$r_i^P = \frac{Y_i - \hat{\mu}_i}{\sqrt{V(\hat{\mu}_i)}},$$

(3.14)

kde  $V(\hat{\mu}_i)$  značí rozptyl.

Devianční rezidua:

$$r_i^D = \text{sign}(y_i - \hat{\mu}_i) \cdot (\sqrt{d(y_i \cdot \mu_i)}), \quad (3.15)$$

kde  $(\sqrt{d(y_i \cdot \mu_i)})$  značí distanční funkci, která představuje odlehlosť od odhadované střední hodnoty k pozorované.

### 3.4.4 Akaikeho a Bayesovo informační kritérium

Podstatou těchto kritérií je srovnání modelů mezi sebou a za nejvhodnější model je považován takový model, jehož hodnota  $AIC$  a  $BIC$  je nejnižší. Akaikeho informační kritérium je dáno vztahem:

$$AIC = 2k - 2\log(L), \quad (3.16)$$

kde  $k$  je počet prediktorů modelu vč. konstanty,  $\log(L)$  je log-likelihood model, neboli logaritmus věrohodnostní funkce.

Bayesovo infotmační kritérium je dáno vztahem:

$$BIC = -2\log L + k \log(n), \quad (3.17)$$

$n$  je počet pozorování.

## 4. Odhad modelu pomocí GLM

Cílem článku je modelování četnosti škod pomocí zobecněných lineárních modelů na reálných datech havarijního pojištění. Dílčím cílem je zjistit také vliv kategoriálních veličin na škodní frekvenci. Jako první bude sestaven model se spojitými daty, poté budou spojitá data převedena na kategoriální a bude zjištěn vliv této změny na odhad škodní frekvence. Aby byla zaručena srovnatelnost, budou oba modely odhadovány za stejných podmínek, tj. rozdelení bude negativně-binomické s logaritmickou link funkcí.

## 4.1 Data

Pro potřeby tohoto článku byl použit náhodný výběr reálných dat pojistných smluv havarijního pojištění uzavřených na území ČR v letech 2005-2010, soubor obsahuje celkem 18 112 smluv. Veškeré výpočty jsou provedeny v programu STATA 14.0. Do odhadu jsou zahrnutu následující regresní charakteristiky viz Tabulka 4.1, jenž byly po následném testování statisticky významné. Výstup tohoto odhadu je označen pod názvem model1.

*Tabulka 4.1 Popis proměnných modelu 1*

zkratka	popis	hodnoty
<i>count</i>	Počet škod	(0-3 škod)
<i>agecar</i>	Stáří vozidla	(0-28 let)
<i>ageman</i>	Věk řidiče	(19-88 let)
<i>kwvol</i>	Síla motoru	(20-116 jednotek) <sup>2</sup>
<i>price</i>	Cena vozidla	(15 – 6 704 tis. Kč)
<i>fuel</i>	Typ paliva	(benzin, diesel a ostatní)
<i>phys</i>	Typ vlastníka	(Fyzická nebo právnická osoba)
<i>gender</i>	Pohlaví řidiče	(Muž nebo žena)
<i>district</i>	Kraj	Královehradecký, Pardubický.. atd.

V Tabulce 4.2 jsou zobrazeny základní statistické charakteristiky vysvětlujících proměnných.

*Tabulka 4.2 Statistické charakteristiky jednotlivých proměnných modelu 1*

proměnná	koeficient $\beta$	st.chyba odhadu	p-value	dolní interval	horní interval
<i>agecar</i>	-0,0268	0,0097	0,0060	-0,0078	-0,0457
<i>kwvol</i>	0,0107	0,0016	0,0000	0,0075	0,0139
<i>diesel</i>	0,5056	0,0632	0,0000	0,3817	0,6295
<i>p-butane</i>	-9,6822	384,1284	0,9800	-762,5600	743,1956
<i>other</i>	0,1403	1,0315	0,8920	-1,8813	2,1620
<i>gender</i>	0,2716	0,0792	0,0010	0,1162	0,4269
<i>ageman</i>	-0,0160	0,0029	0,0000	-0,0218	-0,0103
<i>price</i>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<i>Královehradecký</i>	-0,4713	0,2652	0,0760	-0,9911	0,0485
<i>Pardubický</i>	-0,2657	0,2443	0,2770	-0,7444	0,2131
<i>Ústecký</i>	0,0746	0,1981	0,7060	-0,3137	0,4629
<i>Jihomoravský</i>	-0,1118	0,1832	0,5420	-0,4709	0,2473
<i>Liberecký</i>	0,4348	0,1970	2,2100	0,0486	0,8210
<i>Plzeňský</i>	-0,1184	0,2367	0,6170	-0,5823	0,3456
<i>Zlínský</i>	-0,2130	0,2275	0,3490	-0,6588	0,2329
<i>Karlovarský</i>	-0,1372	0,2511	0,5850	-0,6293	0,3549
<i>Moravskoslezský</i>	-0,2464	0,1814	0,1740	-0,6019	0,1091
<i>Praha</i>	0,2165	0,1523	0,1550	-0,0821	0,5151
<i>Vysočina</i>	-0,8923	0,2915	0,0020	-1,4636	-0,3210
<i>Olomoucký</i>	-0,0479	0,2161	0,8240	-0,4715	0,3756
<i>Sředočeský</i>	-0,0216	0,1651	0,8960	-0,3452	0,3021

Nutno poznamenat, hodnota p-value u proměnných *p-butane*, *other* a *district* byla vyšší než 0,05, což samozřejmě značí nevýznamnost regresorů na proměnou *count*. Na základě testování pomocí Wald testu byly tyto proměnné shledány za významné a byly tedy zahrnuty do výsledného modelu. V Tabulce 4.3 jsou uvedeny výsledky Wald testu.

<sup>2</sup> Proměnná *kwvol* byla vytvořena dle vztahu proměnných *kw/volume*·1000 z důvodu existence kolinearity.

Tabulka 4.3 Výsledky Waldova testu proměnných *fuel* a *district*

$\chi^2(3)$	Významost > $\chi^2$
<i>fuel</i>	
63,95	0,0000
$\chi^2(13)$	Významost > $\chi^2$
<i>district</i>	
56,22	0,0000

Z Tabulky 4.3 je patrné, že hodnota významnosti  $\chi^2$  rozdělení je 0,000, tj. je přijata alternativní hypotéza, že alespoň jeden odhadovaný parametr je statisticky významný.

#### 4.1.1 Tarifní analýza

V této subkapitole budou spojité vysvětlující proměnné obsažené v modelu 1 kategorizovány. V prvním kroku je kategorizována každá spojitá proměnná zvlášť. Existuje víceropůsobů jak ke kategorizaci přistupovat, byl zvolen způsob, kdy jsou kategorie určeny dle subjektivního uvážení. Důležité poznamenat, že kategorizováním dat může dojít ke ztrátám některých podstatných informací. Kategorizovány budou proměnné *agecar*, *ageman*, *price* a *kwvol*. V Tabulce 4.4 je zobrazena kategorizace výše uvedených veličin.

Tabulka 4.4 popis proměnných modelu 2

zkratka	popis	hodnoty
<i>count</i>	Počet škod	(0-3 škody)
<i>catagecar</i>	Stáří vozidla	kategorie 1 (nová auta) kategorie 2 (2-3 roky) kategorie 3 (4-7 let) kategorie 4 (8-12 let) kategorie 5 (12 a více)
<i>catageman</i>	Věk řidiče	kategorie 1 (18-25 let) kategorie 2 (26-35 let) kategorie 3 (36-50 let) kategorie 4 (50 a více)
<i>catkwvol</i>	Síla motoru	kategorie 1 (20-50 jednotek) kategorie 2 (51-80 jednotek) kategorie 3 (81-100 jednotek) kategorie 4 (101 a více jednotek)
<i>catprice</i>	Cena vozidla	kategorie 1 (15-150 tis. Kč) kategorie 2 (150-250 tis. Kč) kategorie 3 (250-350 tis. Kč) kategorie 4 (350-500 tis. Kč) kategorie 5 (500 tis. a více Kč)
<i>fuel</i>	Typ paliva	(benzin, diesel a ostatní)
<i>phys</i>	Typ vlastníka	(Fyzická nebo právnická osoba)
<i>gender</i>	Pohlaví řidiče	(Muž nebo žena)
<i>district</i>	Kraj	Královehradecký, Pardubický.. atd.

V Tabulce 4.5 jsou uvedeny výsledky základních statistických charakteristik jednotlivých proměnných.

Tabulka 4.5 Statistické charakteristiky jednotlivých proměnných modelu 2

proměnná	koeficient $\beta$	st.chyba odhadu	p-value	dolní interval	horní interval
<i>catprice</i>					
kategorie 2	-0,1274	0,1322	0,3350	-0,3866	0,1318
kategorie 3	0,0389	0,1217	0,7490	-0,1995	0,2774
kategorie 4	0,3894	0,1239	0,0020	0,1463	0,6324
kategorie 5	0,7165	0,1184	0,0000	0,4843	0,4843

<i>catkwvol</i>					
kategorie 2	0,5227	0,0778	0,0000	0,3704	0,6751
kategorie 3	0,5218	0,2642	0,0480	0,0040	1,0396
kategorie 4	0,5403	0,7424	0,4670	-0,9148	1,9954
<i>catagecar</i>					
kategorie 2	0,5149	0,1268	0,0000	0,2663	0,7635
kategorie 3	0,4134	0,1257	0,0010	0,1670	0,6598
kategorie 4	0,1275	0,1406	0,3640	-0,1481	0,4032
kategorie 5	-0,3611	0,4306	0,4020	-1,2050	0,4827
<i>catageman</i>					
kategorie 2	-0,7979	0,1923	0,0000	-1,1748	-0,4210
kategorie 3	-1,0472	0,1874	0,0000	-1,4145	-0,6798
kategorie 4	-0,9327	0,1789	0,0000	-1,2833	-0,5822

Základem pro odhad počtu škod např. veličinou *catprice* je kategorie 1, jejíž cena vozidla nepřesahuje hodnotu 150 tis. Kč. Nutno podotknout, že některé proměnné kategorie *catprice*, *catkwvol* a *catagecar* jsou statisticky nevýznamné na hladině spolehlivosti 95 %, právě z tohoto důvodu jsou podrobeny Waldovým testem. V nulové hypotéze je testován předpoklad, že veškeré proměnné každé kategorie zvlášť jsou rovny nule, tj. statisticky nevýznamné, oproti alternativní hypotéze, že alespoň jeden parametr je nenulový. Výsledky Wald testu jsou zobrazeny v Tabulce 4.6.

Tabulka 4.6 Výsledky Waldova testu proměnných *catprice*, *catkwvol* a *catagecar*

$\chi^2(4)$	Významnost > $\chi^2$
<i>catprice</i>	
114,60	0,0000
$\chi^2(3)$	
48,11	0,0000
$\chi^2(13)$	
<i>catkwvol</i>	
31,79	0,0000

Waldovým testem bylo zjištěno, že kategorie *catprice*, *catkwvol* a *catagecar* jsou jako celek významné, nebudou tedy z modelu vynechány.

#### 4.2 Stanovení modelu, testování a porovnání modelů

V tomto kroku je odhadnut nový model 2 s kategorizovanými proměnnými. Koeficienty v modelu jsou odhadnuty pomocí metody maximální věrohodnosti. Odhad standardizované chyby odhadu je proveden pomocí Newton-Rapson algoritmu *OIM*, které je obsaženo v základním nastavení programu. Proměnné pocházejí z family negativně-binomického rozdělení, link funkce bude opět logaritmická a model bude standardně odhadován na 5% hladině významnosti. Po odhadnutí bude srovnán na základě *LR* testu s dříve odhadovaným modelem 1. V dalším kroku budou oba modely srovnány na základě vývoje deviančních a pearsonových reziduí. V následující tabulce je provedeno srovnání obou modelů.

Tabulka 4.7 porovnání modelu 1 a modelu 2

proměnná	Model 1	Model 2
Pearsonova rezidua	1,0024	1,0023
AIC	0,4318	0,4308
BIC	-115047,8000	-114933,2000

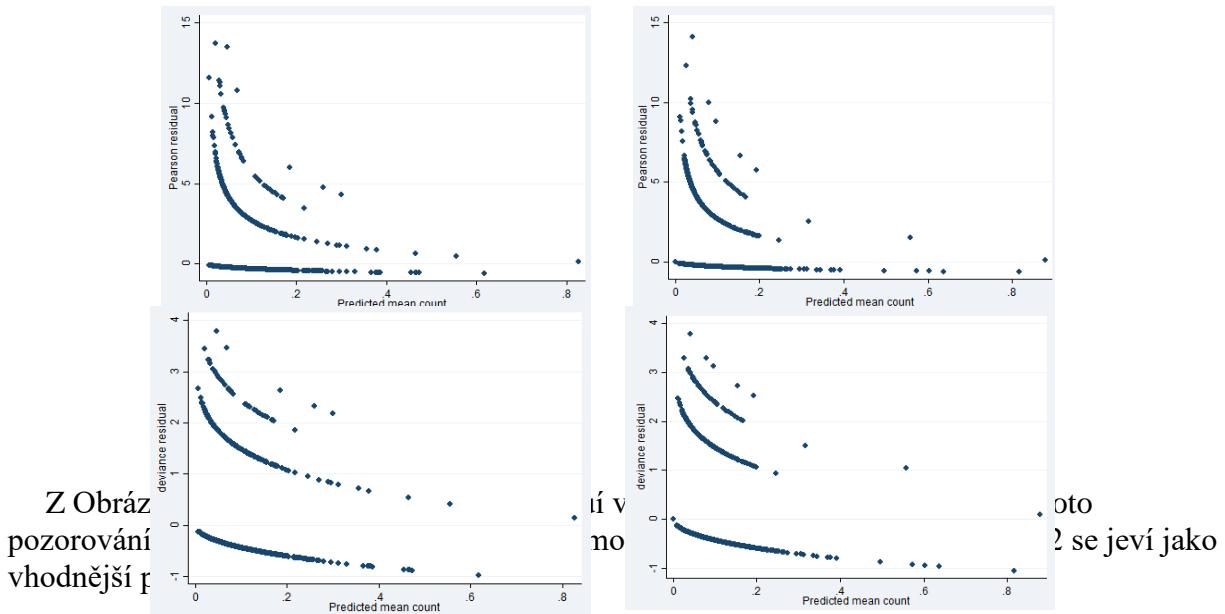
Z Tabulky 4.7 jasně vyplývá, že model 2 je pro modelování počtu škod vhodnější. Výše odhadnutý model je nyní porovnán testem věrohodnosti s modelem 1.

Tabulka 4.8 LR test

Likelihood ratio $\chi^2$ (8)	Významnost > $\chi^2$
28,01	0,0000

Z výsledků testu věrohodnosti vyplýnulo, viz Tabulka 4.8, že model 2 je vhodnější pro modelování počtu škod. Z výsledků taktéž vyplývá, že kategorizace dat v tomto případě má smysl. V dalším kroku jsou oba modely srovnány vývojem pearsonových a deviančních reziduí viz Obrázek 4.1.

Obrázek 4.1 Porovnání reziduí modelu 1 a modelu 2



## 5. Závěr

Nahodilost pojistných událostí a jeho důsledek (tj. výše škody a počet škod) jsou zdrojem nejistoty vývoje budoucího pojistného plnění, jenž se pojišťovna zavázala svým klientům vyplatit. Tuto nejistotu lze vyjádřit vhodným rozdělením pravděpodobnosti.

Cílem článku bylo modelování počtu škod pomocí zobecněných lineárních modelů na reálných datech havarijního pojistění. Dílcím cílem bylo také zjistit vliv kategoriálních veličin na škodní frekvenci.

V prvním kroku byl testován vliv na vysvětovanou proměnnou *count* a poté byly vybrány vhodné lineární regresory k jeho odhadu a taktéž byla odstraněna kolinearita mezi proměnnými *kw* a *volume* vytvořením „pseudo“ proměnné. Na základě testování jednotlivých parametrů modelu byly některé proměnné shledány jako statisticky nevýznamné. Poté byla ověřována jejich významnost jako celku Waldovým testem a bylo zjištěno, že na hladině spolehlivosti 95% významné jsou.

Po zvolení vhodných regresorů byl odhadován model 1, se spojitými a kategoriálními daty, koeficienty  $\beta$  byly odhadovány metodou maximální věrohodnosti a bylo předpokládáno, že model a jeho proměnné pocházejí z negativně-binomického rozdělení s linkovací funkcí logaritmickou.

Dílcím cílem bylo zjištění vlivu kategorizace dat na modelaci počtu škod. V modelu 1 byly jeho (některé) spojité vysvětlující regresory převedeny na kategoriální. Tyto kategoriální veličiny byly opět podrobeny analýze a byl testován opět vliv na proměnnou *count*. Některé proměnné se opět jevily jako statisticky nevýznamné, avšak Waldovým testem bylo zjištěno, že významné jsou a proto byly ponechány v modelu.

Z výsledné analýzy bylo zjištěno, že kategorizace veličin v pojišťovnictví do jisté míry smysl má, může napomáhat ke zpřesnění odhadovaného modelu. Pro odhadování počtu škod se tedy model 2, jenž obsahoval více kategoriálních dat, jevíl jako vhodnější.

## Acknowledgement

This research was financially supported by the SGS Project VŠB-TU Ostrava SP2017/148 „Finanční rozhodování podniků a finančních institucí za rizika“.

## References

- [1] CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce*. Praha: Grada Publishing, 2006. ISBN 80-247-1633-X.
- [2] CIPRA, Tomáš. *Pojistná matematika: teorie a praxe*. 2. aktualiz. vyd. Praha: Ekopress, c2006. ISBN 80-86929-11-6.
- [3] CIPRA, Tomáš. *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. Vydání I. Praha: Ekopress, 2015. ISBN 978-80-87865-24-8.
- [4] GRAY, Roger J. a Susan M. PITTS. *Risk modelling in general insurance: from principles to practice*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. ISBN 978-0-521-86394-0.
- [5] HARDIN, James W. a Joseph HILBE. *Generalized linear models and extensions*. 3rd ed. College Station: Stata Press, 2012. ISBN 978-1-59718-105-1.
- [6] HILBE, Joseph. *Negative binomial regression*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. ISBN 978-0-521-19815-8.
- [7] JONG, Piet de a Gillian Z. HELLER. *Generalized linear models for insurance data*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. ISBN 978-0-521-87914-9.
- [8] LONG, J. Scott a Jeremy FREESE. *Regression models for categorical dependent variables using Stata*. Third edition. College Station: Stata Press Publication, 2014. ISBN 978-1-59718-111-2
- [9] OHLSSON, Esbjörn a Björn JOHANSSON. *Non-life insurance pricing with generalized linear models*. Berlin: Springer, c2010. ISBN 978-3-642-10790-0.
- [10] *Regresní modely v pojišťovnictví*. [online] [cit. 10. 1. 2017]. Dostupné z: [http://www.actuaria.cz/upload/SAV\\_20161202\\_SAV\\_Regresni\\_modely\\_GEE\\_GLMM.pdf](http://www.actuaria.cz/upload/SAV_20161202_SAV_Regresni_modely_GEE_GLMM.pdf)
- [11] Syntax STATA command. [online] [cit. 20. 2. 2017]. Dostupné z: <http://www.stata.com/manuals13/u11.pdf>
- [12] VALECKÝ, Jiří. Modelling claim frequency in vehicle insurance. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*. 2015. 10 s. ISSN 1211-8516.
- [13] *Zobecněný lineární model (GLM)*. [online] [cit. 13. 12. 2016] Dostupné z: [http://www.actuaria.cz/upload/GLM\\_SMM\\_MFF\\_web.pdf](http://www.actuaria.cz/upload/GLM_SMM_MFF_web.pdf)

# Human Capital Accounting

Natália Tarišková, Zuzana Skorková<sup>1</sup>

## Abstract

Human Capital has become a significant factor in the success of business and is often regarded as one of the most valuable assets of many companies that are able to generate more wealth and sustain development in the future. Though it is not owned by the company, standard human capital management practices determine how well the tacit knowledge of the employees are transferred to the explicit and how well the intellectual capital of the firms are levered so that human capital is transferred to more explicit structural capital. Currently, this most important asset is not being accounted for or disclosed in the company's statements of financial position like other physical assets and intangible assets. The results of many analyses confirmed that human asset accounting significantly affects the company performance. Societies have witnessed a transition from the industrial age to the information/digital age, and accounting has not transitioned along with it. Why and how could the balance sheet be updated regarding disclosure of intangible asset? Discussion about current challenges and status quo of human capital accounting is the core of the paper mostly based on literature review enriched by managerial and academic experiences.

## Key words

Human Capital Accounting, Human Capital Asset, Human Capital Investment

**JEL Classification:** I25, J62, O15

## 1. Introduction

What is the difference between Peter Sagan and the average individual? If your answer is that he earns several millions per year more than the rest of us, then you are absolutely correct. However, if your answer is that Sagan has superior ability and talent, then you are also correct. Currently, in relation to cycling, Sagan's talent, skills and knowledge, or human capital, are amongst one of the best, if not the best, as he is the world champion. Could a man found walking down the street go out on the bicycle and replace Sagan? The truth is that anyone can go out there and ride on a bike. But, not everyone possesses the stock of human capital necessary to ride on bike as well as Sagan does. If he were traded from one team to another, neither team would be the same anymore. The value of one team would significantly increase, while the other would decrease. The same situation is with any excellent football player, like Ronaldo. The team that lost Sagan or Ronaldo might have gained another good player, but that player does not possess the human capital that Sagan or Ronaldo have. Sagan's and also Ronaldo's human capital is a valuable asset to the team and creates value for the team. Why does Hansgrohe pay Sagan millions of EUR? Why does Real Madrid pay Ronaldo millions of EUR? Both clubs want them to use their wealth of talent, skills and knowledge to produce results. In essence, they just want to win. Any sport team does not win by possessing tangible things such as expensive uniforms or having top of the line shoes, bikes or dresses. Any sport team wins because they possess the people who contain the greatest stock of human capital.

---

<sup>1</sup> Ing. Natália Tarišková, Ph.D., [natalia.tariskova@euba.sk](mailto:natalia.tariskova@euba.sk), University of Economics in Bratislava,  
Ing. Zuzana Skorková, Ph.D. [zuzana.skorkova@euba.sk](mailto:zuzana.skorkova@euba.sk), University of Economics in Bratislava

Strangely enough, this same concept is alive and well in the business world. However, it is not as easy for fans and investors to identify which team to root for. Stat sheets, or financial statements, are compiled but do not tell the whole story. In the business world, financial statements provide the most comparable means of valuing a company. However, there is increasing discussion about financial statements, specifically balance sheets, becoming outdated because they are missing something. How are outsiders supposed to know if a company has a Peter Sagan and thus, the competitive advantage necessary to win? A company's balance sheet does not reflect its greatest asset – human capital. With increasing demand for flexibility and innovation, and for the production of knowledge assets, the importance of human capital only grow. This much we can all agree on.

In the context of research and scholarship, does human capital accounting possibly belong to the social sciences or wholly to the field of accountancy and allied professions? In empirical terms, what does human capital accounting truly represent or embed? Is human capital accounting a tool of public administration or business administration? Is it an interdisciplinary area of theoretical and empirical engagement? Is human capital accounting researchable in public administration, specifically in the area of human resource management? Indeed, these are the research questions that motivated this study. Consequently, the methodology of the study is a literature review.

Balance sheet recognition has always been the gold standard in accounting. The concern is that if an asset is not in the balance sheet it will not get proper attention – outside stakeholders, and particularly investors, will not understand its true value and will not hold managers to account for it. Inside the company, managers may not exercise proper stewardship over their assets and may underinvest in them. On the other hand, putting a number on the value added by the people in a company is just too difficult.

Instead the focus should be on developing reliable metrics to signal the health of the company's human resources, we need to focus on building the human capital scorecard. The accounting debate forces us to be clear exactly what we mean by human capital and what a scorecard needs to look like.

When we account for human capital we have two potential audiences in mind – the internal audience, and investors and other stakeholders outside the business. The value added by human capital is complex and context specific, voluntary disclosure to an external audience contains inherent conflicts and limitations. The preoccupation should be with how the best to measure and report the health of the human resources inside the company.

## 2. Human Capital and Conceptual Synonyms

What human capital as a distinct concept represents? Hence, according to Schultz (1961), among the few who had looked on human beings as capital, there were three distinguished names, the philosopher economist, Adam Smith, and von Thünen (Von Thünen & Schumacher-Zarchlin, 1875) and Irving Fisher (Fisher, 1906). Nevertheless, according to Becker (1964), human capital refers to the productive capabilities of people. It is indicative of a trend in scholarship and organizational productivity whereby the generic issue of capital becomes fully perceived (and treated) as a value of economic means, capitalized in physical and human resources (Dobija, 1998). Consequently, human capital is about the quality of people within organizations. It is a metaphor about the economic potential of education and training (Teixeira, 2005). Human capital is also the profit lever of the knowledge economy (Bontis & Fitz-Enz, 2002). It has also been defined (on an individual level) as the combination of these four factors: genetic inheritance; education; experience; and attitudes about life and business (Hudson, 1993 in Bontis & Fitz-Enz, 2002). This leads us to what Becker (1962) denoted as the imbedding of resources in people or (more conventionally

conceptualized) the investing in human capital. This is probably what Jones (2011), citing Hendrick (2002), calls the instantiation of ideas (e.g. surgical, engineering, managerial techniques) into people. Consequently, after developing a theory of investment in human capital or the instantiation of ideas into people, with an emphasis on empirical implications rather than on formal generalizations (Becker, 1962) what becomes the next critical trajectory in human capital theorization? Is it human capital accounting? However, let us in our interchangeability procedure; further bring to light, some conceptual synonyms to the concept of human capital

Human Resources (HR) are people's energies, skills, talents and knowledge, which are, or which potentially can be applied to the production of goods or rendering useful services (Micah et al., 2012). Human resources have been identified as one of the main sources of competitive advantage by many organizations in today's economy (Bassey et al., 2012). Human resources can be a source of sustained competitive advantage among organizations because they meet the criteria of being valuable, rare, inimitable, and non-substitutable (Wright et al., 1993). Resource-based theorists therefore argue that human assets can be a source of sustainable advantage because, tacit knowledge and social complexity are hard to imitate (Coff, 1997).

Then, is human capital, conceptually and empirically distinct from human resources? Wright et al. (1994) refer to human resources as the pool of human capital under the firm's control in a direct employment relationship. We also consider intellectual capital, which is packaged useful knowledge (Stewart, 1997). Brooking (1996) further describes intellectual capital as the term given to the combined intangible assets that enable the company to function. Furthermore, International Federation of Accountants (1998) in Brennan and Connell (2000) posits that intellectual capital can be thought of as the knowledge-based equity of a company. Citing Edvinsson and Malone (1997), Brennan and Connell (2000) highlight that in 1993, Leif Edvinsson, in a supplement to Skandia's annual report, used for the first time, the word "intellectual capital" instead of the accounting term, "intangible assets". Finally, in this section of the study, according to Bontis and Fitz-Enz (2002), human capital is also a primary component of the intellectual capital construct.

Early interest in Human Capital Accounting came from several sources, such as the economic theory of human capital, where the first attempt to value human beings in monetary terms was made by Sir William Petty as early as 1691. Petty was of the opinion that labour was the father of wealth and it must be included in any estimate of national wealth. Further efforts were made by William Far in 1853, followed by Earnest Engle in 1883. Flamholtz et al. (2002), states that some theorists like Scot (1925) spoke about treating people as assets and accounting for their value at the beginning of the twentieth century. However, the most productive period of research of human HRA started at the beginning of the 1960s and was strongly influenced by the disciplines of sociology, industrial psychology and economics (Grojer, Johanson 1997). Research in 1999 by Flamholtz, Pylet and his team at Michigan University generated a chronological history of the development of Human Resources Accounting depicted by five stages as shown in Table 1.

Table 1: Historical development of Human Capital Accounting

Stage 1 1960–1966	The origin of Human Resources Accounting with theories, representing inference of the basic concepts (primary) of human resource accounting.
Stage 2 1967–1970	The first basic academic formulation of some measuring models
Stage 3 1971–1977	Rapid increase in interest levels in Human Resources Accounting
Stage 4 1978–1980	Static academic interest level and emphasis on fixed assets in organizations led to the reduction of interest in HRA at the level of organizations and universities
Stage 5 1981–1990	Resurgence of international interests in theories and jobs in Human Resources Accounting.
Stage 6 1990–now	Development of concepts, models, approaches, disclosure, accounting standards and treatment, generating soft information.

Source: Flamholz (1999)

The intangibles are what differentiate a business and sustain its competitive advantage, so they are frequently the most valuable resources that an organization has. Intangibles provide the vocabulary of value creation, the vocabulary of economic success. When we ask why this or that organization is successful, the answer is invariably couched in terms of intangibles.

To recognize something in a balance sheet it has to be a number on it – people need to be able to clearly identify it and reliably value it. Generally Accepted Accounting Practice (GAAP) just does not believe it can be done for most intangibles. Intangibles are typically unique and differentiated assets. This is what makes them valuable, but from a valuation point of view that is also their downfall. With no active market in intangible assets and no market price, valuation has to be an estimate based on uncertain future events.

But if intangibles are bought in a transaction then there is an identifiable cost and GAAP is much more relaxed about putting them in the balance sheet. In fact, there is quite a long list of intangible assets that GAAP is happy to see recorded after a takeover; that list includes brands but – strikingly – still does not include human capital.

Everything seemed to change in mid 2013 when the International Accounting Standards Board (IASB) published a discussion paper proposing radical changes to its ‘Conceptual Framework’. It acknowledged that the conservative bias of traditional accounting had led to incomplete balance sheets. But the IASB now proposed some changes. The traditional requirement that the value of the asset be ‘reliably measurable’ would be removed so that, going forward, balance sheets could give a more complete account of the ‘economic resources’ available to a company. It then gave a list of some economic resources that might qualify for the balance sheet, including know-how, customer lists, supplier relationships, and an existing workforce.

Human Capital sits in a diverse group of assets, including organisational culture and competences, intellectual property and know-how, alliances and networks, and brand and reputation that form the intangible assets of the company. Intangibles meet the most basic definition of an asset: they are resources that we control and that we expect to provide benefits in the future.

For the purpose of our discussion there is going to be used two definitions of human capital, one narrower and one broader:

- . Narrower. Human capital is the knowledge, skills and abilities that reside in individuals. This is the capital that humans take with them when they leave. The word ‘talent’ is shorthand for this.
- . Broader. Frequently, we want to broaden the human capital construct to include the social capital of the organization, that is, the shared skills and knowledge of employees as a group. This includes the culture of the organization, its norms and values, and the tacit understanding of ‘how we do things here’. Arguably, you can

define human capital more broadly still. Intangible assets are all in some shape or form ‘knowledge’ assets – they reflect knowledge or skill, attitudes and beliefs, and the fruits of past intellectual activity. So we need to be alive to the fact that all intangible assets are produced by human capital, or are a joint product with human capital.

It sometimes feels as though, of all the intangible assets, GAAP has been most resistant to recognizing human capital in the balance sheet. There is a reason for this. It follows from the observation that an employment contract is an ‘executory contract’ – a contract that creates both a right and an obligation.

Under an employment contract, employees commit to deliver services in the future – that is the asset. But in exchange the organization commits to pay them – that is a liability. GAAP’s assumption is that a company pays a full and fair price under executory contracts. As a result, the asset equals the liability so that nothing needs be recognized in the balance sheet.

When an executory contract has become ‘onerous’, because the cost exceeds the benefit, then the shortfall does have to be recognized right away as a liability. Companies regularly do this. A nice human-capital example is observed in the balance sheets of football clubs that have players or managers who are no longer performing, but whom the club is committed to pay for the remainder of their contracts.

In the same way, to put talent in the balance sheet as an asset you would have to argue that the employment contracts are the opposite of onerous, and that the employees are worth more to you than you are paying them. Then, following the executory-contract logic, the asset you would put in the balance sheet is the surplus, the value added by your employees over and above their remuneration.

Now it is just about always true that employees are worth more than you pay them, and often by a wide margin. Otherwise, there is no point employing them. A profitable business cannot survive without its employees, and the significant costs that organizations incur in replacing and training employees is testimony to their value added. So GAAP is probably too conservative in the way it applies the executory-contract logic to human capital.

But the executory-contract idea is helpful in clarifying that, in the case of human capital, the asset is not the talent itself but the value added by the talent. Putting a number on that value added – ‘reliably measuring’ it or providing a ‘faithful representation’ – is clearly a challenge. And if we take the broader definition of human capital, in addition to the value added by the talent, we need to put a value on the culture of the organization, its norms and values, ways of working, and so forth.

The value that employees add typically comes from them being employed in combination with each other and with other intangible resources the organization possesses, particularly its organizational knowledge and social capital. The complexity of these systems and relationships means that in most organizations it would be difficult and probably impossible to quantify the value added of human capital.

### 3. Human Capital Accounting Models

Early Human Capital Accounting research involved the continued development of concepts and models for measurement, valuation and accounting for human capital cost and value, with several models emerging. But each has its own limitations and no one model has proved to be more valid than any other. The table below illustrates the key valuation models and approaches to Human Capital Accounting, where each approach uses different types of methods to determine the value an employee (Dawson 1994).

A. ECONOMICS MODELS (Value approach):

A.1 Non-purchased goodwill model (Hermanson model).

A.2 Competitive bidding model (Hikimian & Jones).

- A.3 Present value of future earnings model (Lev & Schwartz model).
  - A.4 Economic value model (Pyle and Flamholtz model).
  - A.5 Future compensation (rewards) valuation model (Stochastic Model) (Flamholtz [SEP] model).
  - A.6 The relationship between cause, intervention and the end result model (Likert model).
  - A.7 The five dimensions model (Mayers & Flowers model).
  - A.8 Present value of net benefits obtained model (Morse model).
  - A.9 The discounted net certain benefits model (Ogan model).
  - A.10 The methods of adjusted present value (Hermanson model).
  - A.11 The changes in value of human resources model (Likert model).
- B. MEASUREMENT MODELS ACCORDING TO COST APPROACHES
- B.1 Historical cost model (Flamholtz model). [SEP]
  - B.2 Replacement cost model (Likert and Flamholtz model). [SEP]
  - B.3 Opportunity cost model (Hekimian and Jones model). [SEP]
  - B.4 Government contribution model.

C. MULTIPLIER METHOD APPROACHES.

As we can see the number of models have been developed to value human assets. In addition, there are two types of expenditures that could be set:

(1) Capital Expenditure: Acquisition, Development, Retention, Update or up-grading and Hiring cost, Recruitment & Training cost.

(2) Revenue Expenditure: Wages, Salaries, Bonus, Commission, prerequisites, allowances and short term motivation and efficiency maintenance cost. Also there are expected benefits that the entity may earn from acquiring these human resources that exceed normal earning, or compared to non-acquiring this employee or in comparison with other entities.

Let's have a look to one special model that take into account historical cost adjusted with discounted present value of extra non-ordinary earnings (Arkan, 2016). The proposed calculation of future capital expenditure did not take into consideration the initial cost that would be amortized over the years. Also previous models did not take in account the probability of two important factors:

1. The probability of resigning, accidents or death. [SEP]
2. The probability of getting benefit from acquiring specified extra benefits from spending on this human asset. [SEP]

Given the previous attempts at developing a Human Capital Accounting model it is clear that it is not an easy task. Even highly developed models such as the stochastic model have limitations it is yet to overcome. It is also important that a model is based on a measure for which enough data is available. For example the reliable and verifiable cost information beside the predicted data for future benefits has to be determined via reliable and accurate methods, and in addition the correlation between the measure and the value of human capital has to be strong. The business environment also has to be more sympathetic to human capital accounting. It is important that more research is done about the net benefit of human capital accounting and also about practical application in selecting the right measures.

The proposed model is built on an assumption of merging the initial historical cost of human capital (as explained previously) and the expected, extra non-ordinary future benefits from acquiring this specified human capital asset, discounted with a proper discount rate, while taking into consideration the probable likelihood of achieving this change of earning or benefit. To satisfy the needs of conservative accounting policies and to include a matching principle between earnings and cost in same financial year, the model also focuses on the probability of that person leaving the firm or resigning or dying.

The model could be formulated as:

$$HR \times E(V) = \sum C(q_z) + \left[ P(\pi_{tx}, \pi_{tn}) \times \sum_{i=1}^t \left( \frac{\pi_{tx} - \pi_{tn}}{(1+r)^i} \right) \right] \times p(\varepsilon),$$

The model could be formulated as:

where:  
HR – is the expected value of a human capital at the point of acquisition,

$\Sigma C(q_z) = (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n)$  – are the historical cost functions,

$P(\pi_{tx}, \pi_{tn})$  – is the probability of attending the amount of extra-ordinary earning or net benefits,

$\pi_{tx}$  – is the amount of extra ordinary benefits or earnings correlated with the existing specified Human Capital,

$\pi_{tn}$  – is the amount of ordinary benefits or earnings correlated with the absence of the specified Human Capital,

$P(\varepsilon)$  – is the probability of death, accident or resigning from the job,

t – the time line of contract,

r – discount rate for year t.

Any future capital expenditure requires a re-evaluation of human assets in order to recalculate the amortization amount for the following years. The amortization amount per year will then be calculated according to the equation:

$$Amor_t = \frac{HR \times E(V)}{N},$$

$Amor_t$  – amortization for the year t,

N – years of contract.

This amount of amortization closed yearly in profit and losses accounts for the matching of the earnings recognized by certain Human Capital assets.

## 4. Balanced Scorecard in Human Resources Management at the University of Economics in Bratislava

The University of Economics in Bratislava offers at the Human Resources Management Program lectures and seminars at this important field within its curriculum. Altogether with students we are looking for the answers on the following questions: What is the value added of human capital management? What is the impact of human resources processes on achieving of strategic goals from the long term point of view?

The main aim of the lectures is to gain basic knowledge how to make the diagnosis of the system of measurements in the area of human resources processes and human capital effectiveness. This main aim is supported by the partial activities during seminars where the students are trained to achieve the ability of human capital analysis in connection to strategy. All lectures of Balanced Scorecard in Human Resources Management is focused on forcing analytical thinking, professional arguments and intercultural communication competency with the aim to defence strategic management principals.

At the area of skills the outputs mainly consist of up to date approach of thinking about the human resources management from the point of view of human capital return on investment.

At the area of competencies the outputs we stress are to clearly be aware about the role of the human resources manager as administrative supporter versus the role of strategic partner and to reconcile these roles as value added.

At the area of knowledge the outputs we improve are the knowledge of the measurement system with the aim to analyse strategic human capital management (Balanced Scorecard) and to suggest the solutions to improve overall financial effectiveness.

Why Balanced Scorecard in Human Resources Management at the university? Students are potential human capital entering labour market in the future. Their software of the mind created during educational process at the university will strongly influence discussion about Human Capital Accounting in practice in any business. A series of important economic questions follow from treating something as an asset. What is the value of the asset and how does that value grow or decay through time? What is the life of the asset? How much expenditure is required each period, to maintain the asset, and enhance it so as to achieve its productive potential?

Without balance sheet accounting, we need<sup>[1]</sup> to find some other way of ensuring that these questions stay in view and get regularly addressed. The solution is to step down a level and use a scorecarding approach to identify factors that can be reliably measured and that reliably indicate the health and the value of the organization's intangible assets. A useful way of thinking about this is in terms of the valuation model we might build to value an intangible asset. Take brands as an example. Compared to human capital, brands have attractive 'asset' qualities<sup>[2]</sup> and are probably a lot easier to value. They have some protection in law, and they can potentially be separated from the other assets and traded between companies.

When one company sells a brand to another, each side sits down and builds a valuation model, which means putting a value on the stream of income that the brand is expected to generate in the future. The model will need assumptions about the factors that determine what income the brand will generate: market share, customer loyalty/customer churn, the advertising expenditure required to maintain and grow the brand, the competitive environment, macroeconomic conditions, and so forth. We could call these factors the 'value drivers' of the brand. They are the factors you would put into a scorecard to track the health of the brand.

Clearly, all of these assumptions are uncertain in their measurement and they are contingent on future events, so when you are analyzing the value of a brand you would probably think in terms of a range of scenarios. This inherent uncertainty is what makes brands unsuitable for the balance sheet in GAAP's view.

In summary, when a scorecard is used to monitor the health of an intangible asset like human capital the dashboard or factors in the scorecard are best seen as the variables that would contribute to a model of the asset's value, if we had that model. These are the features of a good scorecard:

- . All of the factors in a scorecard should have a clear empirical link to the health or value of the human capital asset, and thus to the overall goal of the organization.
- . The scorecard factors need to be parsimonious; as few as possible to adequately account for the health of the human capital asset.
- . Some of the factors will be qualitative rather than quantitative. Either way, they should be capable of being clearly described so that they can be evaluated.
- . The factors in the scorecard will depend entirely on context and different settings may require different scorecards. This needs to be driven<sup>[3]</sup> by empirical research.

## 5. Discussion

Based on the research done with the companies during semester with students of BSC in HRM at the University of Economics, and also some professional accountants and researchers (Gates 2002, Akinsoyinu 1992) argued against Human Capital Accounting with the objections that included:

(a) Sensitive Data that is not something that can be shared externally. The main obstacle for reporting human capital externally is that the information reported could be sensitive to the reporting companies and regarded as something that should not be shared externally.

(b) Measurement not a first priority for the company: companies do not attach first priority to the measurement of human assets; rather they face more urgent issues like human resource requirements and allocation.

(c) Not enough time and resources: this is closely related to the problem of not attaching priority to the measurement aspect of Human Capital where the Human Resource Manager does not give enough importance to the concept of Human Capital Accounting.

(d) Human Resource professionals unaware of value/no clear return on investment.

(e) Lack of clear guidance and universal practice: the lack of a universal approach to its reporting thereby defining the standards that would allow for valuable and meaningful comparisons. There is currently an absence of a universal definition, which does [1] not assist the companies that are proactive enough to measure.

(f) Global and group issues: the issue of autonomy in global and group companies poses another problem in the application of Human Capital Accounting. Differences in the valuation of human resources across the countries and overlaid with different levels of salaries or value from the same specific man skills, different measurements and different disclosures may create more complex problems in harmonizing international accounting standards.

(g) Awareness and acceptance: the level of awareness and acceptance of Human Capital Accounting is still low as many companies take little initiative to make the information available to shareholders despite having the data available.

(h) Lack of an industry standard: the absence of an industry standard means that every company has to evolve its own standard, which can become a tedious process considering that most of them are still involved in improving their business.

(i) Extensiveness of the research involved: another aspect working against the acceptance of Human Capital Accounting is the need for extensive research that it entails. Many companies do not want to go into the intricacies of finding the value of their human capital. While it may be affordable for most big companies to dwell into such best practices, it is likely not going to be an economically viable option for small and medium size companies.

(j) Dynamism of some industries: certain industries, like information technology, are very dynamic due to frequent discoveries and technological advancement. In these types of industries, it is very difficult to predict as to what is going to be the future requirements and how technology is going to shape things in the near future.

To overcome these obstacles, dialogue between Financial Management and Human Resources Management has to be done. The most important focus for guidelines in such a dialogue is internal decision-making and making sure that top managers exercise good stewardship over human capital and make the right investment decisions for this key resource.

The external audience is more challenging. A good scorecard needs to be balanced and objective, but no one has yet figured out how to get companies to voluntarily disclose bad news to outsiders. Moreover, investors display less interest than might be expected in corporate disclosure about intangible assets. Investors doubt the objectivity of voluntary disclosure. And, more fundamentally, since companies themselves struggle to value their intangibles internally, it is hardly surprising that outsiders struggle to do so.

On the other hand, if there is a transaction, then there is an observable price and you can put the asset in the balance sheet. Football clubs are unique in putting human capital in the balance sheet. They show player transfer fees as an asset then amortise the asset over the duration of the player contracts and charge it against profit in addition to the players' wages. Effectively, the transfer fee is a prepayment to secure the surplus that the club hopes the employee will generate over and above his wage. So even in this case, there is no attempt to

measure the value added by the players, over and above the transfer fees and the wages. In fact, famously, many football clubs make losses because they overpay for their players, with the result that the value added by human capital is often negative in that industry.

## 6. Conclusion

The empirical import of human capital accounting will be difficult to establish and universally recognized. This study has further highlighted these difficulties and recommends that further investigations be continued from here, in strongly determining beyond alluring theorizations, the empirical importance of human capital accounting.

On the other hand education at the university in the field of Human Capital Accounting can substantially influence future discussion on the particular professional labour market. Graduates from the University of Economics in Bratislava are fully equipped by the Human Capital Accounting knowledge, skills and competencies, not only at the financial management studying programmes, but also at human resources management studying programmes.

The critical approach to Human Capital Accounting takes into account all initiatives for implementation such a system of reporting as the dehumanization of people where they cannot be viewed like physical assets, or where their value might be publicly perceived to be low with serious psychological consequences.

Similarly there is a political reason for labour to remain without absolute value as this might generate claims and higher rewards for work with different skills levels.

Another question is how one amortizes the value of an employee. Does it increase or decrease over time? And in certain industry sectors, the effort to conduct Human Capital Accounting might be questionable amid high staff turnover rates especially in volatile markets.

From a process point of view, the lack of a clear-cut procedure in allocating costs and value, the lack of empirical evidence to support its use as a management tool, and some vagueness regarding exactly how the value should be presented in the financial statement all represent significant problems for its wider adoption and use.

Legislatively, it is not clear how tax laws recognize humans as assets, nor is there an accepted method of valuation, confounded further by the abstract, qualitative nature of people where bias might influence objectivity and preciseness that cannot be viewed in monetary terms.

The traditional preoccupation with putting human capital in the balance sheet is grounded in the reasonable view that what gets measured, gets managed. But the logic of accounting provides useful insights when we are thinking about human capital as an asset. It turns out to be simply too difficult to value human capital, and to put a single number on it.

## Acknowledgement

This paper is an outcome of research projects: „Exploring concepts of human resource management systems in relation to the specifics of competitive business models of existing organizations of the European Business Area“, VEGA No. 1/0609/16 - project funded by the University of Economics in Bratislava; led by Ing. Jana Blštáková, PhD.

## References

- [1] Abeysekera, I., & Guthrie, J. (2004). Human capital reporting in a developing nation. *The British Accounting Review*, 36(3), 251-268.

- [2] Arkan, T. (2016). Human Resources Accounting: A suggested Model for Measurement and Valuation. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 1 (79), 173-193; www.wneiz.pl/frfu.
- [3] Becker, G. S. (2009). Human capital: A theoretical and empirical analysis, with special reference to education. Chicago: University of Chicago Press.
- [4] Bivali, E., & Jokar, I. (2014). A new approach for measuring human resource accounting. *Management Science Letters*, 4(2), 335-340.
- [5] Bokhari, I. H., Qureshi, T. M., Bashir, F., & Hijzi, S. T. (2012). The yes, no decision is easy now: Is human capital accounting challenge for accountants. *African Journal of Business Management*, 6(15), 5281-5287.
- [6] Bontis, N. (2001). Assessing knowledge assets: a review of the models used to measure intellectual capital. *International Journal of Management Reviews*, 3(1), 41-60.
- [7] Bontis, N. (2003). Intellectual capital disclosure in Canadian corporations. *Journal of Human Resource Costing & Accounting*, 7(1), 9-20.
- [8] Bontis, N., & Fitz-Enz, J. (2002). Intellectual capital ROI: a causal map of human capital antecedents and consequents. *Journal of Intellectual capital*, 3(3), 223-247.
- [9] Brennan, N & Connell, B. (2000). Intellectual capital: current issues and policy implications. *Journal of Intellectual capital*, 1(3), 206-240.
- [10] Brooking, A. (1996). *Intellectual Capital: Core Asset for the Third Millennium Enterprise*. New York: International Thomson Business Press.
- [11] Coff, R. W. (1997). Human assets and management dilemmas: Coping with hazards on the road to resource-based theory. *Academy of Management Review*, 22(2), 374-402.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [12] Dobija, M. (1998). How to place human resources into the balance sheet? *Journal of Human Resource Costing & Accounting*, 3(1), 83-92.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [13] Edvinsson, L., & Malone, M. (1997). *Intellectual Capital: The Proven Way to Establish Your Company's Real Value by Measuring Its Hidden Brain Power*. London: Piatkus.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [14] Fisher, I. (1906). *The nature of capital and income*. New York: The Macmillan Company.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [15] Flamholtz, E. G., Bullen, M. L., & Hua, W. (2002). Human resource accounting: a historical perspective and future implications. *Management Decision*, 40(10), 947-954.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [16] Hendricks, L. (2002). How Important Is Human Capital for Development? Evidence from Immigrant Earnings. *American Economic Review*, 92(1), 198-219.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [17] Hudson, W. (1993). *Intellectual Capital: How to Build it, Enhance it, Use it*. New York, NY: John Wiley.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [18] Islam, M. A., Kamruzzaman, M., & Redwanuzzaman, M. (2013). Human resource accounting: Recognition and disclosure of accounting methods & techniques. *Global Journal of Management and Business Research*, 13(3), 1-9.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [19] Jelil, A. A., Olotu, A. E., & Omojola, S. O. (2014). Optimizing the effectiveness of financial reporting through human resources accounting. *International Journal of Accounting Research*, 2(1), 30-42. *Journal of Accounting Management*, 3(2), 53-63.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>
- [20] Likert, R.M. (1961). *New Patterns of Management*. New York: McGraw Hill Book Company.<sup>[L]</sup><sup>[SEP]</sup>

- [21] Likert, R. M. (1967). *The Human Organization: Its Management and Value*. New York: McGraw-Hill Book Company.<sup>[11]</sup>
- [22] Roslender, R., Stevenson, J., & Kahn, H. (2006). Employee wellness as intellectual capital: an accounting perspective. *Journal of Human Resource Costing & Accounting*, 10(1), 48-64.
- [23] Schultz, T. W. (1961). Investment in human capital. *The American Economic Review*, 51(1), 1-17.
- [24] Stewart, T. A. (1997). Intellectual Capital. New York: Doubleday,<sup>[11]</sup> Teixeira, P. N. (2005). The Human Capital Revolution in Economics. *History of Economic Ideas*, 13(2), 129–148.<sup>[11]</sup>
- [25] Wright, P. M., McMahan, G. C., & McWilliams, A. (1994). Human resources and sustained competitive advantage: a resource-based perspective. *International Journal of Human Resource Management*, 5(2), 301-326.

# Application of the CreditGrades™ Model to Sovereign Credit Default Swaps

Yuan Tian<sup>1</sup>, Josef Novotný<sup>2</sup>,

## Abstract

The topic of the paper is application of the CreditGrades™ model to sovereign credit default swaps. The goal is to estimate a benchmark for the CreditGrades™ model, one of structural models, and apply it to forecast the prices of sovereign credit default swaps. The prices of sovereign CDSs of ten selected countries are calculated by the modified CreditGrades™ model, and the results are compared with the real prices of sovereign CDSs. The results show that the CreditGrades™ model can track credit spreads well and provide timely information about the real sovereign CDS prices, but some appropriated modifications are still required.

## Key words

Sovereign CDS, credit risk, CreditGardes™, sovereign debt, structural model.

**JEL Classification:** G15, G17, G21, H63

## 1. Introduction

There are mainly two well-known models for credit risk modeling, including structural and reduced-form models. In general, this two models differ in the recovery assumption. The structural models based on Black and Scholes (1973) and Merton (1974) assume that defaults occur when the value of the firm falls below a certain default point and a certain recovery is paid; while the reduced-form models represented by Jarrow and Turnbull (1995) and Duffie and Singleton (1999) assume that defaults occur exogenously and are unpredictable, and a separately specified recovery is paid.

The paper focuses solely on one of structural models, namely the CreditGrades™ model. The goal of the paper is to estimate a benchmark for the CreditGrades™ model and apply it to forecast the prices of sovereign credit default swaps. The paper follows Mayer (2012), which provides a structural model for the valuation of sovereign CDSs that merges a sovereign country's stock market, CDS market, and its public accounts. The prices of sovereign CDSs of ten selected countries from different continents are calculated by the modified CreditGrades™ model, and the results are compared with the real prices of sovereign CDSs. The imperfect forecast illustrates although the CreditGrades™ model can track credit spreads well and provide timely information about the real sovereign CDS prices, more appropriate modifications are required.

## 2. Description of the CreditGrades™ model methodology

A credit derivative is a financial instrument designed to transfer the credit risk between bilateral counterparties. There are many different types of credit derivatives, such as credit

---

<sup>1</sup> Ing. Yuan Tian Department of Finance / Faculty of Economics / VSB – Technical University of Ostrava Email: yuan.tian@vsb.cz

<sup>2</sup> Ing. Josef Novotný, Ph.D., VŠB -Technical University of Ostrava, Faculty of Economics, Department of Finance, Sokolská třída 33, 702 00 Ostrava, e-mail: josef.novotny@vsb.cz.

default swap (CDS), total return swap (TRS), credit swap option (CSO), asset swap, credit-linked note, collateralized debt obligation (CDO), and so on. Among these credit derivatives, CDSs are the most common instruments in the credit derivatives market. CDSs have existed since 1994, and were originally used by JPMorgan Chase to transfer the credit exposure from Exxon Mobil Corporation to the European Bank for Reconstruction and Development (EBRD). By the end of 2007, the outstanding CDS amount reached a peak and was \$62.2 trillion, and then sharply decreasing to \$26.3 trillion by mid-year 2010 because of the 2007 – 2010 financial crises. As shown in Figure 1, it is obvious that the global CDS notional outstanding is continuously contractionary in recent years.

*Figure 1: Global CDS notional outstanding from 31.10.2008 to 30.12.2016 (USD Billions)*



Source: Own adaption based upon data from SIFMA.

## 2.1 Overview of the vanilla CDS

Generally, there are three parties in a CDS over-the-counter (OTC) contract standardized by the International Swaps and Derivatives Association (ISDA), including the reference entity, the protection buyer, and the protection seller. Figure 2 below briefly presents how a CDS contract works. If the default event occurs before the maturity date, the protection seller should make the default payment, named default payment leg, to the protection buyer; conversely, if there is no default before the maturity date, the protection seller does no need to make the default payment to the protection buyer. Moreover, the protection buyer is required to make a periodic premium payment, named premium payment leg, as a compensation of the protection to the protection seller until default or maturity. The cash flows of both the protection buyer and the protection seller no matter the default event occurs are presented in Figure 3 and Figure 4.

*Figure 2: Basic structure of a CDS*

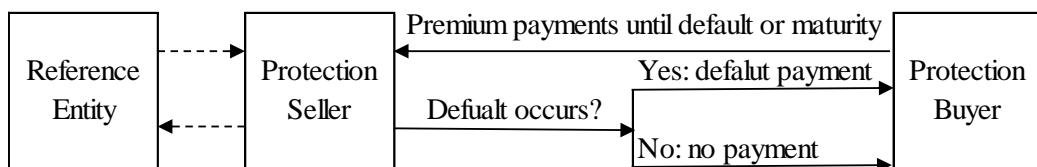


Figure 3: Cash flows of a CDS if there is no default before the maturity date

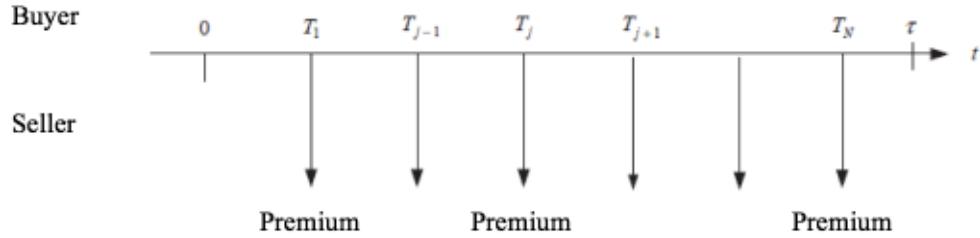
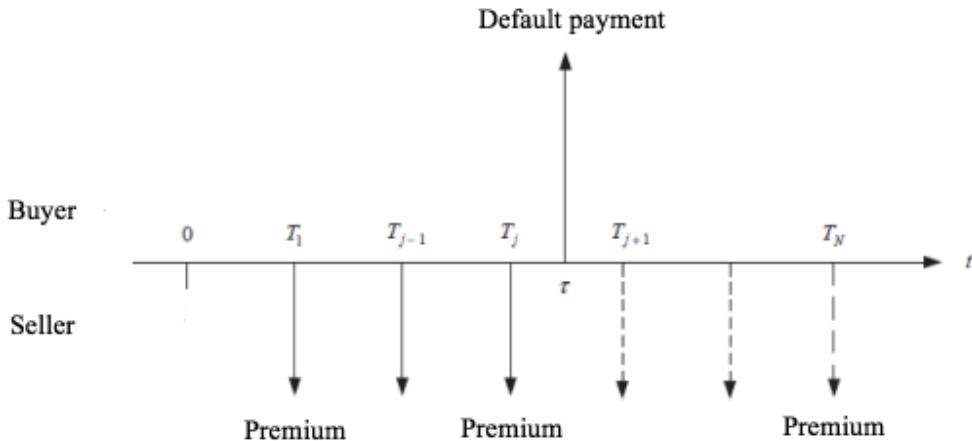


Figure 4: Cash flows of a CDS if the default event occurs before the maturity date



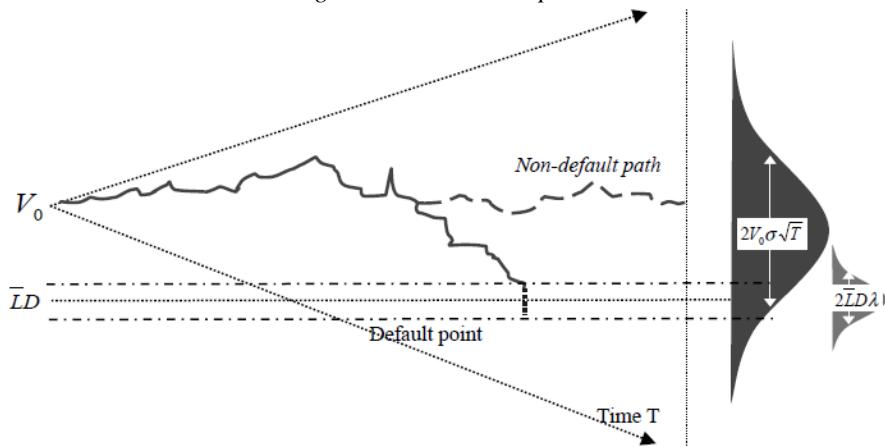
## 2.2 The basic form of the CreditGrades™ model

The CreditGrades™ model, a structural model, aims to track credit spreads and provide a timely indication of when a firm will default. The basic model description is graphically presented in Figure 5 below. Suppose that there is a stochastic process of a firm's asset value  $V$  and a default barrier  $LD$ , where  $L$  is the average recovery on the debt and  $D$  is the firm's debt-per-share. Assume that the asset value follows the geometric Brownian motion:

$$\frac{dV_t}{V_t} = \sigma dW_t + \mu_D dt, \quad (1)$$

where  $W$  is a standard Brownian motion,  $\sigma$  is the asset volatility, and  $\mu_D$  is the asset drift and is assumed to be zero.

Figure 5: Model description



Source: CreditGrades™ Technical Document.

Because the asset value evolves by pure diffusion and the default barrier is fixed, the standard structural model creates unrealistic short-term credit spreads. Therefore, the average recovery value  $L$  can be considered random. There is a standard normal random variable  $Z$  that is independent of the Brownian motion  $W$ . Further assume that the recovery rate  $L$  obeys a lognormal distribution with mean  $\bar{L}$  and percentage standard deviation  $\lambda$ :

$$\bar{L} = E(L), \quad (2)$$

$$\lambda^2 = Var(\ln(L)), \quad (3)$$

$$LD = \bar{L} D e^{\lambda Z - \lambda^2/2}. \quad (4)$$

Note that  $Z$  is a standard normal random variable. It is known only when the default occurs; otherwise, it is unknown. Moreover, for an initial asset value  $V_0$ , default does not occur if:

$$V_0 e^{\sigma W_t - \sigma^2 t/2} > \bar{L} D e^{\lambda Z - \lambda^2/2}. \quad (5)$$

Since the survival probability at time  $t$  is equivalent to the probability that the asset value  $V_t$  does not reach the default barrier  $LD$  before time  $t$ , and the ultimate drive of the CreditGrades™ model is the distance between  $V_t$  and  $LD$ , it is able to obtain the survival probability by utilizing the distributions for the first hitting time of Brownian motion:

$$P(t) = \phi\left(-\frac{A_t}{2} + \frac{\ln(d)}{A_t}\right) - d \cdot \phi\left(-\frac{A_t}{2} - \frac{\ln(d)}{A_t}\right), \quad (6)$$

only with several market observable parameters:

$$d = \frac{V_0 e^{\lambda^2}}{LD} = \frac{S_0 + \bar{L} D}{LD} e^{\lambda^2}, \quad (7)$$

$$A_t^2 = \sigma^2 t + \lambda^2 = \left( \sigma_s^* \frac{S^*}{S^* + LD} \right)^2 t + \lambda^2, \quad (8)$$

where  $S_0$  is initial stock price,  $S^*$  is reference stock price, and  $\sigma_s^*$  is reference stock volatility.

Define the probability density function (PDF) as:

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}, \quad (9)$$

then the cumulative probability of default before time  $t$  is:

$$1 - P(0) + \int_0^t ds f(s). \quad (10)$$

To convert the CreditGrades™ survival probability to a credit price, there are two additional parameters needed, namely the risk-free interest rate  $r$  and the expected recovery rate on a specific underlying debt  $R$ . Denote the continuously compounded spread by  $c$ . The discounted expected premium payment is:

$$c \cdot \int_0^t ds P(s) e^{-rs}, \quad (11)$$

and the discounted expected loss pay-out is:

$$(1 - R) \left[ 1 - P(0) + \int_0^t ds P(s) e^{-rs} \right]. \quad (12)$$

Then the price of the CDS is the difference between these two items, namely:

$$CDS = (1 - R) \left[ 1 - P(0) + \int_0^t ds P(s) e^{-rs} \right] - c \cdot \int_0^t ds P(s) e^{-rs}. \quad (13)$$

Based on the no-arbitrage pricing theory, the price of the CDS should be zero, so the continuously compounded spread  $c^*$  can be computed by:

$$c^* = r(1-R) \frac{1 - P(0) + e^{r\xi} (G(t+\xi) - G(\xi))}{P(0) - P(t)e^{-rt} - e^{r\xi} (G(t+\xi) - G(\xi))}, \quad (14)$$

where  $\xi = \lambda^2/\sigma^2$ , and the function  $G$  is given by Rubinstein and Reiner (1991):

$$G(u) = d^{z+1/2} \phi\left(-\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{u}} - z\sigma\sqrt{u}\right) + d^{-z+1/2} \phi\left(-\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{u}} + z\sigma\sqrt{u}\right), \quad (15)$$

with  $z = \sqrt{1/4 + 2r/\sigma^2}$ .

### 2.3 Calibration of the CreditGrades™ model

To apply the CreditGrades™ model to the sovereign credit default swaps, some slight modifications are required. Since the original CreditGrades™ is oriented to firms, now consider the whole economy as an unlevered firm that generates an operating income stream noted by  $I$ . Under the assumption of risk-neutral, it follows the process:

$$\frac{dI_t}{I_t} = \varsigma dW_t + mdt. \quad (16)$$

The sovereign asset, mainly from the tax revenue at a tax rate  $t$ , can be computed by:

$$V_t = \frac{tI_t}{r-m}, \quad (17)$$

and the price of the stock satisfies:

$$S_t = \frac{(1-t)I_t}{r-m}. \quad (18)$$

Consequently, there is an obvious relationship between the value of sovereign asset and the price of the stock, which satisfies:

$$V_t = \frac{t}{1-t} S_t. \quad (19)$$

Furthermore, the measurement of the distance-to default can be adjusted according to the positive proportional relationship between the  $V_t$  and  $S_t$  as:

$$d = \frac{V_t e^{r^2}}{LD} = \frac{V_0 \frac{V_t}{V_0} e^{r^2}}{LD_0 \frac{D_t}{D_0}} = \frac{V_0 \frac{S_t}{S_0} e^{r^2}}{LD_0 \frac{D_t}{D_0}} = \frac{V_0}{LD_0} \frac{\frac{S_t^m}{S_0^m} e^{r^2}}{\frac{D_t}{D_0}}, \quad (20)$$

where the stock price is proxied by the sovereign country's stock index  $S^m$ . The value of  $\frac{V_0}{LD_0}$  is estimated by minimizing the sum of the squared errors between the spreads of the observed market CDSs and the spreads of the model CDSs:

$$\left\{ \frac{V_0}{LD_0} \right\} = \arg \min \sum_t^N (CDS_t^{T, market} - CDS_t^T)^2 \quad s.t. \quad \frac{V_0}{LD_0} > 0. \quad (21)$$

### 3. Calculation of the price of the sovereign CDS by CreditGrades™

The observed market CDS data of 10 countries is obtained from Bloomberg and corresponds to 5-year maturity from March 7<sup>th</sup>, 2016 to March 6<sup>th</sup>, 2017.

### 3.1 Input data

Stock index data is obtained from Yahoo Finance. The value of net national debt is from the IMF World Economic Outlook Database. Yearly observations are linearly interpolated on a daily frequency. Besides, the global recovery rate  $L$  is set to 50%, the volatility of the barrier  $\sigma$  is set to 30% by Finger et al. (2002), and the recovery rate is set to 53% by Moody's (2011). The risk-free rate  $r$  is referred to the government 5-year bond yield from Bloomberg.

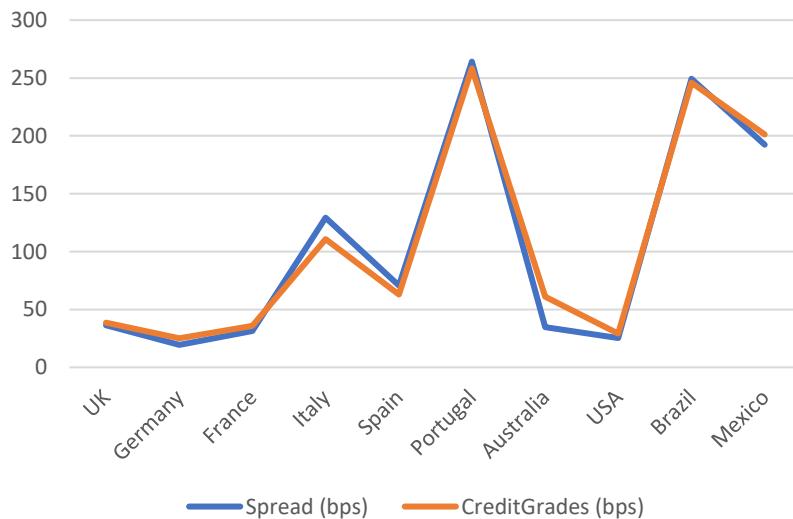
### 3.2 Results and interpretations

The results calculated by the CreditGrades™ model are concluded in Table 1 and Figure 6 below.

Table 1: Comparison between the real sovereign CDS price and the sovereign CDS price by CreditGrades™

Country	Spreads (bps)	CreditGrades™ (bps)
United Kingdom	36.500	38.507
Germany	19.394	25.094
France	31.406	35.718
Italy	129.265	110.639
Spain	70.767	62.988
Portugal	264.116	258.320
Australia	34.665	60.968
United States	25.225	29.280
Brazil	249.376	245.935
Mexico	192.387	201.214

Figure 6: Comparison between the real sovereign CDS price and the sovereign CDS price by CreditGrades™



Besides, based on the OLS regression analysis, it can establish the regression equation between the real sovereign CDS price and the sovereign CDS price given by the CreditGrades™ model:

$$\text{Spread} = 1.0346 \text{CreditGrades}^{\text{TM}} - 5.2498,$$

where R Square is 0.9860, Adjusted R Square is 0.9843, and F-statistic is 564.9262.

According to Table 1, Figure 6, and the regression equation above, the CreditGrades™ model is good at tracking credit spreads and providing timely information about the real sovereign CDS prices. However, there are still some weaknesses of the CreditGrades™ model when it is applied to forecast the price of the sovereign CDS. First, it is ambiguous to use the national net debt at a country's level to replace the debt-per-share at a firm's level. What's

worse, the national net debt is usually a yearly data, so it is linearly interpolated on a daily frequency, which makes the results more controversial. Second, the reference stock volatility for the sovereign CDS is estimated by the volatility of the stock index, but whether using the volatility of the stock index as the volatility required in the CreditGrades™ model makes sense is open to question. Third, every sovereign CDS is assumed to adapt with the unified global recovery rate, volatility of the barrier, and recovery rate. It is better to customize these essential input parameters.

## 4. Conclusion

Credit default swaps are the most common instruments in the credit derivatives market, but there is still no unified pricing system in the world. Generally, there are mainly two well-known models for credit risk modeling, including structural and reduced-form models.

The paper focuses solely on one of structural models, namely the CreditGrades™ model, and apply it to forecast the prices of sovereign credit default swaps. The prices of sovereign CDSs of ten selected countries from different continents are calculated by the modified CreditGrades™ model, and the results are compared with the real prices of sovereign CDSs. The imperfect forecast illustrates more appropriate modifications are required, although the CreditGrades™ model can track credit spreads well and provide timely information about the real sovereign CDS prices. It is ambiguous to simply use the national net debt as one of important parameters, so it is better to redefine the debt-per-share at a country's level. Besides, it is necessary to confirm the relationship between the volatility of the stock index and the volatility of the CDS market to make it sure that it is reasonable to consider the volatility of stock index as the reference stock volatility. What's more, every sovereign CDS may adapt to its own global recovery rate, volatility of the barrier, or recovery rate.

## Acknowledgment

This paper was supported by the SGS Project VŠB – TU Ostrava SP2017/148 "Finanční rozhodování podniků a finančních institucí za rizika".

## References

- [1] Black, F and Cox, J.C. (1976). Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions. *The Journal of Finance* 31, 351-367.
- [2] Duffie, D. and Singleton, K.J. (2003). *Credit Risk: Pricing, Measurement, and Management*. Princeton University Press.
- [3] Finger, C.C., Finkelstein, V., Pan, G., Lardy J.-P., Ta, T., and Tierny, J. (2002). *CreditGrades™ Technical Document*. RiskMetrics Group, Inc.
- [4] Gündüz, Y. and Uhrig-Homburg, M. (2011). *Does modeling framework matter? A comparative study of structural and reduced-form models*. Deutsche Bundesbank.
- [5] Jarrow, R.A. and Turnbull, S.M. (1995). Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk. *The Journal of Finance* 50, 53-85.
- [6] Löffler, G. and Posch, P.N. (2011). *Credit Risk Modeling Using Excel and VBA*. 2<sup>nd</sup> ed. Wiley. ISBN 978-0-470-66092-8.

- [7] Mayer, M. (2012). *A Structural View of Sovereign Risk Contagion in the Euro Zone*. Vienna Graduate School of Finance.
- [8] McNeil, A.J., Frey, R., and Embrechts, P. (2005). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*. Princeton University Press. ISBN 978-0691166278.
- [9] Merton, R.C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *The Journal of Finance* 29, 449-470.
- [10] Rubinstein, M. and Reiner, E. (1991). Breaking Down the Barriers, *Risk* pp. 28-35. April.
- [11] Schönbucher, P.J. (2003). *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing, and Implementation*. Wiley. ISBN 0-470-84291-1.

# Comparison of several alternatives to numerical pricing of options

Tomáš Tichý<sup>1</sup>, Jiří Hozman<sup>2</sup>, Michal Holčapek<sup>3</sup>, Aleš Kresta<sup>4</sup>

## Abstract

In this paper we continue in our research focused on numerical pricing of options. In particular, we discuss and evaluate Discrete Galerkin (DG) approach and Fuzzy Transform (FT) approach. We concentrate especially on some comparison. Although both methods lead to similar level of approximation, FT approach is more demanding and needs further verification.

## Keywords

Option pricing, BS model, numerical approximation, discontinuous Galerkin method, Fuzzy transform.

**JEL Classification:** G22

## 1. Introduction

In this paper we continue in our research [5–7] focused on numerical pricing of options. In particular, we discuss and evaluate Discrete Galerkin (DG) approach and Fuzzy Transform (FT) approach. Both methods in option pricing are discussed especially in [5–7]. Here, we concentrate on some comparison.

We proceed as follows. Section 2 is devoted to general ideas of option pricing; in Section 3 we review the foundations of numerical approximation and finally in Section 4 we discuss and compare DG approach and FT approach. Moreover, in Section 5 we show a numerical comparison.

---

<sup>1</sup>doc. Ing. Tomáš Tichý, Ph.D., Department of Finance, Faculty of Economics, VŠB-TU Ostrava, Sokolská 33, 701 21 Ostrava, Czech Republic. e-mail: tomas.tichy@vsb.cz.

<sup>2</sup>RNDr. Jiří Hozman, Ph.D., Department of Mathematics and Didactics of Mathematics, Faculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Studentská 2, 461 17 Liberec, Czech Republic, e-mail: jiri.hozman@tul.cz.

<sup>3</sup>Institute for Research and Applications of Fuzzy Modeling, Centre of Excellence IT4Innovations, University of Ostrava, 30. dubna 22, Ostrava, Czech Republic, e-mail: michal.holcapek@osu.cz.

<sup>4</sup>doc. Ing. Aleš Kresta, Ph.D., Department of Finance, Faculty of Economics, VŠB-TU Ostrava, Sokolská 33, 701 21 Ostrava, Czech Republic. e-mail: ales.kresta@vsb.cz.

The authors have been supported through the Czech Science Foundation (GACR) under project 16-09541S. Furthermore, the first and fourth authors acknowledge support provided within SP2017/32, an SGS research project of VSB-TU Ostrava. The support is greatly acknowledged.

## 2. Option pricing problem

An option is a very interesting type of financial derivative. A typical characteristic is that the payoff function is of the non-linear form. It implies broad spectrum of applications within the financial risk management process for both, financial as well as non-financial subjects. Simultaneously, it is the reason why the option valuation procedure can be more or less complicated.

In general, we can define the option as a financial security, which gives its owner the right to execute particular trade with *the underlying asset*, we denote it by  $S$ , at *maturity time*,  $\mathcal{T}$ , under predefined conditions. The right to make a trade can be very broad. Usually, it is either the right to buy (*a call option*) or the right to sell (*a put option*). In these basic cases, the owner has the right to buy (sell) the underlying asset for the fixed and predetermined cash amount, called *the strike price*,  $K$ . Alternatively, the underlying asset can be changed for another asset.

Moreover, there are several other contract conditions providing more details about option exercising. For example, the strike price or the ability of exercising can depend on the path followed by the underlying asset price. If there are not any additional contract specification, we can denote the option as *the plain vanilla*. In other cases, the option is referred to as *the exotic option*.

The cash flowing from the option at maturity is specified by the *payoff function*. Now, we define the payoff function of vanilla call  $\Psi_{call}^{vanilla}$ :

$$\Psi_{call}^{vanilla} = (S_{\mathcal{T}} - K)^+ \quad (1)$$

and vanilla put  $\Psi_{put}^{vanilla}$ :

$$\Psi_{put}^{vanilla} = (K - S_{\mathcal{T}})^+, \quad (2)$$

where  $(x)^+ \equiv \max(x, 0)$ .

Furthermore, the option, which can be exercised only at maturity time  $\mathcal{T}$  is called *a European*. By contrast, *an American* option is the one, which can be exercised at any time during the option life,  $\tau = \mathcal{T} - t$ .

The option valuation problem is usually solved within *the risk-neutral setting*. The justification is that being able to replicate the financial derivative or hedge its payoff perfectly, the type of the world (risk neutral or statistically true) within which we solve the valuation problem should not change the result. From the mathematical point of view, we must be able to find unique equivalent martingale measure (the set of probabilities  $\mathcal{Q}$ ) under which the relevant underlying process will behave as a martingale.

In general, we can get the initial option value  $\mathcal{V}_0$  by discounting the payoff expected at maturity. It is useful to take the expectation within the risk-neutral world and discount the result by the riskless rate ( $r$ ):

$$\mathcal{V}_0 = e^{-r\tau} \mathbb{E}_{0,\mathcal{T}}^{\mathcal{Q}}[\Psi_{\mathcal{T}}]. \quad (3)$$

To be strictly, this formulation is not valid for American options, since it can be exercised at any time  $\mathbb{T} \in [0, \mathcal{T}]$ . Thus, we can reformulate equation (3) in this way:

$$\mathcal{V}_0 = \sup_{\mathbb{T}} e^{-r\mathbb{T}} \mathbb{E}_{0,\mathbb{T}}^{\mathcal{Q}}[\Psi_{\mathbb{T}}], \text{ where } \mathbb{T} \in [0, \mathcal{T}]. \quad (4)$$

### 3. Basic principles of numerical approximation

In case that the formula above cannot be solved analytically due to the complexity of the underlying probability distribution and/or complicated payoff function (e.g., American options cannot generally be priced analytically), we need to rely on classic Black-Scholes-Merton Partial Differential Equation (BSM PDE), which decomposes the financial derivative value multiplied by riskless rate into three terms, time sensitivity, first order underlying asset price sensitivity and second order underlying asset price sensitivity:

$$\frac{\partial f(t, S_t)}{\partial t} + rS_t \frac{\partial f(t, S_t)}{\partial S_t} + \sigma^2 S_t^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(t, S_t)}{\partial S_t^2} = rf_t. \quad (5)$$

The most simple way is to apply the finite difference method approach, which approximates these by definition continues partial derivatives, i.e., sensitivities of the financial derivative price to selected factors, using discrete differences.

Since a derivation of a function  $f(x)$  can be written as:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h/2) - f(x - h/2)}{h} \quad (6)$$

we have three basic choices. For example, for  $\partial f(t, S_t)/\partial S_t$ , with discrete increment of  $S$  denoted by  $\Delta S$ , we can use FDA (*forward difference approximation*):

$$\frac{\partial f(t, S_t)}{\partial S_t} = \frac{f(t, S_t + \Delta S) - f(t, S_t)}{\Delta S}, \quad (7)$$

BDA (*backward difference approximation*):

$$\frac{\partial f(t, S_t)}{\partial S_t} = \frac{f(t, S_t) - f(t, S_t - \Delta S)}{\Delta S}, \quad (8)$$

or by combining them CDA (*central difference approximation*):

$$\frac{\partial f(t, S_t)}{\partial S_t} = \frac{f(t, S_t + \Delta S) - f(t, S_t - \Delta S)}{2\Delta S}. \quad (9)$$

In the first case, we use the initial state, i.e.,  $f(t, S_t)$ , accompanied by the value conditionally on the underlying asset price increase,  $f(t, S_t + \Delta S)$ , while in the second case we accompany the initial state  $f(t, S_t)$  by the value conditionally on the underlying asset price decrease,  $f(t, S_t - \Delta S)$ . The last case, which seems to be the most precise, though simultaneously time consuming, obviously combines both states.

On the other hand, assuming time sensitivity,  $\partial f(t, S_t)/\partial t$ , we might consider FDA only since time can solely have positive increments:

$$\frac{\partial f(t, S_t)}{\partial t} = \frac{f(t + \Delta t, S_t) - f(t, S_t)}{\Delta t}. \quad (10)$$

Finally, the second order sensitivity,  $\partial^2 f(t, \mathcal{S}_t) / \partial \mathcal{S}_t^2$ , can be obtained by combining FDA and BDA with respect to  $\Delta \mathcal{S}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f(t, \mathcal{S}_t)}{\partial \mathcal{S}_t^2} &= \left( \frac{f(t, \mathcal{S}_t + \Delta \mathcal{S}) - f(t, \mathcal{S}_t)}{\Delta \mathcal{S}} - \frac{f(t, \mathcal{S}_t) - f(t, \mathcal{S}_t - \Delta \mathcal{S})}{\Delta \mathcal{S}} \right) / \Delta \mathcal{S} \\ &= \frac{f(t, \mathcal{S}_t + \Delta \mathcal{S}) + f(t, \mathcal{S}_t - \Delta \mathcal{S}) - 2f(t, \mathcal{S}_t)}{(\Delta \mathcal{S})^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Now, we return to the original formulation:

$$\frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta t} + rj\Delta \mathcal{S} \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta \mathcal{S}} + \sigma^2 j^2 \Delta \mathcal{S}^2 \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}}{2\Delta \mathcal{S}^2} = rf_{i,j} \quad (12)$$

with financial derivative price at time  $i$  and state  $j$  being  $f_{i,j}$  ( $i = 0, \dots, M$  and  $j = 1, \dots, N-1$ ) so that:

$$a_j f_{i,j-1} + b_j f_{i,j} + c_j f_{i,j+1} = f_{i+1,j}. \quad (13)$$

The approach presented above is obviously the most simple numerical approach with relatively poor convergence. Two advanced approaches are summarized in the next section.

#### 4. Comparison of several alternatives to numerical pricing of options

Many financial engineering problems are described by partial differential equations (PDE) whose analytical (closed-form) solutions exist under very strong limiting conditions only. This is also the case of option pricing problems which represent the important part of the modern financial theory and practice. Therefore the numerical treatment to the option valuation acquires high popularity in recent decades. There are several techniques how to realize numerically the option pricing problems, ranging from stochastic simulations to variational method.

The class of variational methods includes relatively new numerical techniques based on the discontinuous Galerkin method (DGM) and fuzzy transform (FT) technique, which represents a very effective numerical tool that enables to better capture some features of the wide range of options under various market conditions with respect to the discretization of the computational domain as well as the order of the polynomial approximation.

The DGM combines ideas and techniques of finite volume (FVM) and finite element (FEM) methods to take an advantage of their strengths while eliminating their shortcomings with each other. While the FEM is a high-order method that is primarily designed for problems where the exact solution is sufficiently regular and no steep derivatives or discontinuities in data or solutions are presented. On the other hand, the FVM based on discontinuous, piecewise constant approximations allows us to capture discontinuities in the solution, but has a low order of accuracy. Therefore, the DGM can be viewed as a generalization of the finite volume techniques into higher order schemes or as an imaginary bridge between the finite volume element and the finite volume.

The DGM provides the numerical solution of the PDE composed by piecewise polynomial functions on finite element mesh without any requirements on the continuity of the solution

between across the particular elements. Therefore this approach is suitable for problems for which other techniques fail or have difficulties. Although the DGM was developed in the early 1970s, its potency in option pricing problems has not yet been fully exploited. From this point of view, this method represents a very promising numerical tool in this issue.

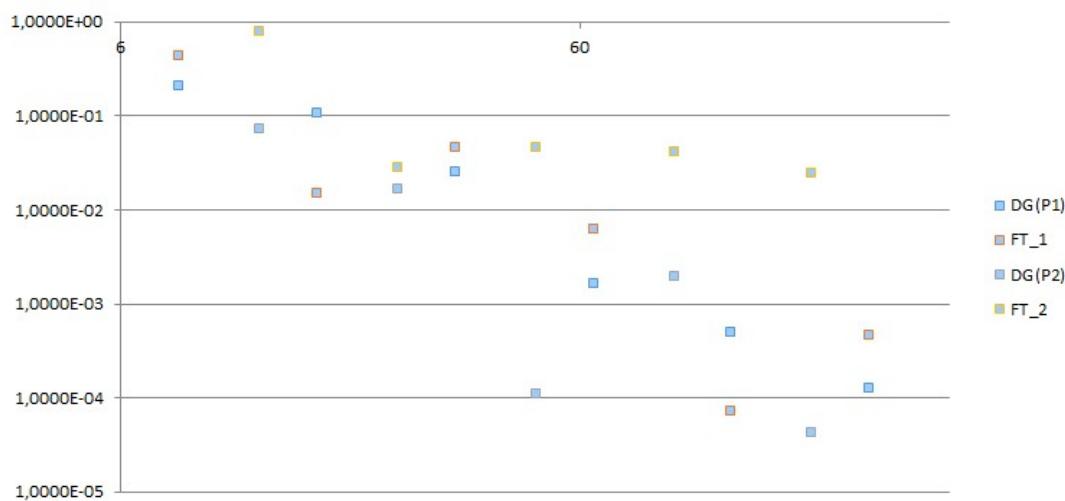
The second technique – fuzzy transform – is a relatively new approximation technique using fuzzy modeling tools to transform the functions to the finite real-number systems that provide compressed information about the original functions. More precisely, the FT starts by introducing a fuzzy partition of a given interval of reals using fuzzy sets with a special shape called basic functions. The FT has two phases – direct and inverse. The direct FT transforms functions into a finite vector of real numbers/polynomials that are called the FT components. These components are weighted local means of the original functions with respect to a given fuzzy partition and thus each component provides a local approximation of the original functions.

After some manipulation with the vector of FT components, which correspond to numerical solving PDE, one can re-use newly obtained components to approximate the continuous reconstruction of the solution of the original PDE. This procedure denoted as the inverse FT provides the solution in form of a linear combination of the basic functions with the FT components as the coefficients.

## 5. Numerical example

We apply both approaches to get a put option price – we assume close to ATM put option with strike at 4700, German DAX index as the underlying with implied volatilities from the market and zero interest and dividend rates and maturity of 3 months. The results for linear (triangular) as well as quadratic (cosine) approximation are apparent from Figure 1. Although in this experiment FT approach seems to be more computational demanding, it gives similar results to DG approach. Notwithstanding, further investigation of the method is needed.

*Figure 1: Relative error of numerical approximation methods at a given point*



## 6. Conclusions

Option pricing is important part of financial engineering. In this paper we have focused on numerical approximation techniques and especially on DG and FT methods. Although both methods lead to similar level of approximation, FT approach is more demanding and needs further verification.

## References

- [1] Black, F. and Scholes, M. (1973). The Valuation of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy* **81**, pp. 637–654.
- [2] Cockburn, B., Karniadakis, G.E. and Shu, C.-W., editors. (2000). *Discontinuous Galerkin Methods*. Springer, Berlin.
- [3] Duffy, D.J. (2006). *Finite Difference Methods in Financial Engineering*. Wiley.
- [4] Haug, E.G. (2006). *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*. McGraw-Hill.
- [5] Holčapek, M., Štefuliáková, P., and Perfilieva, I. (2016). F-transform Method for Option Pricing. *Managing and Modelling of Financial Risks*, pp. 291–299, Ostrava: VSB-TUO.
- [6] Hozman, J. and Tichý, T. (2015). Numerical pricing of European basket options with discrete barrier via the discontinuous Galerkin method. *Financial Management and Financial Institutions*, pp. 385–395, Ostrava: VSB-TUO.
- [7] Hozman, J. and Tichý, T. (2016). DG solver for one-factor and two-factor Black-Scholes models. *Managing and Modelling of Financial Risks*, pp. 323–332, Ostrava: VSB-TUO.
- [8] Merton, R. (1973). Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science* **4**, pp. 141–183.
- [9] Rivière, B. (2008). *Discontinuous Galerkin Methods for Solving Elliptic and Parabolic Equations: Theory and Implementation*. Frontiers in Applied Mathematics. SIAM, Philadelphia.
- [10] Topper, J. (2005). *Financial Engineering with Finite Elements*. Wiley.

# Option Pricing in Non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck Markets

Gabriele Torri<sup>1</sup> Rosella Giacometti<sup>2</sup> Svetlozar Rachev<sup>3</sup>

## Abstract

Non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck processes allow to model several distributional features of assets' returns, including volatility clustering, fat tails and leverage.

The most common specifications however do not allow to model long range dependence in the volatility process or self-exciting dynamics. Here we focus on the recently introduced class of *Volatility Modulated non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck* (VMOU) processes, that introduce a *Stochastic Volatility of Volatility* (SVV) component, allowing for richer dynamics for the processes, while maintaining good analytical properties. We present the framework, showing how to introduce SVV and how to compute structure preserving equivalent martingale measures. We also recall the Fourier transform option pricing setting, showing an implementation based on Non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck processes. Finally, we run a simulation study to highlight the empirical properties of VMOU processes, with particular attention to the clustering of volatility of volatility.

## Key words

VMOU Processes, volatility of volatility, self-exciting dynamics

**JEL Classification:** G12, G13

## 1. Introduction

Stochastic volatility is a well recognized stylized fact in equity markets, and has been widely studied in the financial literature. Probably the most known stochastic volatility models is the one introduced by Heston (1993) that, building from the Black-Scholes and Merton framework, models the instantaneous variance as a Cox–Ingersoll–Ross (CIR) process. Another approach is the one proposed by Barndorff-Nielsen and Shephard (2001), that model stock as diffusion process and volatility as a non-Gaussian Ornstein–Uhlenbeck (OU) process driven by a Lévy subordinator (Barndorff-Nielsen and Shephard, 2001) hereafter these will be referred to as BNS models. A third approach for the introduction of stochastic volatility is to change the clock time  $t$  to a random time with a non-decreasing process, typically a Lévy subordinator (Barndorff-Nielsen and Nicolato, 2003).

Here we focus on the BNS framework, that is characterized by good empirical performances and high analytical tractability. BNS models can explain several stylized facts exhibited by equity prices, including heavy tails, volatility clustering and leverage effects (i.e. the negative correlation between asset returns and volatility) (Barndorff-Nielsen and Shephard, 2001). Generally, they also allow easy option pricing using Fourier transform techniques (see Eberlein et Al., 2010). One of the main drawback is that most of the specifications of this framework do not allow to capture long range dependence. Moreover, empirical analyses highlighted that the volatility in the market has itself a stochastic volatility, and that the market presents self-exciting and cross-exciting dynamics, in particular when considering intra-day frequencies (Aït-Sahalia et Al., 2015). A possible extension of BNS models that includes naturally self-

---

<sup>1</sup> Gabriele Torri, University of Bergamo and VŠB TUO. gabriele.torri@unibg.it

<sup>2</sup> Rosella Giacometti, University of Bergamo. rosella.giacometti@unibg.it

<sup>3</sup> Svetlozar Rachev, Texas Tech University. zari.rachev@ttu.edu

exciting dynamics may be the use of Hawkes processes in the volatility process. This extension however would lead to relevant problems concerning option pricing, since Hawkes process are not semimartingales. An alternative and promising approach, consists in the introduction of a *stochastic volatility of volatility* SVV component, as proposed by (Barndorff-Nielsen and Veraart (2013)) with the *Volatility modulated non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck* (VMOU) processes. VMOU are an extension of the BNS model in which the volatility process has a stochastic volatility itself. In particular, the SVV effect can be obtained in two ways: by introducing a stochastic volatility for the variance process or by changing the time of the Lévy subordinator of the variance process.

In this work we present some properties of the VMOU processes and we lay out an option pricing methodology based on Fourier transform.

Section 2 gives the theoretical description of the VMOU model, Section 3 discusses the change of measure and option pricing, Section 4 shows an application of option pricing, Section 5 shows a simulation study aimed at highlighting the empirical properties of VMOU processes, Section 5 concludes and presents future research goals.

## 2. The VMOU model

### 2.1 The BNS model

We first briefly introduce the BNS model, and then we show how to expand it to the VMOU framework. We assume that the logarithmic asset price  $Y = (Y_t)_{t \geq 0}$  is an Itô's semimartingale defined on a probability space  $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, \mathbb{P})$

$$dY_t = a_t dt + \sigma_t dW_t + dJ_t, \quad (1)$$

where  $a = (a_t)_{t \geq 0}$  is a predictable drift process,  $\sigma = (\sigma_t)_{t \geq 0}$  is a càdlàg process, and  $J = (J_t)_{t \geq 0}$  is the pure jump component. In particular, in the BNS model, the volatility  $\sigma$  follows a non-Gaussian OU process driven by a Lévy subordinator (i.e. a Lévy process with positive increments) and the jump component of the log-asset price is the same that drives the volatility process. The dynamics for the model can therefore be described by the following SDEs:

$$dY_t = \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma_t^2 \right) dt + \sigma_t dW_t + \rho dL_{\lambda t}, \quad (2)$$

$$d\sigma_t^2 = -\lambda \sigma_t^2 dt + dL_{\lambda t}, \quad (3)$$

where the Background Driving Lévy process (BDLP)  $L$  has no drift,  $\bar{L} = \{L_t, t \geq 0\}$  is a subordinator  $\mu \in \mathbb{R}$  and  $\rho \in \mathbb{R}_-$ . Note that the Brownian motion  $W$  and the BDLP  $L$  are independent and the filtration is the one generated by the pair  $(W, L)$ . The leverage effect is obtained thanks to the coefficient  $\rho$  in Equation 2.

The model is characterized by a high level of analytical tractability. In particular, for the special choice of a Gamma-OU and IG-OU processes, it is possible to derive in closed form the characteristic function of the log price of the assets under the structure preserving martingale measure, allowing for fast and reliable option pricing (Nicolato and Venardos, 2003).

### 2.2 The VMOU model

Volatility modulated non-Gaussian OU models allow to introduce a stochastic volatility of volatility (SVV) component in the BNS framework outlined in the previous section. In particular SVV can be obtained in two ways: the first is to introduce a stochastic integrand  $v$  independent from  $L$  which scales the jump size of the subordinator. The dynamics of the variance can then be expressed as:

$$d\sigma_t^2 = -\lambda\sigma_t^2 dt + v_{\lambda t} dL_{\lambda t}, \quad (4)$$

where  $v = (v_t)_{t \geq 0}$  is a stationary positive, càdlàg process.

An alternative approach to introduce SVV is to perform a stochastic time change on the subordinator. The dynamics for the instantaneous variance are then the following:

$$d\sigma_t^2 = -\lambda\sigma_t^2 dt + dL_{\tau_{\lambda t}}, \quad (5)$$

where  $\tau_t = \int_0^t \xi_s ds$  and  $\xi = (\xi_t)_{t \geq 0}$  is a stationary positive, càdlàg process, independent from  $L$ . The process  $\xi$  is chosen to be absolutely continuous. As an alternative,  $\xi$  could have been modeled as a Lévy subordinator, although in this case we would return to the original BNS framework, since a time-change performed using a Lévy subordinator performed on another Lévy subordinator is itself a Lévy subordinator (Barndorff-Nielsen and Veraart (2013)).

The two approaches for the introduction of SVV (stochastic integrand and time-change) could in theory be used together, although in practical applications it may be more suitable to use only one of the two.

### 3. Martingale Measures and Option pricing

In order to use VMOU model to price derivatives it is necessary to identify an equivalent martingale measure. The stochastic volatility market that we are modelling is free of arbitrage but not complete, therefore the martingale measure is not unique and we have to select one. We consider the class of *structure preserving martingale measures*, discussed in the context of BNS model in Nicolato and Venardos (2003) and Hubalek and Sgarra (2009).

The peculiarity of these equivalent martingale measures is that under such measures the evolution of the underlying assets follows a stochastic differential equation with the same structure, although with possibly different parameters (Hubalek and Sgarra (2009)). This in turn allows to use Fourier-transform techniques for option pricing.

In particular, Barndorff-Nielsen and Veraart (2013) show that a structure preserving change of measure for VMOU process can be performed by constructing the product measure of a structure preserving change of measure for the BNS model with a structure preserving change of measure for the SVV components. We also highlight an interesting property of VMOU models proved in Barndorff-Nielsen and Veraart (2012): the authors show that in MVOU models, the variance risk premium dynamics under a structure preserving equivalent martingale measure is fully determined by the SVV component.

Once obtained the characteristic function of the log-price process, it is possible to price options and other derivatives using Fourier-transform techniques, such as the ones proposed by Carr and Madan (1999) and Eberlein et Al. (2010). In particular, in case of plain vanilla call options, we can use the method of Carr and Madan (1999). Let  $k$  denote the log of the strike price  $K$  and  $C_T(k)$  the value of an European call option with maturity  $T$  and strike  $K$ . Indicating with  $q_T(s)$  the risk neutral density of the log price and  $\phi_T(u)$  the corresponding characteristic function, we can denote the value of the call option as:

$$C_T(k) \equiv \int_k^\infty e^{-rT} (e^s - e^k) q_T(s) ds \quad (6)$$

As proved in Carr and Madan (1999), we can then express the value of the option as follows:

$$C_T(k) = \frac{e^{-ak}}{\pi} \int_0^\infty e^{-iuk} \psi_T(u) du, \quad (7)$$

with

$$\psi_T(u) = \frac{e^{rT}\phi_T(u-(a+1)i)}{\alpha^2+\alpha-u^2+iu(2\alpha+1)},$$

where  $\alpha$  is a damping factor. Equation 7 can be solved numerically using fast Fourier transform or, as proposed by Chourdakis (2004), fractional Fourier transform.

The technique can be applied to VMOU processes, for which the characteristic function can be obtained in semi-analytical form. We can express the Laplace transform of a VMOU process under a structure preserving risk neutral probability. To simplify the exposition assume that the model for the asset price under the equivalent martingale probability  $\mathbb{Q}$  is given by  $S_t = S_0 e^{Y_t}$  with:

$$dY_t = (\mu + \beta\sigma_t^2)dt + \sigma_t dW_t,$$

where  $\mu, \beta \in \mathbb{R}$ . Moreover, the process  $\sigma_t^2$  is characterized by both stochastic integrand and change of time (see Equations 4 and 5). The discounted process is a martingale if and only if  $\mu + (\beta + \frac{1}{2})\sigma_t^2 = r$  (Nicolato and Vernandos, 2003). If the martingale condition holds, it is possible to determine the Laplace transform as follows, as proved in Barndorff-Nielsen and Veraart (2013), Proposition 2.1:

Let  $\phi(u) = \mathbb{E}_t^\mathbb{Q}[e^{uY_{t+h}}]$  for  $h \geq 0$ . Then:

$$\phi(u) = \exp\left(uY_t + u\mu h + \left(\beta u + \frac{u^2}{2}\right)\epsilon_\lambda(h)\sigma_t^2\right) \mathbb{E}_t^\mathbb{Q}\left[\exp\left(\lambda \int_t^{t+h} \chi_L(f(s,u))\xi_{\lambda s} ds\right)\right], \quad (8)$$

where  $f(s,u) := \left(\beta u + \frac{u^2}{2}\right)\epsilon_\lambda(t+h-s)v_{\lambda s}$ ,  $\epsilon_\lambda(t) := \frac{1}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$  and  $\chi_L$  denotes the log-transformed Laplace transform of  $L$ .

In the VMOU case the integral has to be evaluated numerically using Monte Carlo techniques, while the traditional BNS admits, in some specifications, a closed form for the characteristic transform of  $Y_{t+h}$ . In the following sub-Section, we present a brief application of Fourier pricing technique with the BNS model.

### 3.1 Fourier Pricing with BNS Model

When the variance process of the BNS model is specified with an OU-gamma or a OU-NIG process (see Schoutens, 2004), it is possible to obtain the characteristic function of the log-price process under the structure preserving equivalent martingale measure and to implement Carr Madan (1999) Fourier pricing. In particular, in the case of OU-gamma variance, Equation 8 can be written as:

$$\begin{aligned} \phi(u) &= \mathbb{E}_t^\mathbb{Q}[\exp(iuY_t|S_0, \sigma_0)] = \exp(iu \log(S_0) + (r - q - a\lambda\rho(b - \rho)^{-1}t)), \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda^{-1}(u^2 + iu)(1 - \exp(-\lambda t))\sigma_0^2\right), \\ &\quad \times \exp\left(a(b - f_2(u))^{-1} \left(b \log\left(\frac{b-f_1(u)}{b-iu\rho}\right) + f_2(u)\lambda t\right)\right), \end{aligned} \quad (9)$$

where  $f_1(u) = iu\rho - \frac{1}{2}(u^2 + iu)(1 - \exp(-\lambda t))$  and  $f_2(u) = iu\rho - \frac{1}{2}(u^2 + iu)$ ,  $r$  is the risk-free rate,  $q$  the dividend yield of the asset and  $a, b, \lambda, \rho$  the parameters of the model, as specified in Schoutens (2004, Chapter 7.1.1). We used the US 3-months treasury bill as the risk free rate and the historical dividend yield of the S&P 500. The calibration of the model is performed on 167 European call options written on the S&P 500 index priced at the closing time of 12/08/2017. The dataset is available upon request by the authors. The calibration has

been performed by minimizing the mean square error (MSE) of the option price obtained by the model and the market price:

$$\sum_{\text{options}} \frac{(market\ price - model\ price)^2}{number\ of\ options} \quad (10)$$

Figure 1 shows the market prices of the options and the fitted values, as well as the implied volatilities. Table 1 reports the value of the RMSE and other statistics and compares them to the results of pricing done with Black, Scholes and Merton model. We see that the BNS model proves to be far superior in fitting option prices compared to the Black, Scholes and Merton model. Notice however that the calibration has been performed using the market options in a single day. In theory the model parameters should remain constant over time, however in practice they typically change and the market practice is to recalibrate the model daily (see for instance da Fonseca and Grasselli, 2011). The usage of a more suitable model, such as the VMOU, may in theory reduce the instability over time of the parameters, allowing more accurate pricing and forecasting. We will address this issue in future investigations.

*Figure 1: Option calibration with BNS-OU-gamma model. Option prices (Panel A) and implied volatilities (Panel B) in the market for different maturities (circles) and fitted values with BNS model with OU-gamma variance (solid line).*

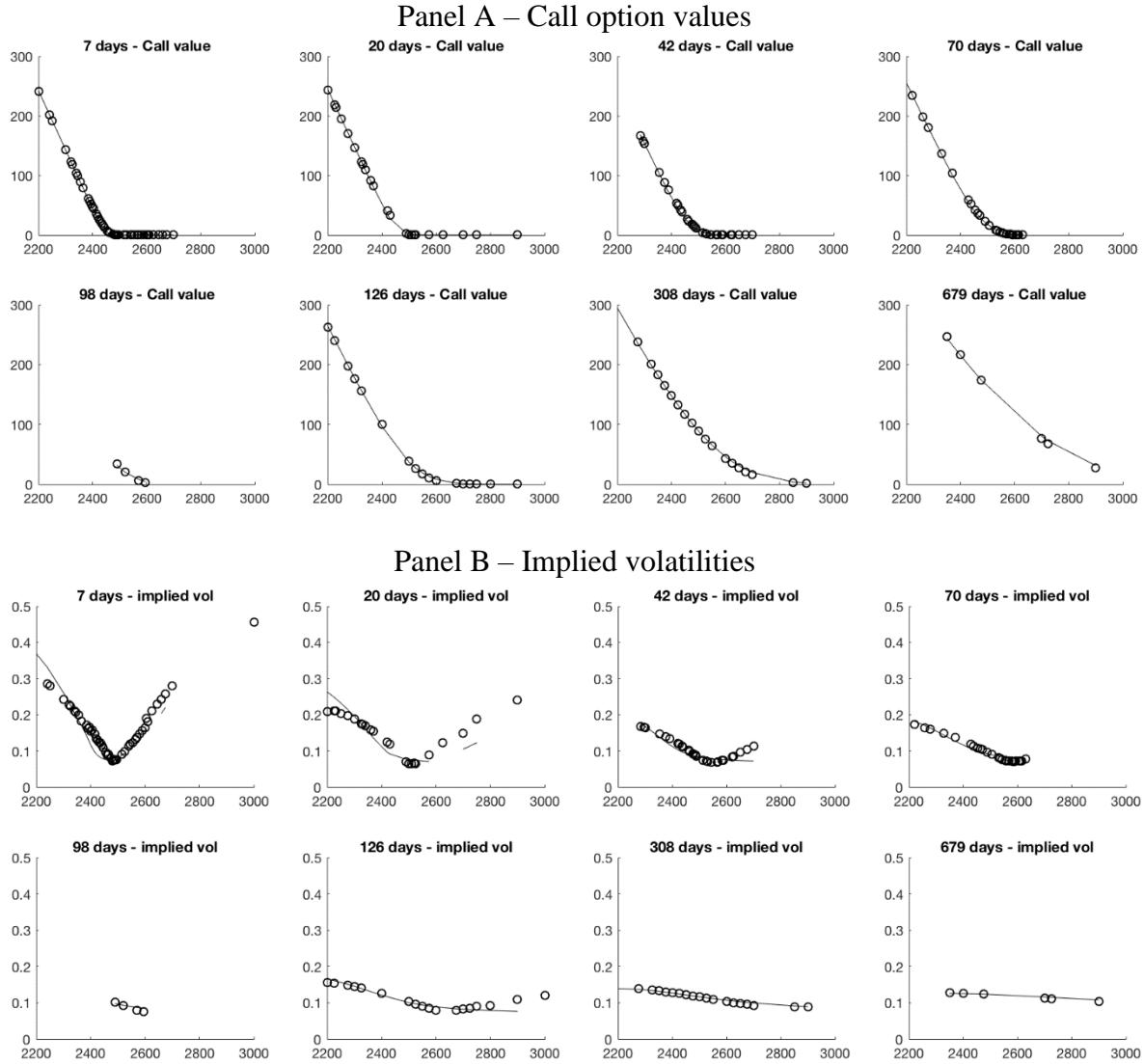


Table 1: Statistical measures for quality of fit – AAE is Average Absolute Error, RMSE is Root Mean Square Error, APE is Average Percentage Error. The indicators are specified as in (Schoutens, 2004, Chapter 1.2.2).

Model	AAE	RMSE	APE (%)
BNS-OU-gamma	1.52	2.19	2.86
Black, Scholes and Merton	7.82	10.64	14.74

## 4. Simulation of VMOU Processes

In this Section, we conduct a simulation study with two specifications of the VMOU process. The goal is to describe the empirical properties of the models and to highlight their modeling flexibility, specifically in relation to long range dependence and volatility clustering of the volatility process. The first specification is constructed using the stochastic integral  $v$  (hereafter defined *stochastic integral model*):

$$\begin{aligned} dY_t &= \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma_t^2 \right) dt + \sigma_t dW_t + \rho dL_{\lambda t}, \\ d\sigma_t^2 &= -\lambda \sigma_t^2 dt + v_{\lambda t} dL_{\lambda t}, \\ dv_{\lambda t}^2 &= -\lambda^{(v)} \lambda v_{\lambda t}^2 dt + dL_{\lambda^{(v)} \lambda t}^{(v)}, \end{aligned} \quad (11)$$

where  $L_t$  and  $L_t^{(v)}$  are independent gamma processes with parameters  $\alpha = 1, s = 0.08$  and  $a^{(v)} = 0.1, s^{(v)} = 5$ , respectively. Moreover,  $\mu = 0.05, \lambda = 10, \lambda^{(v)} = 1$  and  $\rho = -0.01$ .

The second specification is constructed using a time change (hereafter *time change model*), in which the process  $\xi$  follows a CIR process driven by a Brownian motion  $B$  independent from  $W$  (see Equation 5)

$$\begin{aligned} dY_t &= \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma_t^2 \right) dt + \sigma_t dW_t + \rho dL_{\lambda t}, \\ d\sigma_t^2 &= -\lambda \sigma_t^2 dt + 0.5 dL_{\tau_{\lambda t}}, \\ d\tau_t &= \xi_t dt, \\ d\xi_t &= \alpha(\beta - \xi_t)dt + \gamma \sqrt{\xi_t} dB_t, \end{aligned} \quad (12)$$

where  $\alpha = 2, \beta = 1, \gamma = 1$  and the parameters for  $dY_t$  and  $d\sigma_t^2$  are the same as in the *stochastic integral model* (Equation 11).

Finally, we also simulate a traditional BNS model with OU-gamma stochastic volatility as a reference (hereafter called *BNS-OU-gamma*). The specification is the following:

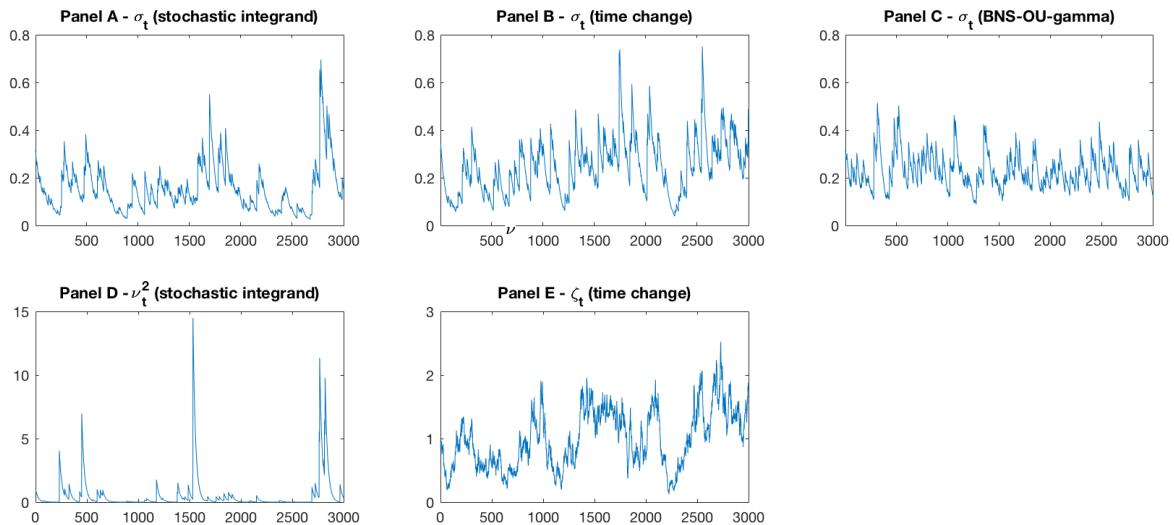
$$\begin{aligned} dY_t &= \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma_t^2 \right) dt + \sigma_t dW_t + \rho dL_{\lambda t}, \\ d\sigma_t^2 &= -\lambda \sigma_t^2 dt + dL_{\lambda t}, \end{aligned} \quad (13)$$

where the parameters are set as in Equations 12 and 13. Notice that the parameters chosen make sure that in the three specifications the mean of  $\sigma_t^2$  is equal. For each setting we simulate 3000 observations of length 1 trading day. Figure 2 shows simulated trajectories of  $\sigma^2$  computed using the three specifications, the  $\xi$  process in the *time change model* process and the  $v^2$  in the *stochastic integral model*. We can see that the processes of  $\sigma^2$  exhibit richer dynamics in the two specifications of MVOU model compared to the traditional *BNS-OU-gamma* model. In particular, the processes display volatility clustering and sharper rises in volatility compared to the *BNS-OU-gamma*. The two MVOU models obtain the results in rather different ways, in the *stochastic integral* case, the volatility dynamics are driven by sharp jumps in the process  $v^2$ , while in the *time change model* they are influenced by the diffusion process  $\xi$ .

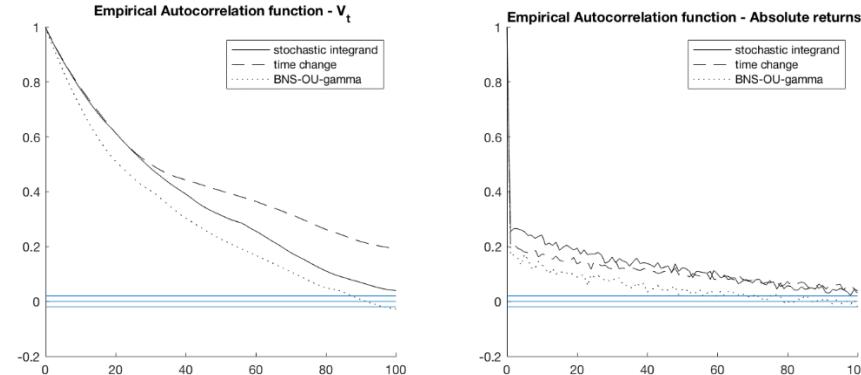
The presence of an SVV component can also increase the memory of the process, as shown by the autocorrelation function of the variance function and of the absolute returns for the three

specification of  $\sigma^2$ , as presented in Figure 3, that is larger for the VMOU models compared to the *BNS-OU-gamma* model. Finally, we notice that by changing the parameters of the SVV it is possible to obtain a large variety of specifications, in particular concerning the volatility clustering of the  $\sigma^2$  processes, allowing for large model flexibility. This last point is illustrated in Figure 4, where we simulate the *stochastic integral model* with different values for the parameters  $\lambda^{(v)}$ , that governs the level of serial correlation of the process. This model flexibility may be particularly useful to better capture market features and to model self-exciting dynamics.

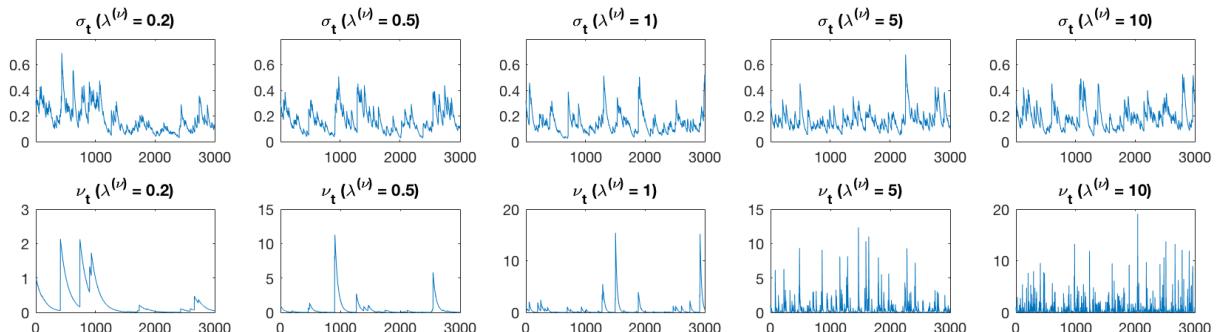
*Figure 2: Simulation study – simulated instantaneous  $\sigma$  process for stochastic integral model, time change model and the BNS-OU-gamma model, respectively (Panels a,b,c),  $v^2$  in the stochastic integral model (d) and  $\xi_t$  process for the time change model (e).*



*Figure 2: Simulation study – Autocorrelation function of process  $V$  and of absolute returns for different model specifications.*



*Figure 3: Simulation study – Simulations of stochastic integrand model with different values of  $\lambda^{(v)}$ .*



## 5. Conclusions and Possible Extensions

VMOU processes constitute a natural extension of BNS random volatility models. The flexibility of the framework and the ability to describe stylized facts of financial markets, make them promising modeling tools. In this work we present the main features of the framework, describing how the stochastic volatility of volatility component is introduced, and showing how to compute the structure preserving equivalent martingale measure. We then recall the Fourier transform technique by Carr and Madan (1999) and we present an implementation with BNS-OU-gamma model, calibrating the process parameters using S&P500 option prices. Finally, we present a simulation study where we visualize the features of VMOU processes, comparing them with a traditional BNS model. We conclude saying that the model shows promising features, especially in capturing the volatility clustering of the volatility itself, showing features similar to self-exciting dynamics. Further investigations are required to implement Fourier option pricing with this model and to test the performances on real data, especially at intra-day frequency.

## Acknowledgements

This paper has been supported by the Czech Science Foundation (GACR) under project 15-23699S and by VSB-TU Ostrava under the SGS project SP2017/32.

## References

- [1] Aït-Sahalia, Y., Cacho-Diaz, J., & Laeven, R. J. (2015). Modeling financial contagion using mutually exciting jump processes. *Journal of Financial Economics*, 117(3), 585-606.
- [2] Barndorff-Nielsen, O. E., & Shephard, N. (2003). Integrated OU Processes and Non-Gaussian OU-based Stochastic Volatility Models. *Scandinavian Journal of statistics*, 30(2), 277-295.
- [3] Barndorff-Nielsen, O. E., & Shephard, N. (2001). Non-Gaussian Ornstein–Uhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 63(2), 167-241.
- [4] Barndorff-Nielsen, O. E., & Veraart, A. E. (2012). Stochastic volatility of volatility and variance risk premia. *Journal of Financial Econometrics*, 11(1), 1-46.
- [5] Chourdakis, K. (2005). Option pricing using the fractional FFT. *Journal of Computational Finance*, 8(2), 1-18.
- [6] Da Fonseca, J., & Grasselli, M. (2011). Riding on the smiles. *Quantitative Finance*, 11(11), 1609-1632.
- [7] Carr, P., & Madan, D. (1999). Option valuation using the fast Fourier transform. *Journal of computational finance*, 2(4), 61-73.
- [8] Eberlein, E., Glau, K., & Papapantoleon, A. (2010). Analysis of Fourier transform valuation formulas and applications. *Applied Mathematical Finance*, 17(3), 211-240.
- [9] Heston, S. L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *The review of financial studies*, 6(2), 327-343.
- [10] Hubalek, F., & Sgarra, C. (2009). On the Esscher transforms and other equivalent martingale measures for Barndorff-Nielsen and Shephard stochastic volatility models with jumps. *Stochastic Processes and their Applications*, 119(7), 2137-2157.

- [11] Nicolato, E., & Venardos, E. (2003). Option Pricing in Stochastic Volatility Models of the Ornstein-Uhlenbeck type. *Mathematical finance*, 13(4), 445-466.
- [12] Schoutens, W. (2003). Lèvy Processes in Finance. Wiley.

# Methods of Risk Identification in Management of Public Sector Organizations

Piotr Tworek <sup>1</sup>

## Abstract

The paper addresses the issues of risk identification as a separate stage which forms an integral part of any risk management process. It is also a process which forms an integral part of governance in public sector organizations. In particular the author focuses on risk identification methods that can be used by public sector organizations. In this paper the author also draws attention to the applicability of some of these methods. The paper is an attempt at transferring the risk management patterns and methods from the private sector to public sector organizations. The theoretical deliberations in the paper are illustrated by the empirical research results conducted among selected Polish public hospitals. The paper uses the method of synthesis. It also contains a review of the scholarly literature in this field.

## Key words

risk management, public management, public organizations, public hospitals, public finance

**JEL Classification:** D73, D81, E42, G32, H00, H12, H7, H83, I1, I28, J00, L3, M4, P35, P43

## Introduction

Both in theory and in practice risk management in the public sector may be considered across a number of areas in which a given organisation operates and with reference to various fields within public management in general, as a science of management [1]. That is why risk is so difficult to manage in the public sector and an attempt at proposing a single all-purpose methodology in this respect would be such a challenging task. This also applies to risk estimation, as in economic sciences risk is perceived as a measurable category [2]. In addition, the stage which should not be neglected either is risk identification, as it precedes risk analysis and assessment and has a crucial importance in the entire risk management process in public organisations. Any mistakes made when identifying risk sources in a public organisation are bound to result in follow-up mistakes in the final risk assessment, leading to the selection of incorrect methods to deal with risk and, consequently, inadequate risk responses [3]. Therefore, the knowledge of risk management methodology plays such an important role in an organisation's practice, although it would be quite difficult to find any publications dealing with the methodology issue in the literature on the subject. That was the reason behind the decision to explore the topic in this paper, which aims to present the risk management issues in public organisations, with the focus on risk identification methodology. The paper is an attempt to transfer risk management patterns from the commercial sector to the public one, since risk management as a practical science has its origin in the commercial sector [4, 5], which is especially true about risk management in financial markets [6]. Nowadays, risk management is a vital component of management sciences, including strategic management

---

<sup>1</sup> Piotr Tworek, Ph.D., Assistant Professor, Department of Public Management & Social Sciences, Faculty of Economics, University of Economics in Katowice, 1 Maja 50 Street, 40-287 Katowice, Poland; e-mail: piotr.tworek@ue.katowice.pl

[7], and public risk management may be an excellent illustration of the New Public Management (NPM) concept [3] or, in general, of other theories in this area, which are widely addressed in the scholarly literature and have frequently been verified in practice [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18]. Risk is a pervasive category and, as such, it should be managed in an appropriate manner, using well-suited methods. What is important here is the knowledge of benefits and drawbacks which can be found in every risk management method and which are directly translated into its applicability. Consequently, the paper includes a recommendation, suggesting that risk identification methods used by risk managers in the commercial sector should be implemented in public organisations in Poland and all over the world. The theoretical and conceptual deliberations are supplemented with the results of the empirical research conducted among a selection of public hospitals which operate in Poland, looking at these entities as a classic example of public sector organisations [19]. The research was carried out as part of the project entitled „Risk in public management. Stages I and II“ (scientific potential 2016-2017), at the University of Economics in Katowice, where the author of the paper performed the role of a project manager. A questionnaire survey and face-to-face interviews were used during the research. The paper also contains a review of the scholarly literature in this field. It employs the methods of deduction, induction and synthesis.

## **1. Methodical problems of risk identification in public organizations**

Regrettably, in the Polish public sector risk is managed to a limited extent only and – unlike e.g. in corporations – not all of the available methods tend to be used e.g., in particular when it comes to risk identification and quantification [20]. This is mostly due to the cross-functional character of public risk [21], which is today regarded as a multi-sectoral category. This also applies to the operations of non-profit organisations [22] or any forms of entrepreneurial activities, including social enterprises [23, 24], where it can be seen as an inherent feature. In an organisation risk may refer to any aspect of its activities, as well as such dysfunctions as a deterioration in its effectiveness, blockage of communication channels, incorrect allocation of the organisation's resources, weakening cohesion of its business culture, lower flexibility and adaptability of the organisation when having to face changes occurring in its environment, excessive or uncontrolled growth and blurring of its boundaries [25]. From the scientific perspective, risk makes a category which is highly difficult to define, that is why risky or uncertain situations which may be encountered by organisations, enterprises or an economy at large are often referred to in the literature as crisis situations [26, 27, 28, 29]. This seems to be particularly justified and well-founded in case of public sector organisations, as a crisis in public management may assume a variety of forms, e.g. the risk of a political crisis [30]. No matter, however, how risk is defined and understood in an organisation's operations, what matters most are substantial considerations. The issue of methodology in management sciences has been [and still remains] an interesting area of scientific research [31], which is particularly true when looking at the transfer of management patterns [32] – including risk management methods – from the commercial sector to the public one. What appears to be of vital importance here are the utilitarian benefits or, in general, the applicability of risk management methods that are potentially available to public managers and can be used in public organisations, as a supplement to the existing public management instruments [33]. This may lead to a specific methodological question: Which risk identification methods should be used in a public organisation to enable it to manage its risk in a comprehensive and complementary way?

The proposed methods are listed below in Table 1.

Method	Strengths	Weaknesses	CSFs for Effective Application
Brainstorming	<ul style="list-style-type: none"> <li>Allows all participants to speak their mind and contribute to the discussion</li> <li>Can involve all key stakeholders</li> <li>Creative generation of ideas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Requires attendance of key stakeholders at a workshop, therefore can be difficult to arrange and expensive</li> <li>Prone to Groupthink and other group dynamics</li> <li>May produce biased results if dominated by a strong person (often management)</li> <li>Often not well facilitated</li> <li>Generates non-risks and duplicates, requires filtering</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Attendance of representative group of stakeholders</li> <li>Commitment to honesty</li> <li>Preparation</li> <li>Good facilitation</li> <li>Use of structure (e.g. categories or RBS)</li> </ul>
Cause and Effect (Ishikawa) Diagrams	<ul style="list-style-type: none"> <li>Visual representation of public organization promotes structured thinking</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diagram can quickly become over-complex</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Effective selection of critical impacts (e.g. by use of sensitivity analysis)</li> </ul>
Check lists	<ul style="list-style-type: none"> <li>Captures previous experience</li> <li>Present detailed list of risks</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Check list can grow to become unwieldy</li> <li>Risks not on the list will be missed</li> <li>Often only includes threats, misses opportunities</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Regular maintenance is required</li> <li>Use of structure can assist (e.g. RBS)</li> </ul>
Delphi technique	<ul style="list-style-type: none"> <li>Captures input from experts</li> <li>Removes sources of bias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Limited to specific risks</li> <li>Dependent on actual expertise of experts</li> <li>May take longer time than available due to iterations of the experts' inputs</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Effective facilitation</li> <li>Careful selection of experts</li> <li>Clear definition of scope</li> </ul>
Document review	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expose detailed public organization-specific risks</li> <li>Requires no specialist tools</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Limited to risks contained in public organization documentation</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Understanding of relevance of prior experience</li> </ul>
FMEA/Fault Tree Analysis	<ul style="list-style-type: none"> <li>Produces an estimate of overall reliability using quantitative tools</li> <li>Good tool support</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Focuses on threats not so useful for opportunities</li> <li>Requires expert tool not generally available to those except experts</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Detailed description of the area being assessed</li> <li>Statistically accurate data on fault probabilities for many events</li> </ul>
Force Field Analysis	<ul style="list-style-type: none"> <li>Creates deep understanding of factors that affect public organization objectives</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Time-consuming and complex technique</li> <li>Usually only applied to a single objective, so does not provide whole-organization view</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Prioritized objectives</li> </ul>
Public sector knowledge base	<ul style="list-style-type: none"> <li>Captures previous experience</li> <li>Allows benchmarking against external public organizations</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Limited to what has previously happened</li> <li>Excludes organization-specific risks</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Access to relevant information</li> </ul>
Influence diagrams	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expose key risk drivers</li> <li>Can generate counterintuitive insights not available through other techniques</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Requires disciplined thinking</li> <li>Not always easy to determine appropriate structure</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identify key areas to address</li> </ul>
Interviews	<ul style="list-style-type: none"> <li>Addresses risks in detail</li> <li>Generates engagement of stakeholders</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Time consuming</li> <li>Raises non-risks, issues, worries etc, so requires filtering</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Good interviewing and questioning skills</li> <li>Environment of trust, openness, confidentiality</li> <li>Preparation</li> <li>Open relationship between interviewer and interviewee</li> </ul>
Nominal Group Technique	<ul style="list-style-type: none"> <li>Encourages and allows all participants to contribute</li> <li>Allows for different levels of competence in common language</li> <li>To a large extent, autodocumenting</li> <li>Provides ideal base for affinity diagramming (grouping by risk categories for use in the Risk Breakdown Structure and Root Cause Analysis)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Can lead to frustration in dominant members who feel it is moving slowly</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Good briefing of all participant in the technique</li> <li>Strict facilitation</li> </ul>

Public organization reviews/Lessons learned/Historical information	<ul style="list-style-type: none"> <li>Leverages previous experience</li> <li>Prevents making the same mistakes or missing the same opportunities twice</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Limited to those risks that have occurred previously</li> <li>Information is frequently incomplete: details of past risks may not include details of successful resolution; ineffective strategies are rarely documented</li> <li>Creative generation of ideas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Well structured organization lessons learned database</li> <li>Participation of previous organization team members (ideally including the public risk manager)</li> </ul>
Prompt Lists	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ensures coverage of all types of risk</li> <li>Stimulates creativity</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Topic can be too high level</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Choice of list relevant to the public organization and its environment</li> </ul>
Questionnaire	<ul style="list-style-type: none"> <li>Encourages broad thinking to the identify risks</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Success depends on the quality of the questions</li> <li>Limited to the topics covered by the questions</li> <li>Can be a simple reformatting of a checklist</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Clear and unambiguous questions</li> <li>Detailed briefing of respondents</li> </ul>
Risk Breakdown structure (RBS)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Offers a framework for other risk identification techniques such as brainstorming</li> <li>Ensures coverage of all types of risk</li> <li>Test for blind spots or omissions</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>None</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Requires a comprehensive RBS, often tailored to the public organization</li> </ul>
Root-Cause Analysis	<ul style="list-style-type: none"> <li>Allows identification of additional, dependent risks</li> <li>Allows the public organization to identify risks that may be related because of their common root causes</li> <li>Basis for development of pre-emptive and comprehensive responses</li> <li>Can serve to reduce apparent complexity</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Most risk management techniques are organized by individual risk. This organization is not conducive to identifying the root causes</li> <li>Can oversimplify and hide existence of other potential causes</li> <li>There may be no valid strategy available for addressing the root cause once it has been identified</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ability to identify if a risk is an outcome of a more fundamental cause</li> <li>Willingness by management to accept and address the root cause rather than adopting partial workarounds</li> </ul>
SWOT Analysis	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ensures equal focus on both threats and opportunities</li> <li>Offers a structured approach to identify threats and opportunities</li> <li>Focus on internal (organizational strengths and weaknesses) and external (opportunities and threats)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Focuses on internally generated risks arising from organizational strengths and weaknesses, excludes external risks</li> <li>Tends to produce high-level generic risks, not public organization-specific</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Good facilitation</li> <li>Strict adherence to the technique, to avoid confusing the four SWOT perspectives (i.e. between Strengths and Opportunities, or between Weaknesses and Threats)</li> </ul>
WSS Review	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ensures all elements of the public organization scope are considered</li> <li>Provides for risks related to different levels of detail (from high-level to those related to individual work packages)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Excludes external risk or those not specifically related to WBS elements</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Good WBS</li> </ul>

Table 1: Methods: examples and templates for identifying risks in public sector organisations

Source: based on [34].

Table 1 provides some examples of the solutions used by project managers in the commercial sector [34], which can be transferred to public organisations, highlighting, on one hand, strengths and weaknesses of the risk identification methods and, on the other hand, their applicability. When reviewing the methods listed in Table 1 it is apparent that their usefulness in public management may vary. Nevertheless, such methods should be used in an organisation's practical activities in a complementary way, which is one of the principles underlying the general concept of *Public Risk Management (PRM)* [3, 20, 21], as recommended in the scholarly literature. The adherence to this principle may ensure high effectiveness of risk identification, when carried out by public organisations. Another important issue in public management is the fact that every risk identification method (Tab. 1) can be adjusted by a public manager to better suit their needs, i.e. depending on the risk they are considering at the given time. Also, a combination of qualitative and quantitative methods

should be applied in a complementary way. Such an approach is advocated by a number of associations and research institutions worldwide, which promote risk awareness [5]. In Europe attention should be drawn, first of all, to the solutions developed within an international risk management standard of FERMA (Federation of European Risk Management Associations), the main advantage of which is the fact that it was designed having in mind, *inter alia*, public organisations [3]. However, one should not neglect the key downside of the FERMA standard, namely a lack of a clear statement that risk should be managed in an integrated way. In case of public organisations this is to be understood as meaning that some kind of pivotal value needs to be found and serve as a point of reference for risk estimation, conducted with specific methodology [20]. Similar drawbacks may be seen in the concept of *Public Sector Risk Management (PSRM)* [35], given in the literature on the subject, which – in addition – seems to be inconsistent. Besides, some solutions that are worth a mention are comprised in *The Orange Book: Management of Risk – Principles and Concepts* [36]. These, however, focus predominantly on risk management in the public sector, which is connected with managerial control and is carried out from the internal audit perspective. Such an approach is implemented, e.g. in Poland, in line with Message No. 23 of the Minister of Finance, dated 16 December 2009 on managerial control standards for the public finance sector [37] and Message No. 6 of the Minister of Finance, dated 6 December 2012, on specific planning and risk management guidelines for the public finance sector [38]. In practical terms, the need to implement managerial control as a system operating across a given public organisation gives rise to numerous responsibilities on the organisation's management part, such as, first of all, an obligation to devise managerial control procedures, including such essential components as a system for setting the organisation's goals and the procedures required to be able to identify existing risks that may jeopardise the goals and tasks on hand [39]. Secondly, self-assessment procedures have to be developed and the procedures which are already in place have to be aligned with the managerial control system which is being created, using – to a large extent – the existing mechanisms, e.g. the internal controls that have so far been used [39]. Moreover, heads of organisational units should check, first of all, whether the risk identification method is consistent across the organisation; secondly, whether risk identification is carried out in a planned and regular manner and scheduled at least on an annual basis; thirdly, whether members of top management are involved in the risk identification process; fourthly, whether the risk identification process is documented; fifthly, whether a risk identification process is repeated in case of any significant change in the organisation's goals or operating conditions; sixthly, whether the risk identification method has been communicated to appropriate staff members in the organisation; seventhly, whether the risk identification process is conducted taking notice of internal and external audit findings, as well as the available results of assessments, checks etc. [40]. These guidelines, however, focus on procedures, rather than methodology.

## Conclusion

Due to the specific character and the multitude of organisations operating in the public sector, it would be a highly challenging task to devise one universal procedure for risk management processes. From the scientific point of view, the transfer of (risk) management patterns from the commercial sector to the public one appears to be even more difficult. One of the reasons could be the difference in the way private entities and public organisations work [32]. However, a feasible attempt could be the adaptation of tried and tested management models e.g. from American corporations, not only for the very concept of strategic management but also for processes and methods employed when managing risks. In order to

be able to successfully transfer risk management methods from the commercial sector to the public sector public managers are expected to: firstly, be aware of the fact that a wide range of risk identification methods are available and each of them can use these methods freely in public organisations, depending on the situation and their needs; secondly, they should know that risk identification methods have both advantages and disadvantages, which is particularly important in public management; and thirdly, they should remember that various risk management methods bring about various effects [41] in a variety of public organisations. It is vital to select an appropriate method, based on a given public organisation's profile. Some risk identification methods may work much better in one organisation while other methods may turn out to be more effective in other public entities. In public management special attention should be paid to the features every method demonstrates, which is also frequently highlighted in the literature on the subject (Tab. 1). What also tends to be emphasized is the applicability of such methods. These issues are common knowledge among risk managers in the commercial sector but seem to be much less noticeable in the public sector or among non-profit organisations [22]. Apart from the commercial sector, risk is usually not managed in any integrated way in Poland, as can be seen when reviewing the results of the empirical research carried out in Polish public hospitals. Its findings show that many managers of public health care believe that there is no practical need for such an approach (28% of the respondents), but they also say that it is difficult to clearly define the impact of risk on their hospitals (16% of the respondents) [41, 42]. Traditional methods for managing risks in public hospitals are perceived by many of the surveyed managers as fairly sufficient (8% of the respondents) [41, 42]. The research also proves that Polish public hospitals do not manage their risks in any organised way, using all the methodology available in this respect for managers of the public health care sector to address the risk they encounter in such public organisations [41, 42]. Such a conclusion may be drawn both for risk identification methods and risk analysis and assessment ones. Their knowledge and use of risk identification methods looks similar, and the most popular method they tend to opt for is brainstorming. Public managers often use this method in a quite arbitrary manner, without being aware of its pros and cons, which are described in the scholarly literature, and without considering any other methods that could be accessible [43, 44]. Based on the observations, such a conclusion may equally apply to the public sector in Poland at large.

## References

- [1] Kożuch, B. (2015). *Zarządzanie publiczne jako teoria i praktyka*, [in:] *Instrumentarium zarządzania publicznego*. Red. B. Kożuch, Ł. Sułkowski. Warszawa: Difin, p. 28.
- [2] Knight, H.F. (1921). *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston: Hart, Schaffner & Marx.
- [3] Tworek, P. (2015). *Public Risk Management (PRM)*, [in:] *Financial Management of Firms and Financial Institutions. Part IV*. Ed. M. Ćulik. Proceedings from 10<sup>th</sup> International Conference. Ostrava: VŠB – TU Ostrava 2015, pp. 1340-1347.
- [4] Lam, J. (2003). *Enterprise Risk Management*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- [5] Tworek, P. (2010). *Risk management standards – the review of approaches and concepts*, [in:] *Managing and Modeling of Financial Risks*. Ed. D. Dluhošová. Book of proceeding from 5<sup>th</sup> International Scientific Conference. Ostrava: VŠB – TU Ostrava, pp. 409-417.
- [6] Hull, C.J. (2007). *Risk Management and Financial Institutions*. New York: Pearson Education.

- [7] Urbanowska-Sojkin, E. (2013). *Ryzyko w wyborach strategicznych w przedsiębiorstwach*. Warszawa: Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- [8] Ferlie, E., Lynn, E.L. and Pollitt, Ch. (2005). *The Oxford Handbook of Public Management*. Oxford: Oxford University Press.
- [9] Flynn, N. (2007). *Public Sector Management*. 5th ed. London: Sage Publications Ltd.
- [10] Hill, J.C. and Lynn, E.L. (2016). *Public Management: Thinking and Acting in Three Dimensions*. 2nd ed. Washington: CQ Press in assoc. with Sage.
- [11] Tompkins, R.J. (2004). *Organization Theory and Public Management*. 1st ed. Belmont: Wadsworth Publishing.
- [12] Bovaird, T. and Löffler, E. (2009). *Public Management and Governance*. 2nd ed. London – New York: Routledge.
- [13] Kożuch, B. (2004). *Zarządzanie publiczne w teorii i praktyce polskich organizacji*. Warszawa: PLACET.
- [14] Hausner, J. (2008). *Zarządzanie publiczne*. Warszawa: SCHOLAR.
- [15] Frączkiewicz-Wronka, A. (2009). *Zarządzanie publiczne – elementy teorii i praktyki*. Katowice: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. K. Adamieckiego.
- [16] Raczkowski, K. (2015). *Zarządzanie publiczne: Teoria i praktyka*. Warszawa: PWN.
- [17] Bosiacki, A., Izdebski, H., Nelicki, A. and Zachariasz, I. (2010). *Nowe zarządzanie publiczne i public governance w Polsce i Europie*. Warszawa: LIBER.
- [18] Ćwiklicki, M., Jabłoński, M. and Mazur, S. (2016). *Współczesne koncepcje zarządzania publicznego: Wyzwania modernizacyjne sektora publicznego*. Kraków: FGiAP.
- [19] *Act on Public Finance dated 27 August 2009* [Journal of Laws 157/2009, item 1240].
- [20] Tworek, P. (2016). *Risk Management in Public Sector Organizations – Principles, Methods and Tools*, [in:] *Managing and Modeling of Financial Risks Part III*. Ed. M. Čulik. Proceedings from 8<sup>th</sup> International Conference. Ostrava: VŠB – TU Ostrava.
- [21] Tworek, P. (2016), *Understanding Public Risk*, [in:] *Public Risk Management. Tome I: Perspective of Theory and Practice*. Eds. P. Tworek, J. Myrczek. Katowice: Publishing House of the University of Economics.
- [22] Domański, J. (2014). *Zarządzanie ryzykiem w organizacjach non profit*. Warszawa: Wydawnictwo Wolters Kluwer.
- [23] Wronka-Pośpiech, M., Frączkiewicz-Wronka, A. and Laska, K. (2017). *Risk perception in the activity of social enterprises*, [in:] *Risk Management in Public Administration*. Ed. K. Raczkowski. London – New York: Palgrave Macmillan.
- [24] Wronka-Pośpiech, M., Frączkiewicz-Wronka, A., Tkacz, M. and Arando, S. (2016). Percepcja ryzyka w działalności przedsiębiorstw społecznych – badanie porównawcze Polska-Hiszpania. *Ekonomia Społeczna*, no. 1.
- [25] Cyfert, S. (2012). *Granice organizacji*. Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego.
- [26] Drennan, L., McConnell, A. (2007). *Risk and Crisis Management in the Public Sector*. London: Routledge.

- [27] Krzakiewicz, K. (2008). *Zarządzanie antykryzysowe w organizacji*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej.
- [28] Nogalski, B., Marcinkiewicz, H. (2004). *Zarządzanie antykryzysowe przedsiębiorstwem: Pokonać kryzys i wygrać*. Warszawa: Difin.
- [29] Romanowska, M. (2012). *Uwarunkowania odporności przedsiębiorstw na kryzys makroekonomiczny. Propozycja podejścia badawczego*, [in:] *Systemy i procesy zmian w zarządzaniu*. Red. A. Barabasz, G. Bełz. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, pp. 127-135.
- [30] Hunt, B. (2010). Risk and Crisis Management in the Public Sector. *Public Management Review*, 12(5), pp. 377-402.
- [31] Czekaj, J. (2012). *Od metod organizacyjnych do koncepcji zarządzania*, [in:] *Systemy i procesy zmian w zarządzaniu*. Red. A. Barabasz, G. Bełz. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, p. 112.
- [32] Hensel, P. (2008). *Transfer wzorców zarządzania: Studium organizacji sektora publicznego*. Warszawa: ELIPSA.
- [33] Kożuch, B. and Sułkowski, Ł. (2015). *Instrumentarium zarządzania publicznego*. Warszawa: Difin.
- [34] *Practice Standard for Project Risk Management* (2009). Newtown Square: Project Management Institute, Inc., pp. 72-76.
- [35] Fone, M. and Young, C.P. (2001). *Public Sector Risk Management*. Butterworth – Heinemann, Oxford.
- [36] HM Treasury (2004). *The Orange Book. Management of Risk – Principles and Concepts*. October, UK.
- [37] *Announcement No. 23, 2009* [Ministry of Finance Official Journal No. 15, item 84].
- [38] *Announcement No. 6, 2009* [Ministry of Finance Official Journal, item 56, Warsaw, 18 December 2012].
- [39] Głód, G. and Głód, W. (2017). *W kierunku intergracji systemów zarządzania jakością i ryzykiem w publicznych jednostkach ochrony zdrowia*, [in:] *Studia Ekonomiczne Nr 316*. Red. B. Kos. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, p. 88.
- [40] Hyska-Adamek, D., Lis, T., Szewieczek, A., Tatoj, M. and Wolny-Tkocz, K. (2015). *Analiza i ocena funkcjonowania kontroli zarządczej w jednostkach sektora finansów publicznych*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, p. 84.
- [41] Tworek, P. (2017). Metodyczne problemy zarządzania ryzykiem w organizacjach publicznych. *Handel Wewnętrzny* [forthcoming/accepted].
- [42] Tworek, P. (2017). Metody zarządzania ryzykiem w organizacjach publicznych. *Przedsiębiorczość i Zarządzanie* [forthcoming].
- [43] Tworek, P. and Kwiecińska-Bożek, L. (2015). *Menedżer ryzyka jako funkcja wspomagająca zarządzanie podmiotem leczniczym świadczącym usługi szpitalne*, [in:] *Zarządzanie ryzykiem w opiece zdrowotnej*. Prace Naukowe Nr 410. Red. M. Węgrzyn, D. Wasilewski. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego.
- [44] Roberts, G. (2002). *Risk Management in Healthcare*. Dunlop Square: Witherby & Co.

# Spatial Structure of Headquarters of Largest Enterprises in the Czech Republic<sup>1</sup>

Jaroslav Urmanský<sup>2</sup>, Štěpánka Vyskočilová<sup>3</sup>

## Abstract

This paper analyzes spatial distribution of headquarters of largest enterprises in the Czech Republic. We focus on NUTS III regions. Using data of 635 headquarters obtained from database Albertina, we study selected aspects, such as geographic or economic power concentration. The Theil index is applied as a measure of concentration. The results show the spatial concentration of the company's headquarters in the capital city of Prague and its surroundings. Similarly, the economic power measured by turnover is concentrated in this region. The Lorenz curve shows the substantial differences among large enterprises in terms of turnover size in 2015. The top 100 largest enterprises (i.e. 15.74%) generate nearly 65% of total turnover. These companies are 70% owned by foreign owners. Thus, external decision-making affects a substantial part of the largest enterprises in the Czech Republic.

## Key words

Largest Enterprises, Headquarters, Theil index, NUTS III Regions, Czech Republic

**JEL Classification:** R10, R11, D22, L29

## 1. Úvod

Žádný podnik není uzavřený systém. Naopak je provázán se svým okolím četnými vztahy, které se mohou prohlubovat s velikostí podniku. Okolní prostředí ovlivňuje podnik jak na straně inputu, tak outputu. Základní inputy, jako práce, kapitál, technologie, informace či nekodifikované znalosti jsou prostorově diferenciovány. Stejně tak se prostorově odlišuje kvalita podnikatelského prostředí, přístup k trhům či odběratelům. Zásadní úlohu sehrávají rovněž aglomerační efekty související s geografickou koncentrací obyvatelstva, podniků či finančních institucí. Okolní prostředí tak podstatně ovlivňuje úspěšnost podniku, respektive jeho finanční kondici na straně jedné a na straně druhé, obzvláště velké podniky, zásadně ovlivňují socioekonomickou podobu a úspěšnost lokalit, regionů i celých států. V konečném důsledku lze každý podnik přiřadit ke konkrétní prostorové jednotce, která může být svými vlastnostmi, stejně jako jednotlivé podniky, podstatně odlišná od jiných. Do popředí se tak dostávají jednak prostorové aspekty kvantitativního i kvalitativního charakteru, ale taktéž prostorová distribuce velkých podniků v území (Aksoy a Marshall, 1992, Dunning a Lundan, 2008, Dvořáček a Slunčík, 2012, Sucháček, 2013a, Sucháček, 2011).

---

<sup>1</sup> Příspěvek byl zpracován v rámci grantu SP2017/76 „Vybrané hmotné a nehmotné aspekty vývoje regionů II“ na Ekonomické fakultě VŠB-TU v Ostravě.

<sup>2</sup> Ing. Jaroslav Urmanský, VSB-Technical University of Ostrava, Faculty of Economics, Department of Regional and Environmental Economics, jaroslav.urmansky@vsb.cz.

<sup>2</sup> Ing. Štěpánka Vyskočilová, VSB-Technical University of Ostrava, Faculty of Economics, Department of Mathematical Methods in Economics, stepanka.vyskocilova@vsb.cz.

Damborský a Hornyčová (2014) ve své studii docházejí k závěru, že velké podniky tvoří klíčovou část ekonomiky jak České republiky, tak i Evropské unie. Zároveň jim připisují významný multiplikační efekt. Zdůrazňují schopnost velkých podniků prosadit se na globálním trhu, z čehož mohou následně těžit malé a střední podniky v hostitelském území a to skrze zapojení do exportních aktivit. Zásadní úlohu sehrávají velké podniky taktéž na trhu práce prostřednictvím tvorby přímých i nepřímých pracovních míst.

Přítomnost velkých podniků v území a především jejich ekonomickou sílu tak lze považovat za jeden z primárních zdrojů regionální diferenciace. Je zřejmé, že tyto subjekty ovlivňují nejen konkurenčeschopnost jednotlivých regionů, ale z širšího pohledu taktéž soudržnost celého území. Případná koncentrace velkých podniků v konkrétním území zdůrazňuje jeho socio-ekonomickou důležitost a zároveň aktivně ovlivňuje jeho budoucí vývoj (viz Lyons, 1994, Vanhove a Klassen, 1987, Sucháček, Sed'a a Friedrich, 2015).

Velké podniky disponují obvykle celou řadou organizačních jednotek. Pozornost bývá zpravidla zaměřena na podniková ústředí, nacházející se na samotném vrcholu vnitropodnikové hierarchie. Je to právě ústředí podniku, kde sídlí vrcholný management rozhodující o podnikové strategii, alokaci zisku, investičních aktivitách a rovněž o rušení či vzniku dalších organizačních jednotek mnohdy prostorově značně vzdálených. Právě otázka míry autonomie v rozhodování uvnitř vnitropodnikové organizační struktury sehrává dle Massey (1995) podstatnější úlohu, nežli sektorová příslušnost. Fothergil a Guy (1990) v tomto kontextu prokázali, že postavení jednotlivých závodů uvnitř vnitropodnikové hierarchie často sehrává při uzavírání závodů podstatnější roli, nežli jejich samotná efektivita. Tato skutečnost dokládá význam ústředí v rámci vnitropodnikové hierarchie, ale taktéž podtrhuje význam pro jednotlivá teritoria, ve kterých jsou lokalizována (viz Van Dijk a Pellenbarg, 1999, Sucháček, 2015a,b,c, Blažek, 2002).

Význam podnikových ústředí pro lokality a regiony zdůrazňují rovněž Strauss-Kahn a Vives (2009). Ústředí působí jako gravitační síla pro obchodní služby, vysoce kvalifikovanou pracovní sílu, stejně jako pro ostatní podnikové centrály. Významný efekt připisují vytváření pozitivní image lokality či regionu. Ta přispívá k ochraně proti delokalizačním tendencím jednotlivých subjektů a zároveň posiluje investiční atraktivnost území. Zvláště v případě turbulentního prostředí, vyznačujícího se značnou dávkou nejistoty a tím snížené možnosti plně racionálních kvantitativních propočtů při plánování investic, nabývá otázka atraktivnosti územní image na významu.

Davis a Henderson (2008) uvádějí dva hlavní důvody vedoucí k oddělené lokalizaci ústředí od výrobních závodů. První důvod reflekтуje potřebu ústředí zajistit širokou škálu služeb. Druhým důvodem je, že si ústředí vytvářejí do jisté míry přirozené shluky umožňující záměrnou i nezáměrnou výměnu informací. Uvedené aspekty přispívají ke geografické koncentraci podnikových ústředí do metropolitních areálů či regionů.

Geografická koncentrace ústředí velkých podniků představuje z výše nastíněných důvodů středobod zájmu předkládaného příspěvku.

## 2. Materiály a metody

Předkládaný příspěvek vychází z dat získaných z databáze ALBERTINA CZ/Silver Edition. Pozornost věnujeme velkým podnikům nefinančního typu se sídlem v České republice. Pro zařazení podniku do datového vzorku musel daný podnik splnit následující kritéria:

- 1) počet zaměstnanců nad 500,
- 2) velikost obratu nad 100 mil. Kč,
- 3) byl znám přesný obrat v posledním možném dostupném roce, tj. rok 2015,

4) v rámci institucionálního sektoru spadat do kategorie nefinančních podniků.

Cílem příspěvku je analýza a zhodnocení prostorové distribuce velkých podniků v České republice. Důraz klademe na prostorové nerovnoměrnosti na úrovni regionů NUTS III.

Jednotlivé podniky byly rozčleneny dle regionů NUTS III neboli krajů České republiky a to na základě oficiální registrované adresy (viz Tab. 1). Hlavní město Praha a Středočeský kraj zde byly sloučeny do jednoho územního celku. Na jedné straně takto vymezené území lépe odpovídá přirozeným geografickým charakteristikám daných regionů a na straně druhé je tímto způsobem učiněna specifická pozice hl. města Prahy porovnatelnější v rámci struktury regionů NUTS III v České republice (viz Sucháček, Sed'a, Friedrich a Koutský, 2017). Sledována byla rovněž vlastnická struktura. Je nutno zdůraznit, že v případě podniků vlastněných zahraničním vlastníkem se nemusí z globálního hlediska jednat o samotné ústředí, ale spíše o pobočku ústředí sídlícího mimo ČR. Avšak v rámci ČR se jedná o nejvíce postavenou jednotku v rámci vnitropodnikové hierarchie.

*Tabulka 1: Prostorová distribuce ústředí podniků, velikosti jejich obratu a středního stavu obyvatelstva (2015)*

Region	Střední stav obyv.	Ústředí		Vlastnictví	
		Počet	Obrat (mil. Kč)	ČR	Zahraničí
Střední Čechy	2 583 228	242	1 623 342	91	151
Jihočeský	637 292	32	128 633	12	20
Plzeňský	575 665	41	158 860	6	35
Karlovarský	298 506	6	19 824	4	2
Ústecký	823 381	36	273 338	12	24
Liberecký	439 152	24	130 271	3	21
Královehradecký	551 270	19	130 830	7	12
Pardubický	516 247	21	226 486	8	13
Vysočina	509 507	31	110 711	9	22
Jihomoravský	1 173 563	57	196 180	17	40
Olomoucký	635 094	23	47 683	13	10
Zlínský	584 828	27	161 187	12	15
Moravskoslezský	1 215 209	76	516 682	32	44
Souhrnné charakteristiky	10 542 942	635	3 724 027	226	409

*Zdroj: ČSÚ, Albertina, vlastní zpracování*

Měření prostorových nerovnoměrností lze provést na základě vícero ukazatelů. K využitelným nástrojům je možno přiřadit míry vycházející z prostorové koncentrace. Běžně jsou využívány, např. variační koeficient, Giniho koeficient, Lokalizační kvocient, Lorenzova křivka, koeficient koncentrace či Theilův koeficient. Uvedené nástroje bývají různou formou upravovány či váženy. Pro vyjádření nerovnoměrností využíváme v předkládaném článku jak nevážený, tak vážený Theilův koeficient ( $T$ ,  $T_v$ ). Theilův koeficient náleží do třídy generalizované entropie. Nabývá hodnot  $0 \leq T \leq \ln k$ . Maximálních hodnot dosahuje v případě, kdy je sledovaný ukazatel koncentrován pouze v jedné prostorové jednotce. Theilův index lze vypočítat dle vzorce:

$$T = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{y_i}{y} \ln \frac{y_i}{y}, \text{ resp.}$$

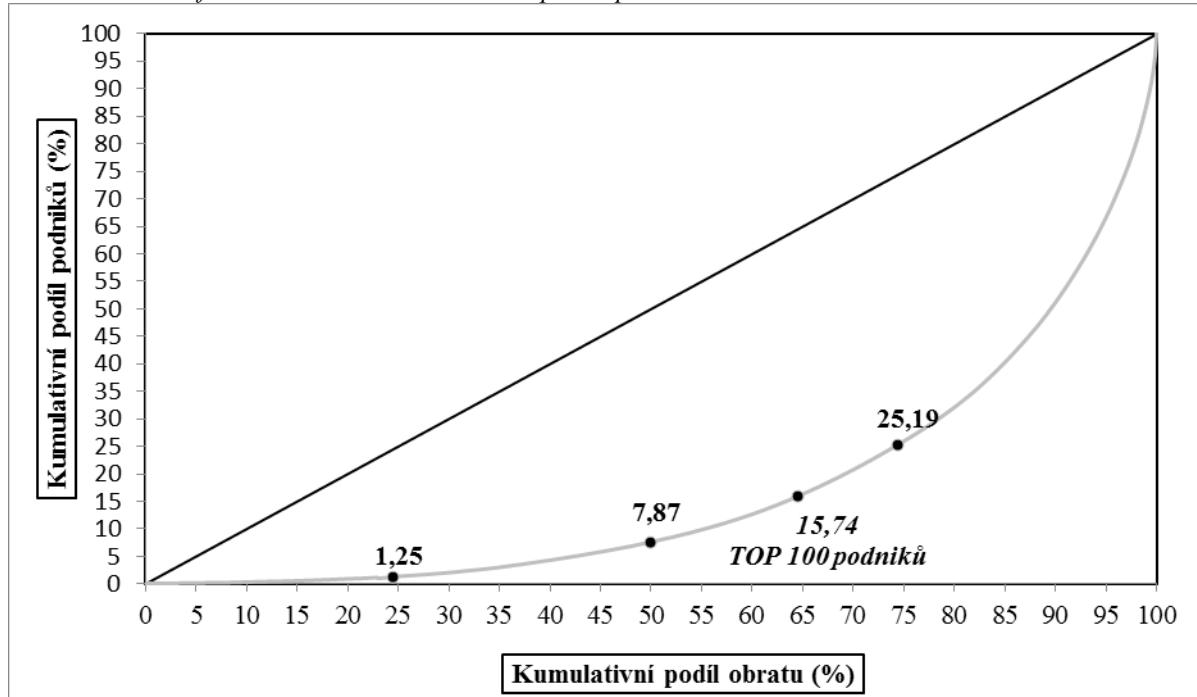
$$T_v = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} \frac{y_i}{y} \ln \frac{y_i}{y},$$

kde  $k$  představuje v našem případě počet regionů,  $y_i$  značí hodnoty jednotlivých pozorování a  $n_i$  jejich váhy v případě vážené varianty,  $y$  vyjadřuje průměr sledovaného ukazatele, kdy při výpočtech vážených forem jde o průměr vážený. Jako příslušná váha byl použit střední stav obyvatelstva. Obyvatelstvo lze považovat za primárního hybatele ekonomických aktivit. Počet obyvatel tak přibližně vyjadřuje velikost a socio-ekonomický potenciál jednotlivých regionů (Theil, 1965, Brühlhart a Traeger, 2005, Novotný, Nosek a Jelínek, 2014, Sucháček 2013b).

### 3. Výsledky a diskuse

Stanovená kritéria určující velký podnik splnilo celkem 635 subjektů, které v roce 2015 generovaly obrat ve výši 3,7 bil. Kč (viz. Tab. 1). Velikost obratu lze vnímat jako jeden z ukazatelů demonstrujících výkonnost, resp. ekonomickou sílu podniku. Pro syntetické zobrazení vztahu mezi podniky a jejich obratem byla využita Lorenzova křivka (Graf 1). Lorenzova křivka v našem případě zachycuje rozložení ekonomické síly napříč velkými podniky v ČR.

Graf 1: Lorenzova křivka rozdělení podílu podniků na celkovém obratu v roce 2015



Zdroj: ALBERTINA, vlastní zpracování

Lorenzova křivka reflekтуje situaci, kdy pouze 8 podniků generovalo 25% celkového obratu na území ČR v roce 2015. Dané podniky lze považovat za jádrové subjekty českého hospodářství. Převládaly zde podniky provázané s automobilovým průmyslem, jako jsou například Škoda Auto, Hyundai Motor Manufacturing či Continental Automotive. Na polovině celkového obratu se podílelo pouze 50 podniků, tj. 7,9 %. 100 největších podniků vytvořilo 65% z celkového obratu. Přibližně 25% největších podniků, tj. 160, generovalo 3/4 celkového obratu.

Z výsledného tvaru Lorenzovy křivky a výše uvedených skutečností vyplývá, že jsou zde evidentní rozdíly v ekonomické výkonnosti napříč velkými podniky. Rozložení ekonomické síly mezi velkými podniky tedy lze na území ČR považovat za výrazně diferenciované.

Z hlediska vlastnické struktury dominují zahraniční vlastníci. Z celkového počtu 635 velkých podniků mělo 64% podniků zahraničního vlastníka a vlastníka domácího 36%. 100

největších podniků generujících téměř 2/3 celkového obratu, náleží ze 70% zahraničním vlastníkům. Je zřejmé, že výrazná část ekonomické síly v ČR podléhá ve větší či menší míře externímu rozhodování a kontrole.

Vzhledem k evidentní diferenciaci mezi samotnými velkými podniky se do popředí dostává otázka jejich prostorové distribuce, resp. koncentrace na území České republiky.

### 3.1 Prostorová distribuce velkých podniků v České republice

Sucháček a Baránek (2011) na základě svého výzkumu konstatují, že prostorová struktura největších podniků vstoupila do fáze určité stabilizace. To je navíc podpořeno relativním uspokojením vrcholného managementu s lokalizací ústředí. Přičteme-li k tomu skutečnost, že připadné změny prostorového rozmístění omezují značné náklady, tedy že proces lokalizace je v zásadě nevratný, tak je žádoucí věnovat se prostorovým aspektům a otázce případné koncentrace ústředí největších podniků v České republice.

Výsledné míry koncentrace vyjádřené prostřednictvím Theilova indexu zachycuje Tab. 2. Sledována byla jak prostorová distribuce počtu ústředí podniků a jejich vlastnická struktura, tak velikost obratu. V nevážené i vážené variantě lze celkovou úroveň koncentrace považovat za relativně zřetelnou. Hodnoty vážené varianty se nikterak výrazně neodlišují od varianty nevážené. Na základě výsledných hodnot lze konstatovat, že se generovaný obrat vyznačuje větší prostorovou koncentrací, nežli fyzický počet ústředí velkých podniků. Vyšší koncentraci lze rovněž spatřit u podniků v domácím vlastnictví, oproti podnikům v zahraničních rukou. Dané skutečnosti lze blíže specifikovat na základě Tab. 1.

Table 2: Míry koncentrace vybraných charakteristik velkých podniků v České republice (2015)

Theil index	Ústředí velkých podniků			
	Počet	Vlastnická struktura		Obrat (mil. Kč)
		ČR	Zahraničí	
Nevážený	0,449	0,516	0,445	0,602
Vážený	0,437	0,477	0,426	0,543

Zdroj: Vlastní zpracování

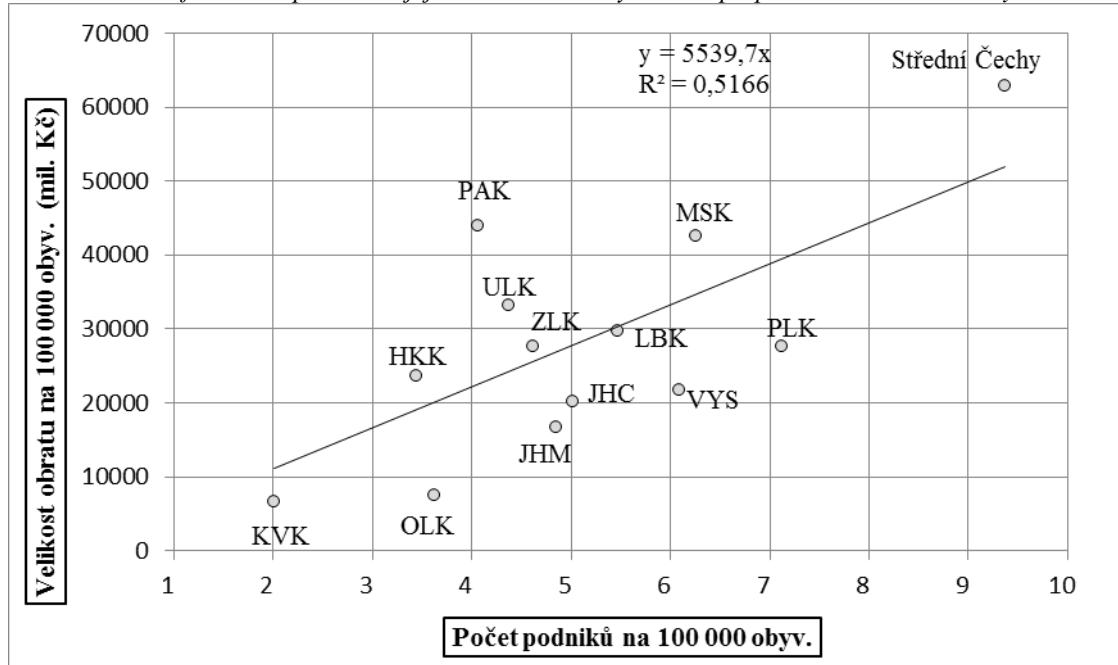
Největší počet ústředí 38% registrujeme v agregovaném území hl. města Prahy a Středočeského kraje. Na území Moravskoslezského a Jihomoravského kraje je lokalizováno 12%, resp. 9% ústředí velkých podniků. Dané regiony představují nejlidnatější území s třemi největšími městskými aglomeracemi v ČR. Právě v městských aglomeracích bývají ústředí nejvíce koncentrovány. Za motivy vedoucí k lokalizaci do těchto oblastí lze označit kupříkladu aglomerační efekty, infrastrukturu či množství a kvalitu pracovní síly (viz Sucháček, Sed'a a Friedrich, 2015). V tomto kontextu není nikterak překvapivá pozice Plzeňského kraje se čtvrtým největším městem v ČR. Zde evidujeme čtvrtý největší podíl velkých podniků 6,5%. Souhrnně v uvedených regionech sídlí téměř 2/3 z celkového počtu 635 velkých podniků. Naopak nejmenší podíl evidujeme v Karlovarském kraji a to necelé 1% a v kraji Královéhradeckém a Pardubickém, v obou přibližně 3%.

Pohled na prostorovou distribuci obratu ukazuje na větší koncentraci a odlišnou situaci od výše uvedené distribuce fyzického počtu ústředí. Evidentní je zde ještě výraznější dominance území Středních Čech. Zdejší podniky generovaly 44% z celkového obratu 3,7 bil. Kč. Podniky z Moravskoslezského kraje se podílely na celkovém obratu 14%. V pořadí na 3 a 4 místo lze pozorovat podniky z Ústeckého a Pardubického kraje, podílející se na celkovém obratu z 7%, resp. 6%. V uvedených regionech podniky souhrnně generovaly 71% z celkového obratu. Nejmenšího podílu na celkovém obratu dosahují velké podniky v Karlovarském a Olomouckém kraji a to 0,5%, resp. 1,3%.

Celkové rozložení vlastnické struktury napříč regiony ukazuje na převahu a místy až dominanci zahraničních vlastníků nad domácími. Pouze v případě Karlovarského a Olomouckého kraje převažují domácí vlastníci. Avšak z pohledu distribuce fyzického počtu velkých podniků a jejich podílu na celkovém obratu zaujímají daná území spíše minoritní postavení. Olomoucký kraj společně s Moravskoslezským a Zlínským krajem lze z pohledu vlastnické struktury považovat za nejvyrovnanější. Externímu vlastnictví podléhá v případě Olomouckého kraje 43%, v případě kraje Zlínského 56% a v Moravskoslezském kraji 58% velkých podniků. Ekonomickou strukturu, v kontextu velkých podniků, v zásadní míře ovládají zahraniční vlastníci v Libereckém a Plzeňském kraji. Externímu vlastníkovi zde naleží 87%, resp. 85% velkých podniků.

Při zkoumání prostorových rozdílností je vždy zapotřebí zohlednit velikostní strukturu obyvatelstva na zvolené prostorové úrovni. Vybrané aspekty zkoumané problematiky jsou proto níže rozšířeny o tento rozměr. S ohledem na počet obyvatel reflektuje Graf 2 vztah mezi prostorovou distribucí ústředí velkých podniků a jejich ekonomickou výkonností. V zásadě lze říci, že v územích ležících nad zobrazenou křivkou dosahují velké podniky většího podílu na celkovém obratu, oproti jejich podílu na celkovém počtu podniků. V této souvislosti vystupuje do popředí 6 regionů a to především Moravskoslezský kraj a kraj Pardubický. Z grafu rovněž jednoznačně vyplývá specifická pozice agregovaného území hl. města Prahy a Středočeského kraje.

Graf 2: Počet podniků a jejich ekonomická výkonnost přepočtená na 100 000 obyv.



Zdroj: ALBERTINA, vlastní zpracování

Střední Čechy disponují největším množstvím ústředí velkých podniků vzhledem k velikosti obyvatelstva zde žijícího. Zásadní pozici zde zaujímá hl. město Praha. Dané území lze označit z hlediska atraktivity pro lokalizaci ústředí podniků za nejpřitažlivější. Tato skutečnost je v souladu s výzkumem vycházejícím z dotazníkového šetření autorů Sucháčka a Baránka (2011), kdy vrcholný management vybraných velkých podniků sídlících v ČR označil hl. město Prahu za nejatraktivnější lokalitu z pohledu lokalizace ústředí. Za největší handicap ostatních území byla považována především absence dostatečné infrastruktury a nízká kupní síla obyvatelstva.

Velké podniky se sídlem ve Středních Čechách rovněž dominují z pohledu ekonomické síly. Zdejší podniky generovaly v roce 2015 více než 60 mld. Kč obratu na 100 000 obyv. Nikoli zanedbatelným faktorem je v této souvislosti konstatování Sucháčka (2015b), a to že s územím, v němž je lokalizováno ústředí podniku, cítí vrcholný management větší sounáležitost, nežli s územím kde jsou lokalizovány pobočky. Daná skutečnost se jeví jako podstatná především z pohledu koncentrace rozhodovacích pravomocí v podobě přítomnosti vrcholného managementu a jejich evidentně silnému finančnímu zázemí v daném území. Pravomoc rozhodovat o budoucích investicích, toku kapitálu z a do území či kupříkladu možnost rozhodovat o alokaci zdrojů podporujících neziskové aktivity lze z hlediska územního rozvoje považovat za zásadní. Je zřejmé, že tato koncentrace ekonomické moci může přispět k aktivizaci endogenního potenciálu a k dynamickému rozvoji území Prahy a jejího širšího zázemí. Zvláště v případě, kdy zde evidujeme podprůměrný podíl zahraničních vlastníků, tj. 62%. Na druhé straně, za negativní efekt lze považovat případné prohlubování regionální diferenciace.

Z pohledu počtu velkých podniků a jejich ekonomické výkonnosti se do popředí dostává rovněž kraj Moravskoslezský. Daná skutečnost není nikterak překvapivá, jelikož velké podniky zde vždy sehrávaly zásadní úlohu. Avšak historicky dominantní pozice těžkého průmyslu je zejména v novém milénium postupně nahrazována průmyslem automobilovým. Mezi 10 největšími podniky z hlediska generovaného obratu mají stálé silné postavení podniky s dlouholetou tradicí v tomto regionu, jako jsou Třinecké železáry, ArcelorMittal, OKD či Vítkovice. Avšak ještě silnější postavení zde zaujímají podniky spjaté s automobilovým průmyslem, jako jsou Hyundai Motor Manufacturing Czech, Mobis Automotive Czech, Sungwoo Hitech, Brose CZ či Varroc Lighting Systems. Vzájemná provázanost uvedených podniků a jejich ekonomická síla, výrazně promlouvá nejen do proměny ekonomické struktury Moravskoslezského kraje. Do popředí vystupuje otázka možného opětovného funkčního, kognitivního a politického uzamčení, tzv. „lock-in“, se kterým se v případě těžkého průmyslu daný kraj potýkal a částečně potýká dodnes. Nová forma specializace regionu se na počátku může projevovat jako pozitivum, avšak v případě přílišné rigidity naopak vystupuje jako jedna z nejpodstatnějších bariér územního rozvoje (viz k této problematice Grabher, 1993).

Nejvýraznější nadproporciální podíl na celkovém obratu vůči celkovému podílu na počtu velkých podniků lze nalézt vyjma Středních Čech v Pardubickém kraji. Největší měrou k tomu přispívá elektronický průmysl. Především firma Foxconn CZ, která se zaměřuje na výrobu počítačů a ostatních zařízení pro zpracování informací zde představuje stěžejní hospodářský subjekt.

Vcelku zajímavě se jeví postavení velkých podniků v ekonomice Plzeňského a Jihomoravského kraje. V Plzeňském kraji, i přes výrazné zastoupení velkých podniků v místní ekonomice, nedosahují zdejší podniky proporcionalně odpovídající výkonnosti. V případě ekonomiky Jihomoravského kraje je patrné, že vzhledem k velikosti obyvatelstva, zde nesehrávají velké podniky výraznější roli a to jak z hlediska počtu, tak hospodářské síly.

Celkově lze konstatovat, že se podstatně odlišuje rovněž postavení a role velkých podniků v jednotlivých ekonomikách regionů napříč územím České republiky.

## 4. Závěr

Velké podniky představují stěžejní aktéry ekonomik států, regionů i lokalit. Reprezentují jak stabilizační, tak rozvojový prvek ekonomik. Působí na utváření hmotných i nehmotných charakteristik jednotlivých území. Na druhé straně územní charakteristiky ovlivňují jejich finanční výkonost. Ústředí velkých podniků tendují k prostorové koncentraci. Prostorová

distribuce ústředí napříč územím a jejich ekonomická síla představuje podstatný aspekt ovlivňující úspěšnost regionů a regionální diferenciace.

Na základě Lorenzovy křivky byla prokázána existence výrazných rozdílů v ekonomické výkonnosti, vyjádřené velikostí obratu, mezi samotnými velkými podniky.

Ve všech krajích ČR je lokalizováno ústředí velkých podniků. Avšak lze pozorovat vcelku výraznou prostorovou koncentraci do nejlidnatějších regionů. Koncentrace je ještě výraznější z hlediska prostorové distribuce ekonomické síly. V obou případech zaujímá dominantní pozici agregované území hl. města Prahy a Středočeského kraje. Území Středních Čech tak lze označit za jádrovou oblast, koncentrující stěžejní subjekty českého hospodářství.

Podstatnou roli sehrávají velké podniky rovněž v Moravskoslezském kraji. Z hlediska obratu zde do popředí vystupuje především automobilový průmysl, oproti historicky silně ukotveným podnikům těžkého průmyslu. Výrazně nadproporcionalní podíl na celkovém obratu vůči celkovému podílu na počtu velkých podniků evidujeme v Pardubickém kraji. Podstatnou měrou k tomuto stavu přispívá elektronický průmysl. Naopak v ekonomice Jihomoravského kraje nesehrávají velké podniky výraznější roli.

Podstatná většina velkých podniků má zahraničního vlastníka a podléhá ve větší či menší míře externímu rozhodování a kontrole.

## Literatura

- [1] Aksoy, A. and Marshall, N. (1992). The Changing Corporate Head Office and Its Spatial Implications. *Regional Studies*, 26(2), p. 149-162.
- [2] Blažek, J. (2002). Velké firmy a subjekty progresivního terciéru jako aktéři regionální rozvoje v ČR. In: Hampl, M. ed., *Regionální vývoj: specifika české transformace, evropská integrace a obecná teorie*. Praha: Přírodovědecká fakulta UK, str. 227-249.
- [3] Brülhart, M. and Traeger, R. (2005). An Account of Geographic Concentration Patterns in Europe. *Regional Science and Urban Economics*, 35, p. 597–624.
- [4] Damborský, M. a Hornyčová, T. (2014). *Vliv velkých firem na ekonomiku České republiky*. Praha: Vysoká škola ekonomická.
- [5] Davis, J. and Henderson, V. (2008). The Agglomeration of Headquarters. *Regional Science and Urban Economics*, 38, p. 445-460.
- [6] Dunning, J. and Lundan, S. (2008). *Multinational Enterprises and the Global Economy*. Cheltenham: Edward Elgar Publishing.
- [7] Dvořáček a Slunčík (2012). *Podnik a jeho okolí. Jak přežít v konkurenčním prostředí*. Praha: C.H. Beck.
- [8] Fothergill, S. and Guy, N. (1990). *Retreat from the Regions. Corporate Change and the Closure of Factories*. London: Jessica Kingsley Publishers.
- [9] Grabher, G. (1993). The weakness of strong ties: The lock-in of regional development in the Ruhr area. In: Grabher, G. ed, *The embedded firm: On the socioeconomics of industrial networks*. London: Routledge, p. 255-277.
- [10] Lyons, D. (1994). Changing patterns of corporate headquarter influence 1974-89. *Environment and Planning A*, 26, p. 733-747.
- [11] Massey, D. (1995). *Spatial Divisions of Labour: Social Structures and the Geography of Production*. London: Macmillan.

- [12] Novotný, J., Nosek, V. a Jelínek, K. (2014). *EasyStat*. Praha: Přírodovědecká fakulta UK.
- [13] Strauss-Kahn, V. and Vives, X. (2009). Why and where Do Headquarters Move? *Regional Science and Urban Economics*, 39, p. 168–186.
- [14] Suchacek, J. (2011). Globalization and Glocalization. In: *The Scale of Globalization. Think Globally, Act Locally, Change Individually in the 21<sup>st</sup> Century*. Ostrava, p. 319-324.
- [15] Suchacek, J. (2013a). Urban Potential for Investment Attraction in the Czech Republic. In: E. Jircikova, A. Knapkova and E. Pastuszkova eds. *Finance and the Performance of Firms in Science, Education, and Practice 2013*. Zlin: Tomas Bata University, p. 718-727.
- [16] Suchacek, J. (2013b). Investment Location from the Perspective of Urban and Regional Activities in the Czech Republic. In: M. Culik eds. *Financial Management of Firms and Financial Institutions 2013*. Ostrava: VSB-Technical University, p. 851-858.
- [17] Suchacek, J. (2015a). Large Enterprise Branches: The Case of the Czech Republic. *Economics and Sociology*, 8(4), p. 82-93.
- [18] Suchacek, J. (2015b). Lokalizace poboček největších podniků v České republice z kvalitativního pohledu. In: Klímová, V., Žítek, V. (eds.) *XVIII. Mezinárodní kolokvium o regionálních vědách*. Brno: Masarykova univerzita, p. 103-107.
- [19] Suchacek, J. (2015c). Affiliates of Largest Enterprises in the Czech Republic: A Spatial Perspective. In: E. Pastuszkova, Z. Chrsova, J. Vychytlova, B. Vytrhlikova and A. Knapkova eds. *Finance and the Performance of Firms in Science, Education, and Practice 2015*. Zlin: Tomas Bata University, p. 1471-1479.
- [20] Suchacek, J. and Baranek, P. (2011). Headquarters of Largest Enterprises in the Czech Republic from Regional Perspective. In: E. Jircikova, E. Pastuszkova and J. Svoboda eds. *Finance and the Performance of Firms in Science, Education, and Practice 2011*. Zlin: Tomas Bata University, p. 469-478.
- [21] Suchacek, J., Seda, P. and Friedrich, V. (2015). Location Preferences of Largest Enterprises in the Czech Republic and their Differentiation. In: *Liberec Economic Forum*. Liberec: Technical university of Liberec, p. 175-183.
- [22] Suchacek, J., Seda, P., Fredrich, V. a Koutsky, J. (2017). Regional aspects of the development of largest enterprises in the Czech Republic. *Technological and Economic Development of Economy*, 23(4), p. 649-665.
- [23] Theil, H. (1965). The Information Approach to Demand Analysis. *Econometrica*, 33(1), p. 67-87.
- [24] Van Dijk, J. and Pellenbarg, P. (1999). The Demography of Firms: Progress and Problems in Empirical Research. In: J., van Dijk and P., Pellenbarg eds. *Demography of firms. Spatial Dynamics of Firm Behaviour*. Groningen: Rijksuniversiteit, p. 325–337.
- [25] Vanhove, R. and Klaasen, H. (1987). *Regional Policy: A European Approach*. Avebury: Aldershot.

# The Importance of Brand Portfolio Optimization

Viera Valachová, Pavol Kráľ<sup>1</sup>

## Abstract

Brand portfolio integrates all brands of the company regardless of their success or lifecycle. Even the largest companies have limited funds, personnel and material resources, time and so on. For each company, it is therefore necessary to provide comprehensive planning and management of the brand by using advanced management methods and approaches. Once a company decides to invest its funds in a specific brand portfolio, its objective is to ensure effective optimization of the selected portfolio. To achieve this goal, there are many modern optimization tools and methods that can effectively address the issue of optimal portfolios, the efficient allocation of financial resources, financial risk management, and many other tasks. The aim of this paper is therefore a critical view of the brand portfolio optimization process.

## Key words

Brand, Brand Portfolio, Optimization

**JEL Classification:** M370, G110

## 1. Úvod

Vytvorenie jednej značky, určenie jej správneho umiestnenia na trhu a v myslach zákazníkov, návrh a optimalizácia dizajnu značky, či riadenie významu značky v priebehu času počas vykonávania podnikateľských aktivít prinášajúcich zisk, to všetko predstavuje náročnú výzvu pre každý podnik.

Zložitejšia situácia nastáva pri manažmente portfólia značiek alebo skupiny rôznych značiek, kedy problémom nie je vybudovanie jednej značky, ale vybudovanie kolekcie značiek, z ktorých každá má svoje silné stránky, ale aj obmedzenia. Rozhodnutia manažérov, ktoré sú optimálne pre jednu značku, nemusia byť optimálne pre ďalšie značky. Z uvedeného vyplýva, že vytvorenie stratégie portfólia značiek a vybudovanie úspešného portfólia značiek je o kompromisoch a náročných rozhodujúcich voľbách (Shahriar, 2014).

V dnešnom náročnom podnikateľskom prostredí sa stratégia portfólia značiek dostáva do popredia a pozornosti podnikov po celom svete, pretože vrcholoví manažéri podnikov si uvedomujú, že budovanie silných značiek nezarúčuje dlhodobý finančný úspech sám osebe, ale prostredníctvom úspešného manažmentu silného portfólia značiek (Majerova & Gogolova, 2013). Každý podnik čelí otázkam týkajúcich sa portfólia značiek, pretože aj v situácii, kedy podnik má a riadi len jednu značku, môže vytvoriť alebo získať novú značku, či rozšíriť svoju súčasnú značku a všetky tieto kroky majú vplyv na celé portfólio značiek, na jeho skladbu, ako aj optimalizáciu.

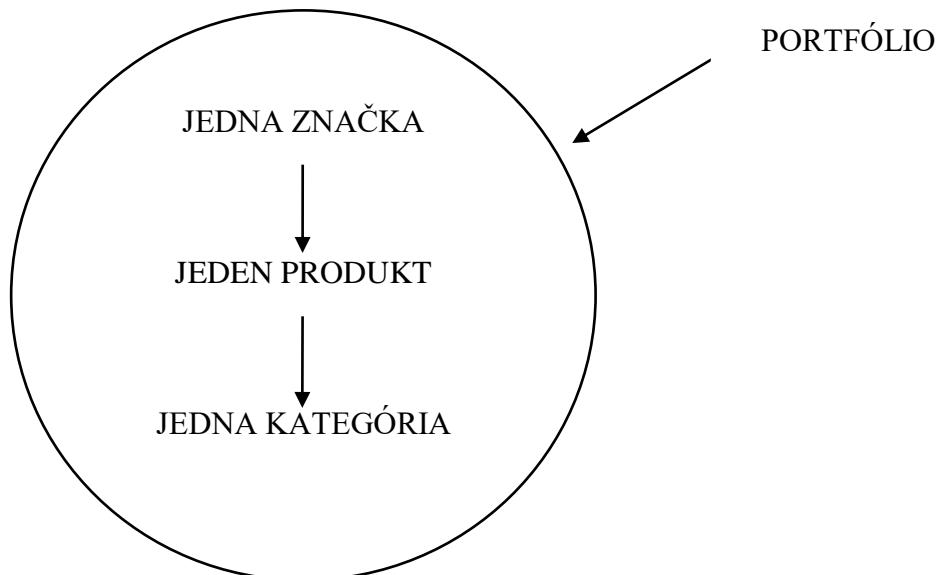
---

<sup>1</sup> Ing. Viera Valachová, University of Zilina, Faculty of Operations and Economics of Transport and Communications, Univerzitna 1, 010 26 Zilina, Slovakia, e-mail: viera.valachova@fpedas.uniza.sk; doc. Ing. Pavol Kráľ, PhD., University of Zilina, Faculty of Operations and Economics of Transport and Communications, Univerzitna 1, 010 26 Zilina, Slovakia, e-mail: pavol.kral@fpedas.uniza.sk.

## 2. Teoretické východiská

Problematika portfólia značiek je v súčasnosti veľmi atraktívna pre každý podnik pôsobiaci na trhu, ktorý si chce svoju pozíciu udržať a byť úspešný v konkurenčnom boji. V dnešnej dobe je relatívne jednoduché riadiť len jednu značku a tej venovať všetku pozornosť a vkladať do nej všetky disponibilné prostriedky (Majerová & Kliestik, 2015). Takáto situácia môže byť typická pre malý podnik, ktorý nemá dostatok zdrojov na vybudovanie viacerých značiek a ich následné zoskupenie do efektívneho portfólia, ako aj pre veľký podnik, ktorého stratégia portfólia značiek je orientovaná práve na takéto jednoduché portfólia pozostávajúce len z jednej značky (Upadhyaya, 2012). Hlavný cieľ tejto stratégie je potom veľmi jednoduchý, a to riadiť a podporovať krátkodobý predaj značky pri jej súčasnom dlhodobom budovaní. Ak podnik optimalizuje výsledky jeho jedinej značky, optimalizuje tak výsledky celého podniku. Práve z toho vyplýva nami spomenutá jednoduchosť danej stratégie. Je však samozrejmé, že aj táto na pohľad jednoduchá stratégia má svoje úskalia vyplývajúce najmä zo skutočnosti, že tak ako podnik môže prostredníctvom optimalizácie jedinej značky v portfóliu optimalizovať výsledky celého podniku, tak ich môže negatívne ovplyvniť aj nedostatočnou a neefektívnu optimalizáciou výsledkov značky. Skladbu jednoduchého portfólia môžeme vidieť na obrázku 1.

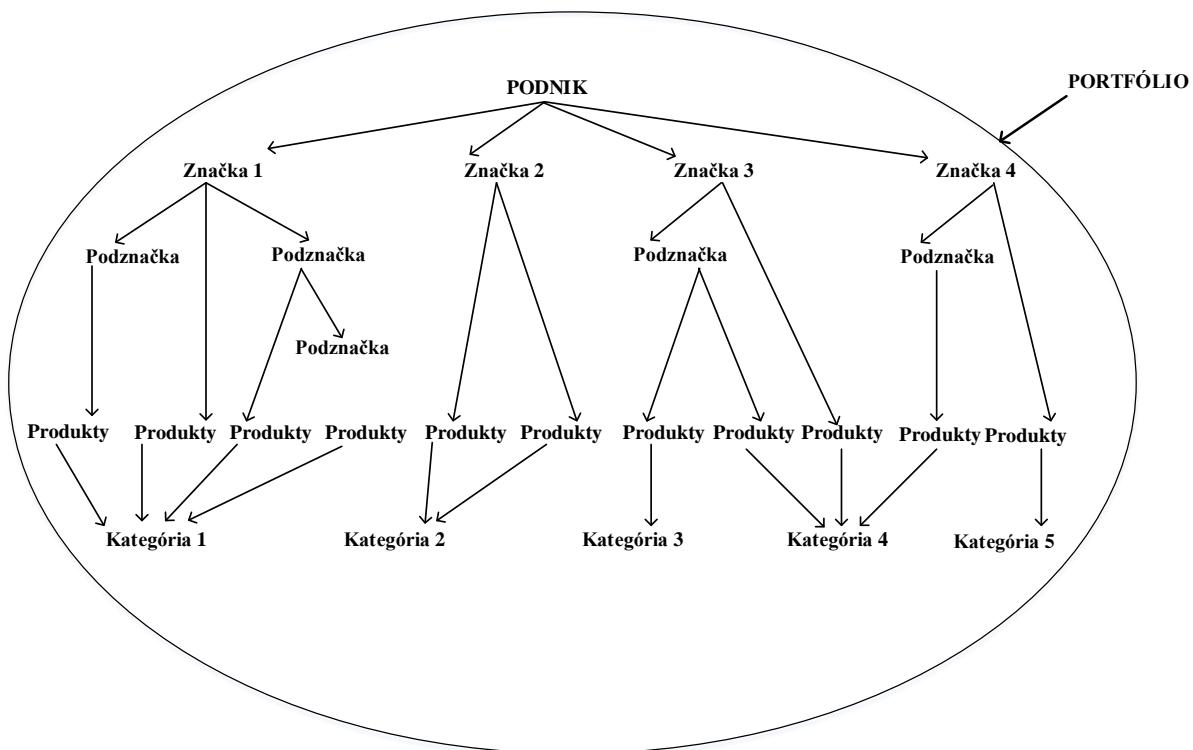
Obrázok 1: Jednoduché portfólio značiek



Zdroj: Vlastné spracovanie

Iná situácia nastáva v prípade veľkých (nadnárodných) podnikov, v ktorých portfóliu nájdeme veľké množstvo značiek zoskupených do rôznych vhodných portfólií podľa ich charakteristík. Komplexnosť niektorých portfólií je až zarážajúca, napríklad Nestlé má až 8 000 rôznych značiek. Typické portfólio veľkého množstva značiek vidíme na obrázku 2, na ktorom je zobrazené portfólio podniku, ktoré obsahuje štyri rôzne značky. Tri značky majú podznačky a jedna má podpodznačku. Portfólio obsahuje značky viacerých kategórií produktov a tiež viaceré značky pre jednu rovnakú kategóriu produktov.

Obrázok 2: Portfólio veľkého množstva značiek



Zdroj: Vlastné spracovanie

Predmetnou problematikou sa zaoberala a stále zaobráva mnoho autorov. Významným autorom je Aaaker (2009), podľa ktorého portfólio značiek zahŕňa všetky značky riadené podnikom.

Varadarajan, DeFanti & Busch (2006) vo svojej publikácii poukazujú na dôležitú oblasť v manažmente portfólia značiek, ktorá zatiaľ nie je dôkladne prebádaná a mal by sa jej venovať zvýšený záujem. Navrhli koncepčný model vymedzujúci motívy k vyradeniu značiek z portfólia a navrhli smerovanie pre budúci výskum. Zdôraznili dôležitosť vyradenia značky z portfólia z hľadiska potreby vyčlenenia zdrojov na zvýšenie konkurencieschopnosti a finančnej výkonnosti ostatných značiek vo svojom portfóliu s najväčším potenciálom pozitívne ovplyvniť svoj obraz a reputáciu. V tomto kontexte sa autori zameriavajú na organizačné a environmentálne faktory ovplyvňujúce sklon k vyradovaniu značiek.

Shah (2015, 2017) vo svojich publikáciach predstavuje zoznam faktorov úspešnosti a výsledkov vyradenia značky z portfólia, ktoré môžu manažéri značiek prispôsobiť špecifickému kontextu odstránenia značky a ktoré akademickí vedci môžu použiť na ďalšie skúmanie systémových aspektov vyradenia značky. Faktormi prispievajúcimi k úspešnému efektu vyradenia značky z portfólia sú proaktívny prístup k vyradeniu značky s účasťou vrcholových manažérov a ostatných tímov podniku s rôznymi funkciami, včasné vykonávanie rozhodnutí vzhl'adom na strategickú úlohu a význam značky, ktorá je predmetom vyradenia z portfólia, a posledným faktorom je riadenie záujmov všetkých kľúčových zainteresovaných strán ovplyvnených vyradením značky.

Autori Morgan & Rego (2009), Yu & Yang (2010), Wang & Chung (2015) venujú pozornosť vplyvu portfólia značiek na výkonnosť podniku. Morgan & Rego (2009) analyzovali vzťah medzi piatimi špecifickými vlastnosťami portfólia značiek, ktorými sú počet vlastnených značiek, počet segmentov, v ktorých sú uvedené na trh, stupeň v akom značky navzájom súperia, vnímanie kvality z pohľadu spotrebiteľov a cena značiek v portfóliu

a marketingovou a finančnou výkonnosťou podniku. Autori zistili, že každá z týchto piatich vlastností má významný vplyv na aspekty marketingovej a finančnej výkonnosti podniku. Wang & Chung (2015) vo svojej štúdii stanovujú rozmery a podkategórie pre porozumenie stratégii portfólia značiek v hotelovom priemysle a ukazujú nový prístup k analýze konkurenčného umiestnenia a jeho vzťahu k výkonnosti., podľa ktorého je kľúčovou zložkou úspechu hotelového podniku úspešná výstavba a riadenie silného portfólia značiek. Autori navrhli štyri rozmery stratégie portfólia hotelových značiek (HBPS): rozsah portfólia značky, konkurencia v rámci portfólia, umiestnenie portfólia značky a prvok portfólia značky. V štúdii hodnotili postupy HBPS v hotelových podnikoch a testovali výkonnostné rozdiely, pričom ich výsledky naznačili, že prevádzkové výkony sa líšia v závislosti od konkrétnego zamerania podniku v rámci stratégie portfólia hotelových značiek.

Z rešerše literatúry a publikácií z oblasti portfólia značiek vyplýva záver, že komplexnosť a rozmanitosť stratégie portfólia značiek prilákala svetovú pozornosť. Stratégia portfólia značiek sa týka rozhodovania o rozsahu, umiestnení a vnútornej štruktúre portfólia značky s cieľom dosiahnuť synergický účinok značky v portfóliu a zefektívniť portfólio značky. Jadrom stratégie portfólia značiek je spôsob ako rozdeliť obmedzené zdroje medzi značky, aby sa maximalizovali zisky portfólia značiek, čo podniky dosahujú jeho správne načasovanou a efektívnu optimalizáciou (Beheshti, Mahdiraji & Zavadskas, 2016).

Riadit také veľké portfólio ako má napr. vyššie spomenutý podnik Nestlé nie je možné bez jeho efektívnej optimalizácie. Jej nevyhnutnosť vyplýva najmä zo skutočnosti, že nie všetky značky v portfóliu sú neustále rovnako žiadúce u zákazníkov, častokrát bývajú prevalcovane konkurenčnými značkami tej istej kategórie produktov, a pod. Pri našej snahe nájsť publikáciu, či už domácu alebo zahraničnú, venovanú práve procesu optimalizácie portfólia značiek, sme spozorovali relatívne veľkú medzeru. To je hlavný dôvod zamerania nášho príspevku na optimalizáciu portfólia značiek, pričom našim zámerom je poukázať na jej dôležitosť v procese celého manažmentu portfólia značiek.

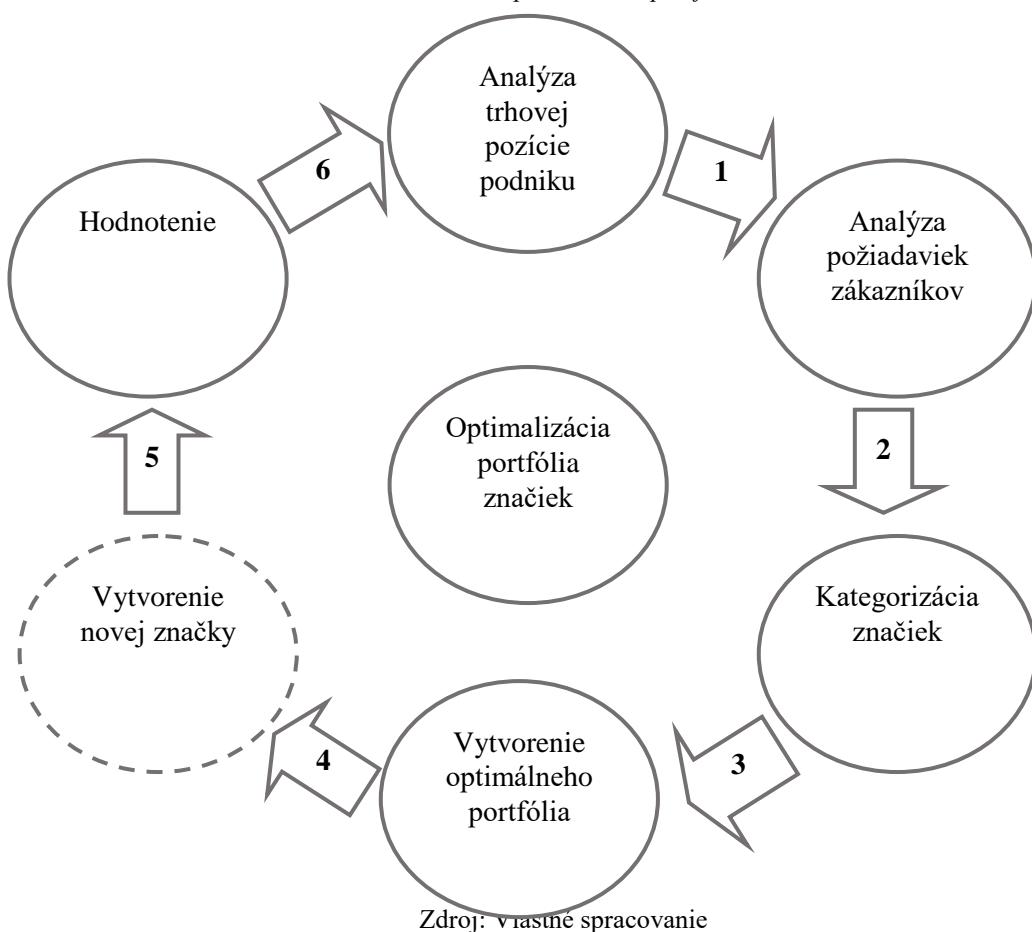
### **3. Metóda**

Vytvorenie návrhu procesu optimalizácie portfólia značiek podniku, na základe našich znalostí z oblasti manažmentu portfólia, ktorý manažérom podnikov môže pomôcť dosiahnuť logiku a konzistentnosť na všetkých úrovniach marketingu, určiť správnu kombináciu súkromných značiek a národných značiek a eliminovať nelogickú prebytočnosť značiek a neproduktívnu konkurenciu. Môže podporiť konzistentnosť celkového vnímania značky napriek celým podnikom a predovšetkým priniest' podnikom príležitosť pre využitie ich rastúcej sily v meniacom sa trhovom prostredí a náročnej ekonomike.

### **4. Výsledky a diskusia**

Optimalizácia portfólia značiek je vnímaná predovšetkým ako proces vytvárania menších, inteligentnejších, výhodnejších a výnosnejších značiek pod jedným podnikovým bannerom v zmysle zabezpečenia logiky a konzistencia v rámci portfólia. Príležitosťne zahŕňa rozšírenie v rámci konkrétnej kategórie. V najširšom chápaní je to najmä proces zosúladenia širších podnikových cieľov na všetkých úrovniach marketingu a zabezpečenie toho, aby produktové portfólio vyjadrovalo tieto ciele prostredníctvom jeho mixu a načasovania. Optimalizácia portfólia značiek zahŕňa vytvorenie prísnej vnútornej disciplíny na udržanie podnikového marketingu, maloobchodného marketingu a získavania zdrojov na rovnakej úrovni. Na obrázku 3 je znázornený nami navrhnutý proces optimalizácie portfólia značiek s následným vysvetlením obsahu jeho jednotlivých fáz.

Obrázok 3: Proces optimalizácie portfólia značiek



1. **Fáza – analýza trhovej pozície podniku**, v rámci ktorej manažéri podniku analyzujú svoju pozíciu na trhu. Zistujú, či je ich pozícia v súlade so stratégou celého podniku ako aj stratégou portfólia značiek. Aký je ich trhový podiel ako aj hodnota podniku. Aká je hodnota ich jednotlivých značiek. Aké je ich postavenie v porovnaní s konkurenciou. Považujeme za nevyhnutné, aby bola táto fáza doplnená a podporená realizáciou finančnej analýzy podniku pre zistenie súčasného stavu podniku v zmysle zhodnotenia zamýšľaných zámerov v oblasti manažmentu portfólia značiek. Výsledkom tejto fázy je určenie súčasného stavu a ďalšieho smerovania stratégie portfólia značiek.
2. **Fáza – analýza požiadaviek zákazníkov**, kedy už podnik pozná svoju situáciu z hľadiska trhového a finančného, je dôležité zistiť aj názory zákazníkov. Či sú značky v portfóliu vnímané z pohľadu zákazníkov tak ako si to podnik želá. Vhodnou metódou na zistenie požiadaviek a názorov zákazníkov môže byť dotazníkový prieskum s otázkami zameranými na ich spokojnosť s produktmi podniku ako aj na zistenie, či zákazníkom niečo chýba, či by doplnili ich súčasné portfólio o ďalšie produkty, a pod.
3. **Fáza – kategorizácia značiek**, kedy sú značky v portfóliu zaradené do nasledovných kategórií:
  - Tie, ktoré v portfóliu musia zostať vzhľadom na ich výkonnosť a hodnotu, ktorú podniku prinášajú a vzhľadom na ich vnímanie z pohľadu zákazníkov.
  - Tie, ktoré sa musia z portfólia eliminovať, nakoľko nadálej nespĺňajú požiadavky plynúce zo strategie portfólia značiek a neprinášajú podniku

požadovanú hodnotu, prípadne bol zistený aj nezáujem z pohľadu zákazníkov vyjadrený v objeme predaja konkrétnych produktov predávaných pod danou značkou.

- Tie, ktoré podnik plánuje vzhľadom na smerovanie stratégie portfólia značiek vytvoriť.

V rámci tejto fázy je dôležité brať do úvahy aj vzájomné vzťahy medzi značkami, ktoré môžu byť nasledovné:

- Značky môžu byť vzájomne nezávislé, teda neexistuje medzi nimi žiadny vzťah a každá značka je schopná nezávislej existencie. V takom prípade sa manažéri podniku v rámci kategorizácie rozhodujú výlučne na základe súčasného stavu podniku a výkonnosti značiek.
- Značky sa môžu vzájomne podporovať, tzn. že je možné získať jednostrannú alebo bilaterálnu podporu značiek. V tomto prípade je kategorizácia, samozrejme, zložitejšia, pretože zamýšľané vyradenie určitej značky vzhľadom na jej výkonnosť, môže byť zamietnuté zo strany manažérov, nakoľko daná značka podporuje inú výkonnejšiu značku. Vtedy manažéri musia nájsť iné riešenie v súlade so stratégiou portfólia značiek.
- Značky môžu medzi sebou vzájomne súperiť, tzn. že pozitívny vývoj jednej značky môže spôsobiť zhorenie vývoja druhej značky, čo taktiež proces kategorizácie robí značne zložitejším (Kral & Bartosova, 2017).

**4. Fáza – vytvorenie optimálneho portfólia.** Táto fáza prakticky reprezentuje samotnú optimalizáciu portfólia značiek podniku. Manažéri podniku na základe všetkých informácií získaných v predchádzajúcich fázach vytvárajú najoptimálnejšiu kombináciu značiek, ktorá bude maximalizovať celú hodnotu portfólia pri súčasnom rešpektovaní obmedzujúcich kritérií. Pre potreby vytvorenia optimálneho portfólia značiek podniky využívajú množstvo optimalizačných metód, či už ide o lineárne, nelineárne, dynamické, kvadratické programovanie, metódy sietovej analýzy, a pod. Po vytvorení optimálneho portfólia prostredníctvom niektoréj zo spomenutých metód by mala podľa nášho názoru nasledovať fáza zahŕňajúca korekcie optimálneho portfólia plynúce z úsudku a subjektívnych názorov vrcholových manažérov na dané portfólio, nakoľko tieto nie je vždy možné začleniť do modelov na optimalizáciu portfólia.

**5. Fáza – nasadenie novej značky do portfólia.** Túto fázu sme schválne označili čiarkovane, pretože môže alebo nemusí byť súčasťou celého procesu. Jej zahrnutie do procesu záleží od fázy predchádzajúcej, teda od skutočnosti, či do nového optimálneho portfólia boli zahrnuté aj nové značky. Súčasťou priebehu nasadenia novej značky sú aj vhodné marketingové aktivity a komunikácia so zákazníkmi pre potreby ich informovania o vytváraní novej značky.

**6. Fáza – hodnotenie.** Fáza, ktorej náplňou je zhodnotenie fungovania nového portfólia v priebehu daného časového intervalu. Manažéri hodnotia, či sa hodnota portfólia vyvíja takým smerom, ako naplánovali. Fázu hodnotenia by sme preto označili za postoptimalizačnú, nakoľko je možné ju realizovať až po určitej dobe fungovania nového optimálneho portfólia.

Ako vyplýva zo samotného obrázku, celý proces optimalizácie považujeme za cyklický, tzn. že jednotlivé cykly sa v priebehu času opakujú, pričom je na zvážení konkrétneho podniku, aký dlhý časový interval si stanoví pre opakovanie optimalizačného procesu. Pre potreby efektívneho fungovania celého procesu optimalizácie je potrebná dôslednosť v každej jeho fáze, silná interná aj externá komunikácia, či komplexnosť manažmentu celého procesu. Bez týchto a mnoho ďalších faktorov môžu jednotlivé značky v portfóliu stagnovať a celé portfólio tak nebude optimalizované.

## 5. Záver

Optimalizácia portfólia značiek bezpochyby patrí k hlavnej činnosti manažérov podniku. Nie každý podnik si však uvedomuje jej dôležitosť a z toho dôvodu zbytočne dochádza k neefektívemu manažmentu portfólia značiek a k zbytočným stratám. Zámerom nášho príspevku preto bolo zdôraznenie dôležitosti optimalizácie portfólia značiek prostredníctvom návrhu procesu optimalizácie portfólia značiek s jasným vysvetlením jeho jednotlivých fáz.

## Acknowledgement

This paper is an outcome of project APVV-15-0505: Integrated model of management support for building and managing the brand value in the specific conditions of the Slovak Republic.

## References

- [1] Aaker, D.A., (2009). *Brand Portfolio Strategy: Creating Relevance, Differentiation, Energy, Leverage, and Clarity*. USA: Simon and Schuster.
- [2] Beheshti M., Mahdiraji, H.A. and Zavadskas, E.K. (2016). Strategy Portfolio Optimisation: A Copras G-MODM Hybrid Approach. *Transformations in business & economics*, 15(3C), p. 500-519.
- [3] Kral, P. and Bartosova, V. (2017). Selected characteristics in the brand portfolio management. In: *8th International Scientific Conference Finance and performance of firms in science, education and practice*. Zlín, Czech Republic, 26-27 April 2017, 434-444.
- [4] Majerova, J. and Gogolova, M. (2013). Brand as a factor influencing the choice of the employer. *Ekonomicko-managerske spektrum*, 7(2), p. 27-30.
- [5] Majerova, J. and Kliestik, T. (2015). Brand valuation as an immanent component of brand value building and managing. *Procedia Economics and Finance*, 26, p. 546 – 552. [http://dx.doi.org/10.1016/S2212-5671\(15\)00953-3](http://dx.doi.org/10.1016/S2212-5671(15)00953-3).
- [6] Morgan, N.A. and Rego, L.L. (2009). Brand Portfolio Strategy and Firm Performance. *Journal of marketing*, 73(1), p. 59-74.
- [7] Shah, P. (2015). Kill it or keep it?: The weak brand retain-or-discard decision in brand portfolio management. *Journal of brand management*, 22(2), p. 154-172.
- [8] Shah, P. (2015). Culling the brand portfolio: brand deletion outcomes and success factors. *Management research review*, 40(4), p. 370-377.
- [9] Shahriar A. (2014). A Model of Factors Affecting Foreign Brand Trust. *Journal of Competitiveness*, 6(3), p. 20-31.
- [10] Upadhyaya M. (2012). Projective techniques for brand image dimensionality and using various techniques to investigate and improve the brand personality. *Polish journal of management studies*, 6, p. 89-100.
- [11] Varadarajan, R., DeFanti, M.P. and Busch, P.S. (2006). Brand portfolio, corporate image, and reputation: Managing brand deletions. *Journal of the academy of marketing science*, 34(2), p. 195-205.

- [12] Wang, Y.C. and Chung, Y. (2015). Hotel brand portfolio strategy. *International journal of contemporary hospitality management*, 27(4), p. 561-584.
- [13] Yu, C.L. and Yang, F. (2010). Influence of Brand Portfolio Strategy on Performance. In: *EBM 2010: International conference on engineering and business management*, Chengdu, Peoples R China, 25-27 Mar. 2010, 401-404.

# Slovak Prediction Models in Economic Practice

Katarina Valaskova<sup>1</sup>

## Abstract

The problem of bankruptcy prediction models has been a current issue for ages, especially in the era of strong competition in markets and increasingly growing number of crises. If a company wants to prosper and compete successfully in a market environment, it should carry out a regular financial analysis of its activities, evaluate successes and failures and use the results to make strategic decisions about the future development of the business. The aim of the paper is to analyse the Slovak prediction models, models of Chrastinová and Gurčík, defined for Slovak agricultural enterprises. The aim of the analysis is the comparison of the results achieved using both prediction models and the prosperity criteria that considers the current valid legislation and the economic and financial aspects in order to verify the Slovak prediction models designed for the agricultural sector.

## Key words

Prediction models, bankruptcy, Ch-index, G-index, agriculture.

**JEL Classification:** C38, G33.

## 1. Introduction

Default of business entities is determined in the literature by different terms: a prediction of default, a prediction of bankruptcy, a prediction of financial problems, assessment of credit risk, ex ante financial analysis methods, early warning systems, and so on. Despite the different terminology, the content of the various contributions is common - predicting the insolvency of companies. The reason is unambiguous - insolvency is the main cause of the disappearance of business entities (Cisko, Kliestik, 2013, p. 635).

The beginnings and literary sources of the prediction models date back to 1930, beginning with the studies on the use of the ratio analysis to predict the future bankruptcy (Misankova, Bartosova, 2016). One of the first papers was the article by P. J. Fitzpatrick focused on the identification of significant differences between successful and unsuccessful industrial business entities. This work was an inspiration for several works by the mid-1960s.

Research was focused only on the single-factor analysis until the mid-60s. In general, Beaver's single-factor study (Beaver, 1966) has been the most widely spread and most accepted study, in which the author used the financial ratios to predict the failure of business entities for the first time. Beaver proved that financial ratios can be successfully used to anticipate the difficulties of business entities. He also showed that not all indicators have the same prediction ability. However, in practice the exclusive use of selected simple ratios as predictors of failure was largely questioned, as these may be significantly distorted by management decisions and thus may provide a distorted view on the future of the business entity (Siekelova, et al., 2017). To eliminate the problem, Beaver proposed the use of a dichotomous classification test. Using this method, several indicators with the highest

---

<sup>1</sup> Katarina Valaskova, Ing., PhD., Faculty of Operation and Economics of Transport and Communication, Univerzitná, 1, 010 26 Zilina, e-mail: katarina.valaskova@fpedas.uniza.sk

predictive power were selected which were used as a single predictor with multiple degrees of freedom.

In 1968, Altman published the first multi-factor study, which is also very popular today, and this model became a symbol of predicting the financial situation of businesses. The essence of the multiple discriminatory analysis is to find such a linear combination of characteristics that distinguishes two groups of businesses - bankrupt and non-bankrupt (i.e. prosperous and non-prosperous). As with all methods, there are certain reservations, which violate some assumptions of discriminatory analysis. However, these have been proved to be irrelevant in practice (Kliestik, Misankova, Adamko, 2014). There is a wide range of prediction models, as it depends on how many and which factors and methods to use in the calculation of the model. Altman model (Altmann, 1968) uses 5-factor-discriminatory analysis, while Boritz and Kennedy model (Boritz, Kennedy, 1955) use 14 factors. The range of factors used in the models ranges from one factor to 57 factors (Kliestik, Majerova, 2015). Altman's Z-score is one of the most used models, with high predictive accuracy, up to 95% one year ahead. The accuracy of the model declined only to 72% accuracy two years before the bankruptcy of the company, or 49%, 29% and 36% accuracy three, four and five years before the bankruptcy respectively (Kliestik, Siekelova, Misankova, 2017).

Since Altman's study, the number and complexity of predictive bankruptcy models has risen dramatically. In the early period of the prediction models, the discriminatory analysis was very popular. General progress and technology also result in the emergence of new models, including logit and probit analysis and neural networks (Spuchlakova, Frajtova Michalikova, 2016). Nowadays, however, there is often only a certain modification or extension of existing models, which is confirmed by the fact that no new methodology has been developed in recent decades (Kliestikova, Misankova, 2016).

The mentioned individual models of financial health predictions were created at different time and space and therefore their application in Slovak conditions can be questioned (Svabova, Kral, 2016). The question is if a model based on country-specific data can be used to predict the financial situation of companies in other countries. It is also necessary to consider the classification or focus of the companies for which the model was developed. The accuracy of prediction models is reduced significantly, if the model is used in another industry, another time or in a different business environment compared to the data used to derive the model (Bartosova, Kral, 2016). There are various arguments against the non-critical usage of the results of foreign prediction models. For example, in the case of Altman's Z Score model, there is a different prediction ability of the market value of equity indicator in the US economy and in Slovakia (Adamko, Kliestik, 2016). The domestic capital market is incomparably less developed than the US capital market, and thus the indicator does not reflect market expectations. It is assumed that the ratio of the market value of the equity and the book value of the debt will be defected in many businesses and will not contribute to the correct discrimination of enterprises in conditions of the SR (Svabova, Durica, 2016).

It would therefore be appropriate to use only those models, which are focused on the prosperity assessment of companies operating on the Slovak market accepting the legislative principles of the country (Kliestikova, Misankova, Kliestik, 2017). The prediction and assessment of the financial health of companies has long been the subject of many studies and researches not only in our terms. However, in Slovak business conditions only agricultural entities can be evaluated. Chrastinová in 1998 proposed a model of discriminatory function that takes the specifics of agricultural entities into account. Ch-index of Chrastinova was the first ex-ante analysis focused on agro resort used not only in Slovakia but also in the Czech Republic. The second major milestone is the model of Gurčík (2002) who differentiated entities to prosperous and non-prosperous using the discriminatory function. The author states

that it is possible to create a single integrated indicator to predict the financial situation of the monitored enterprise in the near future on the basis of the construction of different indicators and models using the discriminatory analysis.

The aim of this contribution is to verify the Slovak prediction models, comparing their result values with the database of enterprises where the criteria of prosperity for individual agricultural enterprises were determined following the applicable legislation taking into account the economic and financial aspects.

The contribution is divided into three main parts. The first part presents the methodology and procedures as well as the database of enterprises, which was used for the analysis and verification of the models. In the Results and Discussion section, the calculations of the individual Slovak models and their comparison with the database of enterprises are presented and in the last part of the paper, the results of the realized analyses are discussed.

## 2. Material and Methods

The financial statements of Slovak companies of the year 2015, obtained from the Register of financial statements of the Ministry of Finance of the Slovak Republic, were the source of the analysis. The database consists of 62,533 enterprises. In order to assess the performance of these enterprises, various financial indicators of profitability, activity, liquidity and indebtedness were calculated. The survey also included the classification of enterprises into the group of prosperous and non-prosperous enterprises, considering the Commercial Code, which defines the enterprise in crisis according to the following criteria:

- the value of equity is negative or the difference between assets and liabilities is negative;
- the enterprise has at least 2 liabilities of a different creditor which are min 30 days after the maturity (this fact is not seen in the financial statement but we can approximate it by calculating the total liquidity indicator (L3) and determining the critical value of the indicator);
- the value of the financial independence indicator (i.e. the ratio of equity and debt) is less than 0.08.

Despite the mentioned legislative criteria, it is possible to use other individual criteria used in the practice of Slovak enterprises, which point to the prosperity of the enterprise, for instance total liquidity is less than 1, return on revenue is negative and the result after taxation is negative (Majerova, Kliestik, Misankova, 2015).

Based on the defined conditions, we proposed criteria for an identification of a non-prosperous enterprise, which would take into account the current legislation, economic and financial aspects and we applied them to the whole database of enterprises, considering the ratio of equity to debt, total liquidity and negative net income.

As the objective of this article is to analyse agricultural enterprises, we select agricultural enterprises from the entire database using the SK NACE classification. We get the group of 78 enterprises.

Then we analyse the whole database again and from the available financial statements, we select only those indicators that are used in the models of Chrastinová and Gurčík.

Chrastinová (1998) introduced her model, known as Ch-index, in 1998. The model was formed of the data of Slovak agricultural enterprises in the following form:

$$CH = 0.37 * X_1 + 0.25 * X_2 + 0.21 * X_3 - 0.1 * X_4 - 0.07 * X_5 \quad (1)$$

where

X1 = EAT / total capital,

X2 = EAT / revenues,  
 X3 = Cash flow / debt,  
 X4 = debt / revenues,  
 X5 = debt / total capital.

The resulting value can be categorized into three groups. If the value is less than -5, an enterprise is in an unhealthy financial situation, if the value ranges from -5 to 2.5, an enterprise is in a neutral zone and if the value is higher than 2.5 an enterprise is in a healthy financial situation.

The second Slovak model, the G-index, is named after its author L. Gurčík. The G-index is newer than the Ch-index, it was constructed on the basis of later data. However, the Ch-index is also based on the discriminatory analysis and financial indicators. The model also focuses on the agricultural area:

$$G = 3.412 * X1 + 2.226 * X2 + 3.277 * X3 + 3.149 * X4 - 2.063 * X5 \quad (2)$$

where:

X1 = retained earnings / liabilities,  
 X2 = EBT / liabilities,  
 X3 = EBT / revenues,  
 X4 = Cash flow / liabilities,  
 X5 = inventory / revenues.

The value we get is used to classify the entities into one of three areas. If the value is higher than 1.8, the enterprise has a favourable financial situation, the grey zone is located between the values -0.6 and 1.8, and if the value is less than -0.6, the enterprise has a poor prediction of the financial health prediction to the future (Gurčík, 2002). Unfortunately, in the conditions of the Slovak Republic, none of the above-mentioned models has been fully developed and recognized.

This selection was applied to choose the parameters entering the Ch-index and the G-index, and a new group of enterprises was acquired. However, several enterprises were moved out because when calculating the needed ratios, some data was absent and the division was not possible (division by zero). Subsequently, both databases were matched and the result is a set of 76 businesses, which are the subject of further investigation.

### 3. Results and Discussion

In the methodological part of the paper, the prosperity of agricultural enterprises in the database was assessed on the basis of three indicators, the ratio of equity and debt, total liquidity and net income after tax. 64 entities out of the total number of 76 were identified as prosperous, financially sound businesses, but we identified 12 non-prosperous businesses.

The next step was to calculate the financial health of companies using the index of Chrastinova. The following table, Table 1, summarizes the calculated indicators for the first 15 enterprises.

Table 1: Calculation of indicators in Ch- index (example)

ID of entity	EAT/assets	EAT/revenues	CF/debt	debt/revenues	debt/total capital	Ch-index
22956	0.00502	0.00064	0.13526	0.12032	0.94467	-0.04773
60873	0.67440	0.01030	0.50723	0.02032	1.32956	0.26352
92864	0.02842	0.07682	0.03881	3.52446	1.30391	-0.40584
114126	-0.03567	-0.02097	-0.04238	0.49480	0.84158	-0.13573

116591	0.14676	0.06662	0.65561	0.12455	0.27436	0.17697
131167	1.06828	3.35255	9.19183	0.37433	0.11927	3.11790
134032	0.02817	0.01626	0.03035	0.53566	0.92824	-0.09767
143678	0.20565	0.13626	0.53977	0.36802	0.55542	0.14782
148621	0.01961	0.01045	0.03199	0.51940	0.97422	-0.10354
224905	0.21512	0.02645	1.10191	0.02568	0.20888	0.30041
301305	0.08218	0.05469	1.53774	0.05784	0.08692	0.35513
318856	0.04966	0.00487	0.06533	0.07460	0.76012	-0.02735
328370	-0.12581	-0.19950	-0.04761	1.33078	0.83923	-0.29824
333564	-0.12177	-0.00695	-0.20408	0.03406	0.59670	-0.13482
344118	-0.56835	-0.58264	-0.81434	0.71547	0.69792	-0.64736

The final assessment of the Ch-index values allows to classify enterprises into one of three categories, Table 2:

Table 2: Classification of enterprises according to the Ch-index

<b>Ch-index</b>	less than -5	non-prosperous	3	non-prosperous
	-5 to 2,5	neutral	72	
	more than 2,5	prosperous	1	prosperous

The database assessing the prosperity of enterprises using indicators following the current legislation and the economic and financial aspects is divided only into two groups of companies, prosperous and non- prosperous, and so the resulting values of the Ch-index has to be grouped in two categories, too. The prosperous group of companies is the group that is ranked in the category of financially sound businesses and businesses in the neutral zone according to the Ch-index. The rest were unhealthy, non-prosperous businesses.

We proceeded similarly to calculate the index of Gurčík. The following table, Table 3, determines the resulting values of the indicators entering the G-index for the first 15 enterprises. Grey colour is used to highlight those businesses that are not prosperous according to the G-index.

Table 3: Calculation of indicators in G- index (example)

ID of entity	Ret. earnings / liabilities	EBT/ liabilities	EBT/ revenues	CF/ liabilities	inventory/ revenues	G-index
22956	0	0.00502	0.00064	0.12701	0.00941	0.39385
60873	0.02080	1.02092	0.01560	0.67440	0	4.51841
92864	0.00011	0.03459	0.09351	0.05060	2.08423	-3.75652
114126	0.15409	-0.01441	-0.00847	-0.03567	0	0.35360
116591	0.50530	0.19739	0.08961	0.17987	0	3.02359
131167	0.18719	1.23271	3.86860	1.09639	0	19.51270
134032	0.06983	0.03315	0.01913	0.02817	0.40510	-0.37222
143678	0.22659	0.26651	0.17659	0.29980	0.02451	2.83862
148621	0	0.03253	0.01734	0.03117	0.03511	0.15499
224905	0.43961	0.27534	0.03385	0.23017	0.01098	2.92596
301305	0.74080	0.10751	0.07155	0.13366	0.03291	3.35446
318856	0.11203	0.06380	0.00626	0.04966	0	0.70122
328370	0.39507	-0.11193	-0.17749	-0.03996	0	0.39140
333564	0.65309	-0.01393	-0.00080	-0.12177	0	1.81128
344118	0	-0.55806	-0.57209	-0.56835	0	-4.90671

The final assessment of the G-index values allows to classify enterprises into one of three categories, Table 4:

*Table 4: Classification of enterprises according to the G-index*

<b>G-index</b>	less than -0,6	non-prosperous	10	non-prosperous
	-0,6 to 1,8	Neutral	40	
	more than 1,8	prosperous	26	prosperous

The resulting values of the G-index were grouped again into two groups. The group of the prosperous enterprises includes the entities, which were classified into the category of financial health companies and companies in the neutral zone. The rest were the non-prosperous companies.

The final comparison of all realized calculations is presented in Table 5.

*Table 5: Comparison of results*

	<b>Criteria of prosperity</b>	<b>Ch- index</b>	<b>G-index</b>
Prosperous	64	73	66
Non-prosperous	12	3	10
<b>TOTAL</b>	<b>76</b>	<b>76</b>	<b>76</b>

Crucial are the results of the criteria of prosperity as they take the current legislation and the economic and financial aspects of the business entities into account that is the reason why the comparison was conducted according to this criterion. Compared to the Ch-index, it is only 25% match when identifying non-prosperous enterprises, while the match with the G-index is more than 83%. It may be caused by the fact that the G-index was formed almost a decade later.

### 3.1 Verification of the Slovak prediction models using contingency tables

Contingency tables (matrix of changes) may be used in order to assess the future success and financial health of a business. It can be summarized as in the following Table 6.

*Table 6: Contingency table*

<b>Real group</b>	<b>Predicted group</b>		
		<b>Non-prosperous</b>	<b>Prosperous</b>
	<b>Non-prosperous</b>	True negative	False positive
Prosperous	Prosperous	False negative	True positive

The depicted contingency table distinguishes four different situation that may occur:

1. True Positives (TP) - this is a positive match of how many prosperous businesses are properly classified as prosperous,
2. False Negatives (FN) - false negative results present the number of prosperous businesses, which are wrongly classified as non-prosperous,
3. False Positives (FP) - results of false positives, i.e. how many non-prosperous businesses are wrongly classified as prosperous,
4. True negative (TN) - this is a negative match of how many non-prosperous businesses are correctly classified as non-prosperous (Janoušková, Holčík et al., 2015).

Based on these matrix values, we can then calculate the success rates of the business prosperity classification (Klepáč, Hampel, 2016).

**Total accuracy** is calculated as the ratio of correctly classified entities to all entities.

$$total\ accuracy = \frac{TP + TN}{TP + FP + FN + TN} \quad (3)$$

**Type I error** evaluates the number of true positive results that were classified as false negative.

$$\text{type I error} = \frac{FN}{TP + FN} \quad (4)$$

**Type II error** evaluates the number of true negative results that were wrongly marked as positive

$$\text{type II error} = \frac{FP}{FP + TN} \quad (5)$$

**Sensitivity** presents the ratio of true positive cases to all positive cases.

$$\text{sensitivity} = \frac{TP}{TP + FN} \quad (6)$$

**Specificity** is the ratio of true negative cases to all negative cases.

$$\text{specificity} = \frac{TN}{FP + TN} \quad (7)$$

On the basis of the result values of the sensitivity and specificity ratios, the Receiver Operating Characteristics (ROC) curve can be constructed and the accuracy of the classification can be reviewed considering the area under the curve (Klepáč, Hampel, 2016):

- values from 0.5 to 0.75 refer to acceptable classification ability,
- values from 0.75 to 0.92 mean good classification ability,
- values from 0.92 to 0.97 determine very good classification ability and
- values from 0.97 to 1.0 perfect classification ability.

### 3.1.1 Classification ability of Ch-index and G index

The application of the contingency tables and related ratios is proved on the Slovak prediction models.

Table 7: Contingency table of Ch-index and G-index

Real group		Predicted group			
		Non-prosperous		Prosperous	
		Ch-index	G-index	Ch-index	G-index
	<b>Non-prosperous</b>	0	5	12	7
	<b>Prosperous</b>	3	10	61	54

It is clear, the Ch-index classifies correctly 61 (80.26 %) prosperous entities but zero non-prosperous. 15 (19.74 %) entities were not classified correctly. Based on these results, it can be claimed that model has good classification ability.

As depicted in the previous table, the G-index classifies correctly 54 (71.05 %) prosperous entities and 5 (6.58 %) non-prosperous ones. 17 (22.37 %) entities were not classified correctly. Based on these results, it can be claimed that model has acceptable classification ability.

The final assessment of both prediction models has to include the ratios of successful classification presented in the Table 8.

Table 8: Ratios of successful classification of Ch-index and G-index

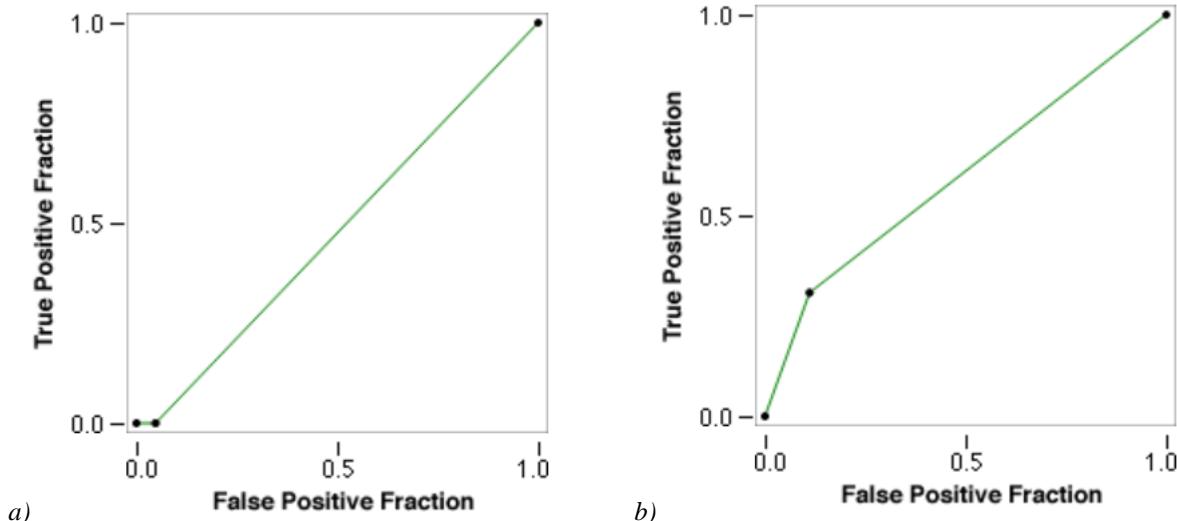
	Ch-index	G-index
<b>Total accuracy</b>	80.26 %	77.63 %
<b>Sensitivity</b>	95.31 %	84.37 %
<b>Specificity</b>	0 %	41.67 %
<b>Type I error</b>	4.69 %	15.63 %
<b>Type II error</b>	100 %	58.33 %
<b>AUC</b>	47.6 %	59.8 %

As mentioned earlier, the total accuracy of the Ch-index is more than 80 %. And otherwise, the total inaccuracy of this prediction model is about 20 %. The prediction ability of the bankruptcy is given also by the inaccuracy of the classification – there is a need to consider type I and II errors. Despite the fact, that the model classifies wrongly 4.69 % of prosperous entities into non-prosperous, the values of the type I error and of the sensitivity are satisfying. The problem is the type II error as the model classifies wrongly 100 % non-prosperous entities into the group of prosperous entities.

The total accuracy of the G-index is more than 77 %, the total inaccuracy of this prediction model is 22.37 %. And again, there is a need to consider type I and II errors. Despite the fact, that the model classifies wrongly 15.63 % of prosperous entities into non-prosperous, the values of the type I error and of the sensitivity are quite satisfying. Considering the type II error, the model classifies wrongly 58.33 % non-prosperous entities into the group of prosperous entities.

The Figure 1 portrays the relation between the sensitivity and 1-specificity, which is a relation between true positive and false positive. The area under the curve (AUC) reviews the quality of the model.

Figure 1: ROC curve for Ch- index (a) and G-index (b)



Considering the model of Chrastinová, the value of 0.467 was calculated which means, that the total classification ability of the model is *not acceptable*. The value of the area under the ROC curve in the model of Gurčík was 0.598, which means, that the total classification ability of the model is *acceptable*.

To sum up, the classification ability of the G-index is acceptable (the value is slightly above the minimal value of ROC). It may be caused by the fact, that the model was formed using newer data compared to the Ch-index.

## 4. Conclusion

Prediction models consists of a combination of indicators, including their weights, suitable for assessing the performance and credibility of the business. Prediction models can be also divided into bankruptcy and prediction models. Determining the prosperity of an enterprise, the main purpose of our contribution, is the role of prediction models that diagnose the financial health of enterprises and decide whether to place it in a group of prosperous or non-prosperous businesses. They are based on theoretical knowledge, using data from the financial statements of enterprises, thus allowing comparability with other business entities within one

department of business or economic activity (according to SK NACE). Prediction models are based on the evaluation and interpretation of the results achieved in the current period and they allow to forecast the development of the economic and financial situation of the company. Taking the conditions of the national economy, its legislation, operation of financial instruments, but also the external factors into account, prediction models can indicate the risks, weak and strong points of the financial health of the company.

Methods of prediction of the financial situation of an enterprise must enable to categorize the company as prosperous or non-prosperous. This requires to express the overall financial and economic performance of the enterprise in a clear manner, which is the role of prediction models. Various methods are used to quantify the synthetic discriminant variable and to summarize the selected variables. One of them is a multidimensional discriminatory analysis, which was also used for the Slovak prediction models of Chrastinova and Grucika designed for agricultural enterprises. The validity of these models was verified by comparing the resulting index values calculated for agricultural entities in the database with the prosperity criteria that were established on the basis of the current legislation taking the economic and financial aspects of companies operating on the Slovak market into account. We found that the G-index shows up to 83% match in identifying the non-prosperous businesses. The total classification ability of the model is acceptable as the area under the ROC curve reaches the value of 0.598. The use of the G-index is much better to verify the prosperity and financial health of businesses in agro resort, as it is obvious that we are interested in knowing the financial problems of the enterprise in advance.

## Acknowledgement

This research was financially supported by the Slovak Research and Development Agency, Grant APVV-14-0841: Comprehensive Prediction Model of the Financial Health of Slovak Companies.

## References

- [1] Adamko, P., Kliestik, T. (2016). Proposal for a bankruptcy prediction model with modified definition of bankruptcy for Slovak companies. In: *RSEP : international conferences on social issues and economic studies : conference book*, p. 1-7.
- [2] Altmann, E. I. (1968). Financial ratios. Discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The journal of finance*, 23(4), p. 589-609.
- [3] Bartosova, V., Kral, P. (2016). A methodological framework of financial analysis results objectification in the Slovak republic. In: *The European proceedings of social & behavioural sciences*, 17, p. 189- 197.
- [4] Beaver, W. H. (1966). Financial ratios as predictors of failure. *Journal of accounting research*, 4(1), p. 71-102.
- [5] Boritz, J. E., Kennedy, D. B. (1955). Effectiveness of neural network types for prediction of business failure. *Expert systems with applications*, p. 503-512.
- [6] Cisko, Š., Kliestik, T. (2013). *Finančný manažment podniku II*. Žilina: EDIS.
- [7] Gurčík, L. (2002). G-index - metóda predikcie finančního stavu polnohospodárskych podnikov. *Agricultural Economics*, 48(8), p. 373-378.

- [8] Chrastinová, Z. (1998). *Metódy hodnotenia ekonomickej bonity a predikcie finančnej situácie polnohospodárskych podnikov*. Bratislava: VÚEPP.
- [9] Janoušková, E., Holčík, J. et al. (2015). *Vícerozměrné metody pro analýzu a klasifikaci dat* [online]. [online]. Institut biostatistiky a analýz Masarykova univerzita 2015 [cit. 2017- 05-07]. Dostupné z: <http://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=analyza-a-hodnocenibiologickyh-dat--vicerozmerne-metody-pro-analyzu-dat>.
- [10] Klepáč, H., Hampel, D. (2016). Prediction of Bankruptcy with SVM Classifiers Among Retail Business Companies in EU. *Acta Universitatis*, 64(2), p. 627-634.
- [11] Kliestik, T., Majerová, J. (2015). Selected issues of selection of significant variables in the prediction models. In: *Financial management of firms and financial institutions: 10<sup>th</sup> International Scientific Conference in Ostrava*, p. 537-543.
- [12] Kliestik, T., Misankova, M., Adamko, P. (2014). Sensitivity Analysis of Credit Risk Models Based on Greeks. In: *2<sup>nd</sup> International conference on management innovation and business innovation*, 44, p. 99-104.
- [13] Kliestik, T., Siekelova, A., Misankova, M. (2017). Financial health prediction of company's business partners based on selected quantitative and qualitative indicators. *Journal of economics, business and management*, 5(3), p. 143-147.
- [14] Kliestikova, J., Misankova, M. (2016). European insolvency law harmonisation in terms of global challenges. In: *Globalization and Its Socio-Economic Consequences: 16<sup>th</sup> International scientific conference proceedings*, p. 914-921.
- [15] Kliestikova, J., Misankova, M., Kliestik, T. (2017). Bankruptcy in Slovakia: international comparison of the creditor's position. *Oeconomia Copernicana*, 8(2), p. 221-237.
- [16] Majerová, J., Kliestik, T., Misankova, M. (2015). Analysis of convergences and divergences of bankruptcy law institutes in the Slovak Republic and in the World. In: *5<sup>th</sup> International conference on applied social science*, 80, p. 34.
- [17] Misanková, M., Bartosová, V. (2016). Comparison of selected statistical methods for the prediction of bankruptcy In: *The 10th international days of statistics and economics: conference proceedings*, p. 1260-1269.
- [18] Siekelova, A., Kliestik, T., Svabova, L., Androniceanu, A., Schonfeld, J. (2017). Receivables Management: The importance of financial indicators in assessing the creditworthiness. *Polish Journal of Management Studies*, 15(2), p. 217-228.
- [19] Spuchláková, E., Frajtová Michalíková, K. (2016). Comparison of LOGIT, PROBIT and neural network bankruptcy prediction models. In: *ISSGBM international conference on information and business management*, p. 49-53.
- [20] Svabova, L., Durica, M. (2016). A closer view on the statistical methods globally used in bankruptcy prediction of companies. In: *Globalization and Its Socio-Economic Consequences: 16<sup>th</sup> International scientific conference proceedings*, p. 2174-2181.
- [21] Svabova, L., Kral, P. (2016). Selection of predictors in bankruptcy prediction models for Slovak companies. In: *10<sup>th</sup> International Days of Statistics and Economics*, p. 1759-1768.

# Setting optimal limit of cover by stochastic optimisation

Jiří Valecký<sup>1</sup>

## Abstract

The paper is focused on the setting of the optimal limit of cover for the stop-loss insurance. We respect that the loss, or severity respectively, is a random variable which follows an exponential probability distribution. Firstly, we derive the general analytical objective function which can be extended and applied also to other cases, e.g. setting optimal deductibles, coinsurance and others. Further, we derive also the general analytical objective function under the assumption that the loss follows the exponential distribution. In addition, we show that solving the problem using sampling average approximation involving Monte Carlo simulation provides similar results and that the optimisation problem can be solved also by such simplifying method.

## Key words

Insurance, limit of cover, stochastic optimisation, stop-loss,

**JEL Classification:** C44, C61, G22

## 1. Úvod

Volba pojistného produktu je často prováděna intuitivně pod vlivem reklamních kampaní či na doporučení jiných osob. V horším případě bývá pojistný produkt uzavírána pod tlakem manipulativního jednání ze strany pojistného zprostředkovatele. Snaha o objektivizaci tohoto rozhodovacího problému vyústila v aplikaci metod vícekriteriálního hodnocení, např. pro volbu produktu penzijního připojištění v Borovcová (2010, 2014) nebo při výběru havarijního pojistištění v Borovcová (2017). Stejně tak tomu bývá při nastavování výše pojistného krytí. V případě vícekriteriálního rozhodování bývá poté jeden pojistný produkt s různou výší pojistné ochrany uvažován jako oddělené varianty, ze kterých je zvolena finální (optimální) varianta.

V tomto přístupu je však opomíjena ta skutečnost, že výše škody způsobené pojistnou událostí je náhodná. V příspěvku je tak demonstrováno, jakým způsobem lze zvolit optimální nastavení pojistného produktu tak, aby náhodná škoda byla optimálně kryta. Nicméně, v rámci pojistných smluv lze rozlišovat různé typy dle parametru pojistné ochrany, jehož výše je volena, např. ryzí zájmové pojistištění, pojistištění na plnou hodnotu, pojistištění s procentuální či excedentní spoluúčastí.

Tento příspěvek se zabývá nastavením pojistištění na první riziko, kdy volená pojistná částka je horním limitem plnění pojistitele. Cílem příspěvku je tedy volba optimální výše tohoto limitu za předpokladu, že náhodná škoda má exponenciální rozdělení. K tomu je nejprve odvozen obecný analytický tvar účelové funkce v druhé části a poté je ve třetí části dovozen analytický tvar pro exponenciální rozdělení pravděpodobnosti. Tato funkce je rovněž approximována technikou Monte Carlo. Následně jsou řešeny optimalizační úlohy s analytickým tvarem i approximovanou účelovou funkcí a je stanovena optimální výše pojistného limitu. Poslední část uzavírá příspěvek.

---

<sup>1</sup> Ing. Jiří Valecký, Ph.D., VŠB – Technická univerzita Ostrava, ekonomická fakulta, katedra financí, Sokolská třída 33, 702 00 Ostrava, Česká republika, email: jiri.valecky@vsb.cz.

## 2. Formulace úlohy stochastického programování

Cílem úlohy stochastického programování je nalézt optimální limit pojistného krytí. Jeho výše však ovlivňuje nejen stupeň pojistné ochrany, respektive výši pojistného plnění, ale samozřejmě také výši pojistného. Pro jednoduchost uvažujme, že pojistné je počítáno jako násobek voleného limitu, tedy

$$P = q \cdot x, \quad (1)$$

kde  $x$  je volený limit a  $q$  je pojistná sazba.

Pokud však realizovaná škoda přesáhne zvolený limit, pak část škody jde na vrub pojistěného. Po zahrnutí placeného pojistného lze vyjádřit celkovou finanční újmu pojistěného jako

$$S - x + P = S - x + q \cdot x = S - (1 - q)x, \quad (2)$$

kde  $S$  je výše realizované škody. V případě, že výše škody je nižší než zvolený limit, pak celková újma pojistěného je pouze ve výši pojistného. Tyto situace lze přepsat do účelové funkce ve tvaru

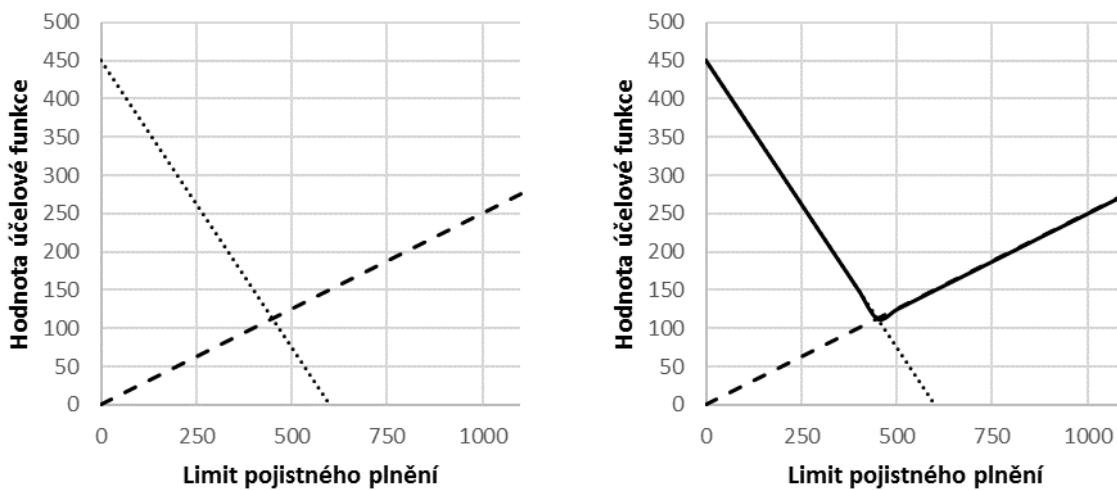
$$G(x, S) = \begin{cases} S - (1 - q)x & \text{pro } x < S, \\ q \cdot x & \text{pro } x \geq S, \end{cases} \quad (3)$$

nebo také

$$G(x, S) = q \cdot x + \max(S - x, 0). \quad (4)$$

Nastane-li škoda ve výši 450 000, pak optimální výše limitu je pochopitelně roven této škodě, jak je doloženo rovněž následujícím obrázkem, kde minimum účelové funkce je právě při limitu ve výši 450 tis.

Obrázek 1: Hodnoty účelové funkce pro předem známou škodu ve výši 450 (v tis. Kč): výše pojistného (čárkovaně), škoda na vrub pojistěného (tečkovaně) a celková finanční újma pojistěného (plně)



Na obrázku je znázorněna závislost výše pojistného na velikosti limitu pojistného krytí a zároveň klesající výše škody jdoucí na vrub pojistěného v závislosti na rostoucím limitu.

Nicméně, rozhodnutí o velikosti limitu pojistného krytí musí být učiněno dříve, než je výše škody známa. Je zřejmé, že zvolený limit povede při různé realizaci náhodné škody k různé celkové újmě, takže je potřeba nalézt takový optimální limit, který minimalizuje očekávanou celkovou újmu, tedy

$$\min_{x \geq 0} E[G(x, S)]. \quad (5)$$

## 2.1 Obecný tvar účelové funkce

Nechť  $g(x) = E[G(x, S)]$ , přičemž  $g(x)$  je konvexní spojitou funkcí, pak pro  $x \geq 0$ , lze funkci přepsat do následujícího tvaru

$$g(x) = g(0) + g'(0)x + \int_0^x g''(z)dz. \quad (6)$$

Pro  $x = 0$  máme

$$g(0) = E[S] \quad (7)$$

a dále

$$\frac{d}{dx} E[\max(S - x, 0)] = P(S \geq x), \quad (8)$$

tedy

$$\begin{aligned} g'(z) &= q + \frac{d}{dz} E[\max(S - z, 0)] \\ &= q - P(S \geq z) \\ &= q - (1 - F(z)), \end{aligned} \quad (9)$$

kde  $F$  je kumulativní distribuční funkce náhodné škody. Účelovou funkci lze tedy zapsat do obecného tvaru

$$\begin{aligned} E[G(x, S)] &= E[S] + \int_0^x (q - 1 + F(z)) dz \\ &= E[S] + (q - 1)x + \int_0^x F(z) dz. \end{aligned} \quad (10)$$

Pro nalezení analytického tvaru účelové funkce je nutné stanovit předpoklad o rozdělení pravděpodobnosti náhodné škody a poté vypočítat integrál kumulativní distribuční funkce zvoleného rozdělení.

## 2.2 Aproximace účelové funkce technikou Monte Carlo

Analytické řešení integrálu v rovnici (10) může být složité. V takovém případě je vhodné approximovat očekávanou hodnotu účelové funkce pomocí simulace Monte Carlo. Postupuje se tak, že jsou generovány scénáře  $j = 1, \dots, N$  ze zvoleného rozdělení pravděpodobnosti, pro každý scénář je spočítána hodnota funkce (4) a poté je očekávaná hodnota účelové funkce approximována jejich průměrem, tedy

$$E[G(x, S)] \approx \bar{g}_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N G(x, S^{(j)}), \quad (11)$$

kde  $N$  je počet generovaných scénářů a  $S^{(j)}$  je simulovaná škoda pro  $j$ -tý scénář.

### 3. Stanovení optimálního limitu za předpokladu exponenciálního rozdělení náhodné škody

Nyní nalezneme optimální výši limitu pojistného krytí za předpokladu, že náhodná škoda má exponenciální rozdělení s parametrem  $\lambda = 0,01$  a že pojistná sazba je ve výši  $q = 0,25$ . Dále připomeňme, že hodnoty jsou v tis. Kč.

#### 3.1 Řešení pomocí analytického tvaru

Analytický tvar účelové funkce za předpokladu, že náhodná škoda má exponenciální rozdělení, závisí na řešení integrálu

$$\int_0^x F(z) dz .$$

Dosazením distribuční funkce pro exponenciální rozdělení

$$F(z) = 1 - e^{-\lambda z} \quad (12)$$

a řešením integrálu získáme

$$\begin{aligned} \int_0^x F(z) dz &= \int_0^x (1 - e^{-\lambda z}) dz \\ &= x + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} - \frac{1}{\lambda} \\ &= x - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda x}). \end{aligned} \quad (13)$$

Analytický tvar účelové funkce (10) je tedy

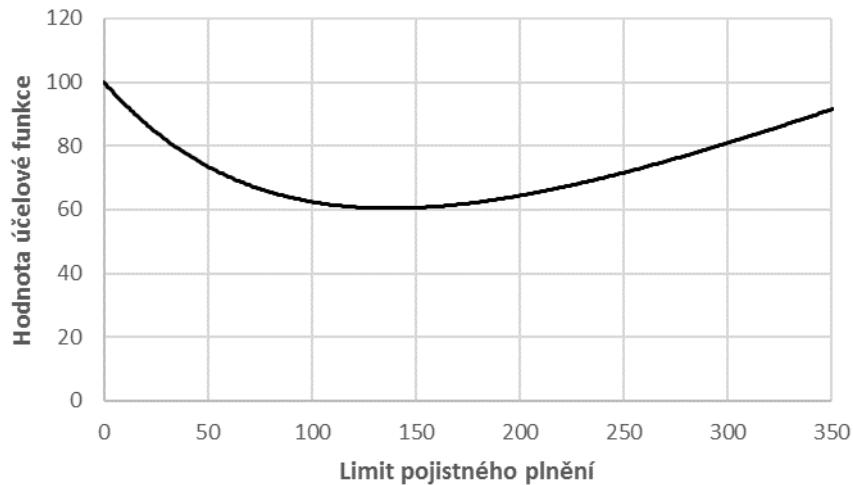
$$\begin{aligned} E[G(x, S)] &= E[S] + q \cdot x - x + x - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda x}) \\ &= \frac{1}{\lambda} + q \cdot x - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda x}) \\ &= q \cdot x + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x}. \end{aligned} \quad (14)$$

Následně je řešena následující optimalizační úloha

$$\min_{x \geq 0} E[G(x, S)],$$

jež má optimální řešení  $x = 138,629$  a hodnota účelové funkce je rovna 59,657. Optimální limit pojistného krytí je tedy přibližně 139 000 Kč, jež je spojeno s celkovou očekávanou finanční újmou pojištěného ve výši 59 657 Kč. Z toho činí placené pojistné 34 750 Kč a očekávaná škoda na vrub pojištěného 24 907 Kč. Průběh účelové funkce je zachycen na následujícím obrázku.

Obrázek 2: Průběh analytického tvaru účelové funkce (v tis. Kč)



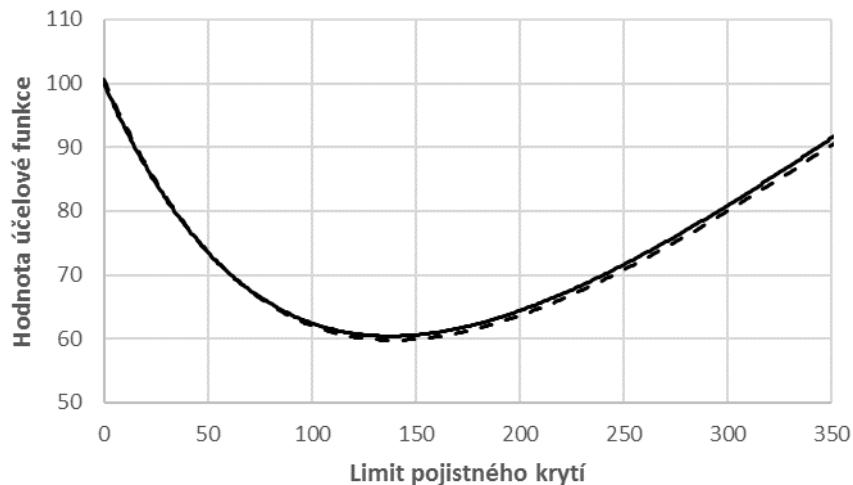
### 3.2 Řešení approximací Monte Carlo

Dále nalezneme optimální řešení v případě, že očekávaná hodnota účelové funkce je approximována simulací Monte Carlo. Pro tento účel je nejprve generováno 10 000 scénářů výše škody z exponenciálního rozdělení s parametrem  $\lambda = 0,01$  a pro každý scénář je spočítána hodnota funkce (4). Tyto hodnoty jsou následně zprůměrovány, čímž se získá approximace (11), a dále je řešena optimalizační úloha ve tvaru

$$\min_{x \geq 0} \bar{g}_N(x),$$

jejíž optimální řešení je  $x = 139,135$ . Výsledek řešení obou úloh nejsou pochopitelně stejné, ale jejich hodnoty jsou velmi blízké. Zde je vhodné podotknout, že approximace je tím lepší, čím více scénářů je generováno. Ovšem už při 10 000 scénářích je průběh approximované funkce velmi blízký analytickému tvaru, jak je ukázáno i v následujícím obrázku.

Obrázek 3: Průběh účelové funkce (v tis. Kč): analytický vzorec (plně) a approximace simulací Monte Carlo (čárkovaně)



## 4. Diskuse a závěr

Příspěvek byl věnován optimálnímu nastavení pojistné smlouvy, konkrétně výše limitu pojistného krytí u pojištění na první riziko, a to za předpokladu, že škoda má exponenciální rozdělení.

V textu byl nejprve odvozen obecný analytický vzorec, jenž je dále možné řešit za předpokladu libovolného rozdělení pravděpodobnosti, přičemž v příspěvku byl řešen za předpokladu exponenciálního rozdělení pojistné škody. Bylo také ukázáno, že řešení úlohy s approximovanou účelovou funkcí technikou Monte Carlo dává velmi podobný výsledek jako řešení úlohy s analytickým tvarem účelové funkce. Tím bylo potvrzeno, že optimalizační úloha je adekvátně řešitelná i zjednodušujícím způsobem.

Je vhodné také zdůraznit, že prezentovaný postup je obecného charakteru. Optimalizační úlohu lze tedy upravit či rozšířit o další parametry pojistné smlouvy, např. optimální výši pojistné částky nebo absolutní výši spoluúčasti apod. Dalším potenciálem uvedeného přístupu je jeho možná implementace do vícekriteriálního hodnocení pojistných produktů a zohlednit v rámci rozhodovacího procesu o optimální variantě i nejistou náhodnou škodu.

Dalším rozšířením a zároveň dílcím nedostatkem prezentovaného postupu je skutečnost, že optimální limit je volen za předpokladu, že pojistná událost se s jistotou vyskytne. Ve skutečnosti je i vznik pojistné události náhodný, nejen tedy výše vzniklé škody. Rovněž lze uvedený lineární vztah pro kalkulaci pojistného nahradit vzorcem vycházejícího s principu ekvivalence a případně navýšit výsledné netto pojistné o fixní částky na úhradu nákladů pojistitele. Nicméně, tento postup není vhodný pro pojištěného, neboť tyto informace mu nejsou k dispozici. Pro lineární vztah lze argumentovat s tím, že je možné jej vytvořit z kalkulace pojistného, jež bývají k dispozici na stránkách pojišťoven, a tento lineární vztah tak jednoduše odvodit.

## Acknowledgements

This paper was supported within Operational Programme Education for Competitiveness – Project No. CZ.1.07/2.3.00/20.0296 and under the SGS project SP2017/32.

## Literatura

- [1] Borovcová, M. (2017). Selection of the optimal solution of the decision-making problem. In *Financial Management of Firms and Financial Institutions: 11th international scientific conference: 6.-7. September 2017, Ostrava, Czech Republic*, pp. 87-95. Ostrava: VSB-TU Ostrava.
- [2] Borovcová, M. (2014). Aplikace dekompoziční multi-kriteriální metody AHP pro výběr optimálního produktu finanční instituce. In *Managing and Modeling of Financial Risks : 7th international scientific conference: proceedings : 8th-9th September 2014, Ostrava, Czech Republic*. [Part I-III], pp. 1–10. Ostrava: VSB-TU Ostrava.
- [3] Borovcová, M. (2010). Metody vícekriteriálního hodnocení variant a jejich využití při výběru produktu finanční instituce. In *Řízení a modelování finančních rizik : sborník příspěvků z 5. mezinárodní vědecké konference: 8.-9. září 2010, Ostrava, Česká republika*, pp. 20–28. Ostrava: VSB-TU Ostrava.

# Concordance Rate between Time Series of Exchange Rates, Statistical and Probabilistic view

František Vávra, Tomáš Ťoupal<sup>1</sup>

## Abstract

The paper presents one of the possible methodologies for comparing two time series by estimating the probability that both series will increase or decrease (in probability) synchronously. This procedure is analogous to the specific measures of dependence (concordance) between random variables with non-parametric approach (Kendal tau, Blomqvist beta, ...). There is no problem with the probability model. This problem occurs in statistical inference. For observed data (transformed into increasing and decreasing movement), the assumption of independent observations will be easily reversed (with rare exceptions). Therefore, we present a simple Markov model of transitions between states (increasing-increasing, increasing-decreasing, decreasing-increasing, decreasing-decreasing). The assumption of the independence of the observed states is then replaced by the assumption of independent observed transitions.

## Key words

Time series, Exchange rate, Concordance rate, Kendall tau, Markov model.

**JEL Classification:** C22, C51<sup>2</sup>

## 1. Úvod

Častou finanční úlohou je posouzení toho, jak se budou chovat finanční aktiva denominovaná v nějaké měně ve vlastnostech této měny ke méně účetní (kurzová ztráta či výnos) pokud dojde k nějaké změně (kurzu) měny jiné. To lze, v některých případech, posoudit na základě znalosti minulých hodnot a předpokladu, že nedojde k významné změně v pravděpodobnostním modelu chování takových časových řad. Obecně se tedy jedná o měření „síly“ zachovávání či nezachovávání tendencí (monotonie, vzrůsty, poklesy) ve dvou časových řadách<sup>3</sup>.

## 2. Motivace a základní pojmy

Předkládaný text je motivován konceptem pozitivní a kvadrantové závislosti (např. [1], [2] a další). Sílu vazby mezi dvěma časovými řadami lze měřit mnoha způsoby. Jedním z nich je pravděpodobnost zachování (či nezachování) monotonného vztahu. Tj. pravděpodobnost toho, když hodnoty jedné řady rostou, že i hodnoty druhé řady také rostou, obdobně pro souhlasné poklesy (analyticky i pro nesouhlasná chování)<sup>4</sup>. Dále, budeme pracovat s časovými řadami,

<sup>1</sup> Ing. Tomáš Ťoupal, Ph.D., [toupal@kma.zcu.cz](mailto:toupal@kma.zcu.cz), Katedra matematiky, FAV ZČU v Plzni  
doc. Ing. František Vávra, CSc., [vavra@kma.zcu.cz](mailto:vavra@kma.zcu.cz), Katedra matematiky, FAV ZČU v Plzni.

<sup>2</sup> Zdroj: [http://www.aeaweb.org/jel/jel\\_class\\_system.php#C](http://www.aeaweb.org/jel/jel_class_system.php#C)

<sup>3</sup> Takovou teorii a její algoritmický projev lze budovat i pro více časových řad. Zde se budeme zabývat jen dvojicemi.

<sup>4</sup> Tedy bude nás zajímat jen kvalitativní stránka (roste-rosté, roste-klesá, ...) nikoliv kvantitativní (tedy odpovědi na otázku „o kolik?“).

jejichž hodnoty jsou spojité náhodné proměnné (takový pravděpodobnostní model, v mnoha případech, nezkresluje realitu). Pak mohou nastat jen následující případy<sup>5</sup>:

Tabulka 1: Stavy časových řad				
řada A	roste	roste	klesá	klesá
řada B	roste	klesá	roste	klesá
<b>stavový kód</b>	1,1	1,0	0,1	0,0
<b>číselný kód</b>	3	2	1	0

Samozřejmě, růst či pokles je nutné vztáhnout k nějakému, neprázdnému, časovému intervalu nebo k porovnání hodnoty v jednom časovém okamžiku s hodnotou v jiném časovém okamžiku. Zde se omezíme na časové řady s diskrétní časovou osou a na porovnávání ve dvou časových okamžicích. Proto, pro dané  $\tau$  z množiny celých čísel lze zapsat uvažované stavy v následující tabulce.

Tabulka 2: Stavy časových řad

řada A	$x_A(t)$	$x_A(t)$	$x_A(t)$	$x_A(t)$
	$> x_A(t - \tau)$	$> x_A(t - \tau)$	$< x_A(t - \tau)$	$< x_A(t - \tau)$
řada B	$x_B(t) > x_B(t - \tau)$	$x_B(t) < x_B(t - \tau)$	$x_B(t) > x_B(t - \tau)$	$x_B(t) < x_B(t - \tau)$
<b>stavový kód</b>	1,1	1,0	0,1	0,0
<b>číselný kód</b>	3	2	1	0

Tím je každé realizaci dvojice časových řad (pro dané  $\tau$  a v každém čase  $t$ ) přiřazen její stav. Za míru shody, konkordance (concordance rate), těchto časových řad budeme pak považovat pravděpodobnost toho, že budeme kdekoli v čase pozorovat stav 1,1 nebo stav 0,0. Odtud je zřejmé, že budeme pracovat s dvojicemi časových řad, u nichž tato pravděpodobnost nezávisí (funkčně) na čase  $t$  (ale může záviset na časovém posuvu  $\tau$ ). Formálně lze za uvedených předpokladů psát:

$$\begin{aligned} concr(x_A, x_B; \tau) &= P([1,1]|_{\tau} \cup [0,0]|_{\tau}) = P([1,1]|_{\tau}) + P([0,0]|_{\tau}) \\ &\equiv P([3]|_{\tau}) + P([0]|_{\tau}). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Evidentně platí:

$$\begin{aligned} concr(x_A, x_B; \tau) &= concr(x_B, x_A; \tau), \\ 0 \leq concr(x_A, x_B; \tau) &\leq 1, \\ x_B(t) = h(x_A(t)) \Rightarrow concr(x_A, x_B; \tau) &= 0, \text{ } h(x) \text{ je ostře klesající}, \\ concr(x, x_*; \tau) &= 1, \text{ kde } x_* \text{ je kopie } x. \end{aligned} \quad (2.2)$$

V analogii s Kendalovým tau [2,3] lze zavést koeficient konkordance jako rozdíl pravděpodobnosti shody a pravděpodobnosti neshody.

$$\begin{aligned} concc(x_A, x_B; \tau) &= P([1,1]|_{\tau} \cup [0,0]|_{\tau}) - P([1,0]|_{\tau} \cup [0,1]|_{\tau}) \\ &= 2concr(x_A, x_B; \tau) - 1. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Evidentně platí:

$$\begin{aligned} -1 \leq concc(x_A, x_B; \tau) &\leq +1, \\ concc(x_A, x_B; \tau) &= 0, \text{ pokud jsou poklesy či vzrůsty v obou řadách nezávislé}, \\ concc(x_A, x_B; \tau) &= -1, \text{ pokud vzrůst v jedné z řad s jistotou implikuje pokles}, \\ concc(x_A, x_B; \tau) &= +1, \text{ pokud vzrůst v jedné z řad s jistotou implikuje vzrůst}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

<sup>5</sup> Samozřejmě v praxi je možný výskyt shod. Jeden z možných postupů pro řešení této situace bude naznačen v závěru tohoto textu.

Z pohledu teorie nepřináší toto zavedení nic nového. Je však názorné. Pokud je koeficient záporný, pravděpodobnost neshodného chování dominuje nad pravděpodobností shodného. Pokud je kladný, pravděpodobnost shodného chování dominuje nad pravděpodobností neshodného. Pokud nelze ze znalosti chování jedné řady významně usuzovat na chování řady druhé je nulový nebo blízký nule.

### 3. Statistická inference

Za uvedených předpokladů jsou jevy pobytu realizací dvojice časových řad v libovolném stavu, v daném čase (a při daném časovém posunu), stejně rozdělené. Avšak předpoklad nezávislosti pozorování nebude pro většinu reálných (dvojic) časových řad splnitelný (to je potřeba, pokud bychom chtěli využít prostředků vyžadujících náhodný výběr, tj. iid). Dvojice časových řad budou obsahovat větší či menší míru paměti (= pravděpodobnostní závislosti v čase). Proto musíme využít nějaký model časové závislosti. Tím může být pro dosti velkou třídu úloh Markovský řetězec (specificky pro běžné dvojice časových řad bez dalších funkčních vazeb, homogenní a regulární [3]). Tím lze nahradit předpoklad nezávislosti pozorování stavů předpokladem nezávislosti pozorovaných přechodů z konkrétního stavu do jiného stavu<sup>6</sup>.

Pro takto zvolený Markovský řetězec platí:

$$p^T(t+1) = p^T(t)P, \quad (3.1)$$

kde  $p(t)$  je vektor pravděpodobností výskytu řetězce v daném stavu a  $P$  je matice pravděpodobností přechodu ze stavu do stavu, evidentně  $\dim p(t) = k$  a  $\dim P = k \times k$ , v našem případě  $k = 4$ .

Prvky matice  $P$  lze (bodově) odhadnout klasickými četnostními postupy. Před tím připomeňme, že  $P(i,j) = \text{Pravděpodobnost(přechodu do stavu } j, \text{ pokud je ve stavu } i\text{)},$  tj.:

$$\hat{P}(i,j) = \frac{n(i,j)}{n(i)}, \quad (3.2)$$

kde  $n(i,j)$  je počet pozorovaných přechodů ze stavu  $i$  do stavu  $j$  a  $n(i) = \sum_{l=1}^k n(i,l)$ .

Proti běžným úlohám, zde  $\hat{P}(i,j)$  není podíl náhodné proměnné počtu pozorování a pevného rozsahu náhodného výběru. Jedná se o podíl dvou náhodných proměnných. To situaci kolem vlastnosti takového odhadu trochu komplikuje. Přesto je takový odhad konzistentním<sup>7</sup> odhadem  $P(i,j)$ , což je pro naše účely postačující.

Dalším problémem, při odhadování, mohou být nějaké specifické vlastnosti matice  $P$ . Zde, z deklarovaného užití, plyne  $P(i,j) > 0$ . Tj. pravděpodobnost toho, že se z libovolného stavu „v jednom kroku“, lze dostat do libovolného jiného nebo zůstat je nenulová. To by nám výše uvedený, frekvenční, postup nemusel zaručit (zvlášť při malém počtu pozorování = zero frequency problem). Proto užijeme Bayesovské odhady za předpokladu rovnoměrného apriorního rozdělení (např.[4]), kde v uvedeném případě  $k = 4$ :

$$\hat{P}(i,j) = \frac{n(i,j) + 1}{n(i) + k} = \frac{n(i,j) + 1}{n(i) + 4}; i,j = 0,1,2,3. \quad (3.3)$$

Opět se jedná o konzistentní odhad.

Pokud máme k dispozici nějaký vhodný odhad  $\hat{P}$  matice  $P$  můžeme konstruovat odhady dalších, odvozených, parametrů, jako jsou:

<sup>6</sup> Jedná se o postup volně analogický diferencování v číselných časových řadách.

<sup>7</sup> Důkaz lze provést s využitím vlastností multinomického rozdělení.

1. Odhad stacionárního rozdělení pravděpodobností výskytu ve stavu, tj.  $p_{stac}^T = p_{stac}^T P$ . Jedná se o model ustáleného stavu po „odeznění“ vlivu nějakého šoku.
  2. Odhady středních dob (případně i jejich rozptylů) setrvání ve stavu.
  3. Odhady středních dob (případně i jejich rozptylů) návratu do stavu pokud se řetězec vychýlí ze sledovaného stavu.
  4. Odhady středních dob (případně i jejich rozptylů) přechodů z konkrétního stavu do konkrétního stavu.
  5. Atd.

Úloha ad 1. bude pro náš text důležitá a to pro odhady konkordance *concr*. Jedná se vlastně o odhad součtu pravděpodobností

$$p[\text{stav } 3 \equiv \text{rosté} - \text{rosté}]_{\tau} + p[\text{stav } 0 \equiv \text{klesá} - \text{klesá}]_{\tau}. \quad (3.4)$$

Úloha ad 2. má smysl v interpretačních výrocích typu: Jak ještě dlouho vydrží současný vztah mezi kurzy?

Úloha ad 3. má např. smysl v interpretačních výrocích typu: Za jak dlouho se chování obou sledovaných a porovnávaných kurzů vrátí (po vychýlení ze souhlasného) do souhlasného režimu (roste-rosté, klesá - klesá).

Úloha ad 4. má smysl v interpretačních výrocích typu: Za jak dlouho se chování obou sledovaných a porovnávaných kurzů dostane do souhlasného režimu (roste-rostě, klesá-klesá) ze současného nesouhlasného.

Zde se nebudeme zabývat konstrukcí jednotlivých i odvozených odhadů. Pro motivaci odkazujeme např. na [3] a na nějakou učebnici statistiky např. [5].

## 4. Získané výsledky

## 4.1 Kurzy různých měn v jedné zdrojové měně

Tabulka 3: Denní kurzy cizích měn vyhlašované ČNB v jedné zdrojové měně

**Data:** Denní kurzy cizích měn vyhlašované ČNB z období 3. 2. 2011 - 6. 4. 2017, [www.cnb.cz](http://www.cnb.cz)<sup>8</sup>.  $\tau = 5$  kotačních dnů.

CZK per EUR a CZK per USD											
		Estimation of transition matrix, to state (column)						Stationary probabilities			
From state (row)									Matrix of mean transition times, to state (column)		
0,0	0	0,727	0,093	0,105	0,075		$p(0,0)=$	$p(0)=$	0,343		
0,1	1	0,191	0,550	0,028	0,231		$p(0,1)=$	$p(1)=$	0,181		
1,0	2	0,251	0,045	0,503	0,201		$p(1,0)=$	$p(2)=$	0,145		
1,1	3	0,068	0,130	0,094	0,708		$p(1,1)=$	$p(3)=$	0,331		
		Suma =				Mean recurrence (stay) time					
		1,000				$t(0,0)=$	$t(0)=$	3,67			
		Concordance rate				$t(0,1)=$	$t(1)=$	2,22			
		Concordance coefficient				$t(1,0)=$	$t(2)=$	2,01			
						$t(1,1)=$	$t(3)=$	3,43			
						From state (row)					
						0,0	0,1	1,0	1,1		
						0	1	2	3		
						0,0	0,292	10,58	11,47	8,42	
						0,1	1	6,96	5,52	13,26	6,22
						1,0	2	6,06	11,18	6,89	6,83
						1,1	3	8,48	9,48	12,01	3,02
Je vidět, že dominují pravděpodobnosti zůstávání ve stavu.					U stacionárních pravděpodobností můžeme pozorovat dominanci pravděpodobností výskytu v konkordančních						
					Odhady středních dob setrvání ve stavu opět preferuje konkordanční stavy.						
					Tyto hodnoty naznačují, že obě časové řady tíhnou více ke konzervativnímu chování (ve smyslu vzájemného vztahu).						

<sup>8</sup> Zhodnocování (či znehodnocování) zde znamená zhodnocování CZK vůči měně, ve která je časová řada.

	stavech. Pravděpodobnost souhlasného chování je cca 2/3.		
Pokud činíme kvalitativní výroky o dlouhodobějším chování CZK vůči EUR a USD není třeba odlišovat mezi oběma cílovými měnami.			
CZK per HRK a CZK per EUR			
<b>From state (row)</b> Estimation of transition matrix, to state (column)	<b>Stationary probabilities</b> $p(0,0)= p(0)= 0,432$ $p(0,1)= p(1)= 0,084$ $p(1,0)= p(2)= 0,092$ $p(1,1)= p(3)= 0,392$ Suma = 1,000 <b>Concordance rate</b> 82,39% <b>Concordance coefficient</b> 0,648	<b>Mean recurrence (stay) time</b> $t(0,0)= t(0)= 4,20$ $t(0,1)= t(1)= 1,60$ $t(1,0)= t(2)= 1,68$ $t(1,1)= t(3)= 3,84$	<b>From state (row)</b> Matrix of mean transition times, to state (column)
Výrazně dominují pravděpodobnosti zůstávání v konkordantrních stavech.	Jinak vyjádřený vedlejší výrok. Pravděpodobnost souhlasného chování je větší než 4/5.	Výrazná preferenční setrvání v konkordantrních stavech.	Obě řady těhnou ke konkordantrním stavům. Při vychýlení ze stavu je daleko rychlejší pohyb ke konkordantrnímu než nekonkordantrnímu stavu.
Je zřejmé, že kurz CZK per HRK je stanovován v silné vazbě na kurz CZK per EUR (zprostředkován přes trh, nebo přímo metodou stanovení).			

Tabulka 4: Denní kurzy cizích měn vyhlašované BoE v jedné zdrojové měně

**Data:** Denní kurzy cizích měn vyhlašované BoE z období 27.4.2005 - 15.8.2013, <http://www.bankofengland.co.uk/Pages/home.aspx><sup>9</sup>.  $\tau = 5$  kotačních dnů.

	GBP per CZK a GBP per USD		
<b>From state (row)</b> Estimation of transition matrix, to state (column)	<b>Stationary probabilities</b> $p(0,0)= p(0)= 0,272$ $p(0,1)= p(1)= 0,234$ $p(1,0)= p(2)= 0,232$ $p(1,1)= p(3)= 0,262$ Suma = 1,000 <b>Concordance rate</b> 53,40% <b>Concordance coefficient</b> 0,068	<b>Mean recurrence (stay) time</b> $t(0,0)= t(0)= 2,89$ $t(0,1)= t(1)= 2,62$ $t(1,0)= t(2)= 2,86$ $t(1,1)= t(3)= 2,86$	<b>From state (row)</b> Matrix of mean transition times, to state (column)
Dominují pravděpodobnosti setrvání ve stavu.	Rozložení pravděpodobností výskytu ve stavu je prakticky rovnoměrné. Výskyt v konkordantrních stavech je prakticky shodný s výskytem v nekonkordantrních	Jinak vyjádřený levý výrok.	Rychlejší návrat do současného stavu, pomalejší dosažení jiného stavu.

<sup>9</sup> Zhodnocování (či znehodnocování) zde znamená zhodnocování GBP vůči měně, ve která je časová řada.

Jedná se o příklad dvou kurzových řad v jedné zdrojové měně, u nichž z chování jedné nelze příliš usuzovat na chování druhé <sup>10</sup> .			
GBP per CNY a GBP per JPY			
From state (row)	Estimation of transition matrix, to state (column)	Stationary probabilities	Matrix of mean transition times, to state (column)
		$p(0,0)=$ 0,349 $p(0,1)=$ 0,165 $p(1,0)=$ 0,131 $p(1,1)=$ 0,355 Suma= 1,000 Concordance rate 70,40% Concordance coefficient 0,408	From state (row)
		$t(0,0)=$ 3,73 $t(0,1)=$ 2,02 $t(1,0)=$ 1,83 $t(1,1)=$ 3,38	0,0 0,1 1,0 1,1 0 1 2 3 0,0 0 2,87 10,32 12,31 7,80 0,1 1 6,70 6,05 13,79 5,48 1,0 2 6,26 11,40 7,65 5,68 1,1 3 8,24 10,05 11,86 2,81
Dominují pravděpodobnosti setrvání v konkordátních stavech.	Dominují pravděpodobnosti výskytu v konkordátních stavech.	Střední doba setrvání v nekonkordátních stavech je cca poloviční než v konkordátních.	Po vychýlení z konkordátního stavu následuje rychle návrat do toho konkordátního ze kterého bylo vychýleno.
Jedná se kurzové řady s měnami od partnerů ze zeměpisně blízkého prostředí, tedy se obě se chovají (ve smyslu změn) významně podobně.			

## 4.2 Kurzy různých měn v různých zdrojových měnách.

Tabulka 5: Denní kurzy cizích měn vyhlašované BoE a ČNB v různých zdrojových měnách

**Data:**  $\tau = 5$  kotačních dnů. GBP per CZK = Denní kurzy cizích měn vyhlašované BoE z období 1.1.2007 - 15.8.2013, <http://www.bankofengland.co.uk/Pages/home.aspx>. CZK per GDP = Denní kurzy cizích měn vyhlašované ČNB z období 1.1.2007 - 15.8.2013, [www.cnb.cz](http://www.cnb.cz).

GBP per CZK a CZK per GDP			
From state (row)	Estimation of transition matrix, to state (column)	Stationary probabilities	Matrix of mean transition times, to state (column)
		$p(0,0)=$ 0,285 $p(0,1)=$ 0,266 $p(1,0)=$ 0,210 $p(1,1)=$ 0,240 Suma= 1,000 Concordance rate 52,43% Concordance coefficient 0,049	From state (row)
		$t(0,0)=$ 3,31 $t(0,1)=$ 2,92 $t(1,0)=$ 2,82 $t(1,1)=$ 2,87	0,0 0,1 1,0 1,1 0 1 2 3 0,0 0 3,51 7,80 10,95 11,12 0,1 1 8,26 3,77 12,35 8,72 1,0 2 7,84 9,94 4,76 9,04 1,1 3 10,03 8,00 9,78 4,17
Výrazně dominují pravděpodobnosti setrvání ve stavu (atž konkordantrním nebo nekonkordantrním).	Pravděpodobnosti výskytu v jednotlivých stavech jsou prakticky rovnoměrně rozdělené.	Z pohledu střední délky pobytu jsou jednotlivé stavy podobné.	Zde je jinak vyjádřeno to, co je v předchozích dvou pohledech
Jedná se o opačné kurzy avšak z různých trhů. Ze stavu na jednom trhu nelze činit korektní závěry o trhu druhém (ve smyslu nekvantifikovaných změn, jen vzrůsty a poklesy) <sup>11</sup> .			
<b>Data:</b> $\tau = 5$ kotačních dnů. EUR per CZK = Denní kurzy cizích měn vyhlašované ECB z období 1.1.2007 - 15.8.2013, <a href="https://www.ecb.europa.eu/home/languagepolicy/html/index.cs.html">https://www.ecb.europa.eu/home/languagepolicy/html/index.cs.html</a> , CZK per EUR = Denní kurzy cizích měn vyhlašované ČNB z období 1.1.2007 - 15.8.2013, <a href="http://www.cnb.cz">www.cnb.cz</a> .			
EUR per CZK a CZK per EUR			

<sup>10</sup> Samozřejmě zde jde o výroky v delším horizontu, nikoliv krátkodobé a to i když se jedná o cca týdenní porovnání (5 kotačních dnů).

<sup>11</sup> Opakovaně, jedná se o kvalitativní pohled, nikoliv kvantitativní.

From state (row)		Estimation of transition matrix, to state (column)				Stationary probabilities		Mean recurrence (stay) time				From state (row)		Matrix of mean transition times, to state (column)					
		0,0	0,1	1,0	1,1	p(0,0)=	p(0)=	0,081	t(0,0)=	t(0)=	8,08	0,0	0,1	1,0	1,1	0,0	0,1	1,0	1,1
0,0	0	0,876	0,069	0,050	0,005	p(0,1)=	p(1)=	0,461	t(0,1)=	t(1)=	5,02	0,0	0,1	2	3	0,0	0,1	2	3
0,1	1	0,010	0,801	0,179	0,010	p(1,0)=	p(2)=	0,446	t(1,0)=	t(2)=	4,96	0,0	0,1	2	3	0,0	0,1	2	3
1,0	2	0,011	0,184	0,798	0,006	p(1,1)=	p(3)=	0,012	t(1,1)=	t(3)=	1,50	0,0	0,1	2	3	0,0	0,1	2	3
1,1	3	0,033	0,333	0,300	0,333	Suma=		1,000	Concordance rate		9,29%	0,0	0,1	2	3	0,0	0,1	2	3
						Concordance coefficient		-0,814				0,0	0,1	2	3	0,0	0,1	2	3

Dominují pravděpodobnosti setrvání ve stavu. V případech přechodu, pak pravděpodobnosti přechodů do nekonkordátních stavů.

Zde jsou významně vysoké pravděpodobnosti výskytu v nekonkordátních stavech.

Projevuje se to, že idealizovaný vztah mezi oběma řadami je nepřímá úměra (hyperbola) a malá pravděpodobnost výskytu ve stavu 1,1.

Jedná se o opačné kurzy, prakticky deterministicky propojené. Buď ECB používá kurz stanovený ČNB, nebo naopak. Náhodná složka je většinově tvořena zaokrouhlováním při převodu z jednoho kurzu na druhý a publikacním počtem desetinných míst. Obě, jak ČNB, tak i ECB publikují oba kurzy v CZK per EUR.

Uvedené odhady jsou jinou (zajímavou) prezentací předchozího.

## 5. Závěr a budoucí rozvoj

Výpočetní modelování bylo uskutečněno pro denní publikované kurzy:

Tabulka 6: Analyzované kurzy

Zdroj	Počet kurzových řad	Zdrojová měna	Z období od	do
ČNB	28	CZK	2. 1. 2007	6. 4. 2017
ECB	27	EUR	1. 4. 2005	31. 10. 2013
BoE	14	GBP	27. 4. 2005	15. 8. 2013
FRB	23	USD	8. 1. 2001	21. 4. 2017
Křížové	11 párů z GBP, USD, EUR, CZK	---	2. 1. 2007	15. 8. 2013

Konkordanci lze popsat jako „pravděpodobnost souhlasného (kvalitativního)“ prakticky (v intervalu 1 – 30 kotačních dnů) nezávisí na „vzdálenosti  $\tau$ “ srovnávaného datumu. Ukazuje se, že pojem konkordance mezi časovými řadami je vhodným nástrojem pro kvalitativní klasifikaci vztahu dvou časových řad.

### 5.1 Budoucí rozvoj

Změna dvoustavového modelu (roste, klesá) na třístavový (roste, prakticky se neměnil, klesá). Nový stav by mohl být zaveden např.: změna vůči srovnávanému datu ( $x(t - \tau)$ ) činí (v absolutní hodnotě) nanejvýš p % ( $p = 0.05, 0.1, \dots$ ) z hodnoty ve srovnávacím dni. Bude se jednat o realističtější model a navíc vyřeší problematiku shod.

Označení (roste, klesá) zavést podle znaménka směrnice přímky proložené sledovaným intervalom. Variantně s detekcí a vynecháním extrémních hodnot. Variantně se zavedením stavu „prakticky se nemění“ atd.

## References

- [1] Lehmann, E.L., (1966). *Some Concepts of Dependence*. [online] Ann. Math. Statist. Volume 37, Number 5, p. 1137-1153. Available at: <<https://projecteuclid.org/euclid.aoms/1177699260>> [Accessed 8 July 2017].

- [2] Nelsen, R. B., (2006). *An Introduction to Copulas*. 2nd ed. New York: Springer.
- [3] Grinstead, CH.M. and Snell, J.L., (2003). *Introduction to Probability*. [online] Published by the American Mathematical Society. Available at: <<https://math.dartmouth.edu/~prob/prob/prob.pdf>> [Accessed 8 July 2017].
- [4] Witten I. H. and Bell, T. C., (1991). *The Zero-Frequency Problem: Estimating the Probabilities of Novel Events in Adaptive Text Compression*. [online] IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. 37, NO. 4. Available at: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=87000>> [Accessed 8 July 2017].
- [5] Hátle J. and Likeš J., (1974). *Základy počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky*. Praha: SNTL.

# Pension fund ALM models with stochastic dominance

Sebastiano Vitali<sup>1</sup> Vittorio Moriggia<sup>2</sup>

## Abstract

The main goal of a pension fund manager is sustainability. We propose an Asset and Liability Management (ALM) model structured as a multi-stage stochastic programming problem adopting a discrete scenario tree and a multi-objective function. Among other constraints, we consider the second order stochastic dominance with respect to a market portfolio and we compare the results with the expected value constraint and the standard approach. Numerical results show that we can efficiently manage the pension fund satisfying liquidity, return, sponsor's extraordinary contribution and funding gap targets.

## Key words

Asset and Liability Management, Stochastic Programming, Pension Fund, Hedging Derivatives

**JEL Classification:** D81, G11, G22

## 1. Introduction

The main aim of this work is to suggest to pension fund managers that the state-of-the-art multistage stochastic model can still be improved. Pension fund are typically managed via ALM models which have been deeply explored in last fifty years.

One of the first ALM model is BONDS model proposed in Bradley and Crane (1972) and Bradley and Crane (1980). The authors would help the bond portfolio manager to take decision in an uncertain environment, but they do not explore the liabilities side in depth. Thus, it is usually considered as an asset model.

At the end of the eighties and the beginning of the nineties, the MIDAS model has been developed and several other ALM models have been proposed, cf. Kusy and Ziembra (1986). In Dempster and Ireland (1988) one of the first asset and liability model focused on the immunization of the liability side is described. The model is formulated in order to be applied to a real electricity company and to handle its debt management properly (see also Dempster and Ireland, 1989 and Dempster and Ireland, 1991).

A typical approach is to adopt a multistage stochastic formulation such as the milestone Russell-Yasuda Kasai Model described in Cariño et al (1994) and then analyzed in Cariño and Ziembra (1998) and Cariño et al (1998). In the same years interesting and complete analysis of the multiperiod stochastic problem applied to ALM problems considering the fixed income investment has been done by Mulvey and Zenios, see e.g. Mulvey (1994, 1997), Nielsen and Zenios (1996) and Zenios (1995). Later on, Mulvey's research on the Tower Perrin scenario generation system evolved into the well known Towers Perrin-Tillinghast ALM model, see Mulvey et al (2000).

Recent and innovative formulations of the ALM problem are proposed in Consigli and di Tria (2012), Consigli and Moriggia (2014), Consigli et al (2011) and Consigli et al (2017).

---

<sup>1</sup> Sebastiano Vitali, Ph.D., VŠB-TU of Ostrava, Faculty of Economics, Department of Finance.  
e-mail: vitali@karlin.mff.cuni.cz

<sup>2</sup> Prof. Vittorio Moriggia, Ph.D., University of Bergamo, Faculty of Management, Economics and Quantitative Methods.  
e-mail: vittorio.moriggia@unibg.it

Standard ALM model are not enough to precisely represent a pension fund management problem for which specific features must be taken into account. Pflug and Świetanowski (1999) proposes a ALM for pension funds paying a particular attention to both the asset and the liability side modeling. To address the pension problem Consigli and Dempster (1998a, 1998b) introduce the CALM model which is specifically designed to handle the pension fund management problem covering a long-term period and considering as liabilities different types of pension contracts. A similar approach can be found in Dempster et al (2003).

The pension fund features are mainly related to two principal characteristics. The first is the distinction between defined contribution and define benefit pension fund. In a define contribution pension fund the final pension benefit is unknown at the beginning and it will be the results of the contribution investment, i.e. the pensioner bears the risk; in a define benefit pension fund the final benefit is known since the beginning of the pension contract, i.e. the pension fund sponsor bears the risk. A specific focus for the defined benefit pension fund can be found in Dert (1998).

The second distinction relies on the considered pension pillar. There exists three pension pillars. The first is the state pension system, the second is based on the worker category and/or on the employee's employer, the third is composed of private insurance contracts. For instance, the InnoALM model proposed in Geyer and Ziembra (2008), Ziembra (2007) considers a second pillar pension fund since it is built to manage the pension fund of an electricity company.

Summarizing, the suitability of multistage approach to deal with ALM problems has been proved correct on multiple occasions during the last twenty years. Nevertheless, in Mulvey et al (2006) the authors suggest again a multiperiod model to increase the understanding of risks and rewards in a long-term horizon framework for pension plans and other long-term investors, see also Mulvey et al (2007) and Mulvey et al (2008). Comprehensive collections are Zenios and Ziembra (2006, 2007) and Ziembra (1998).

Our work develops within the define benefit framework and considers a second pillar pension fund. In particular, we propose an extension of Consigli et al (2017) because of the adoption of stochastic dominance constraints.

The notion of stochastic dominance was introduced in statistics more than 50 years ago and it was firstly applied to economics and finance in Quirk and Saposnik (1962), Hadar and Russel (1969) and Hanoch and Levy (1969). Later on, the second-order stochastic dominance constraints were applied to static stochastic programs in Dentcheva and Ruszcynski (2003) and Luedtke (2008). In multistage stochastic programming, the second-order stochastic dominance constraints were applied to asset-liability modeling in Yang et al (2010) and in an individual pension allocation problem in Kopa et al (2016). Thus, our aim is to provide evidences that stochastic dominance enhances the asset evolution dynamic guaranteeing a better shape of the final wealth distribution.

## 2. Model description

We propose a ALM model for Pension Fund starting from the model described in Consigli et al (2017). We adopt the same turnover and liquidity constraints as well as the inventory balance and the cash balance constraints. Moreover, also the stochastic tree description is the same proposed in Consigli et al (2017) which differentiates between decisional node and intermediate node and considers the here-and-now stage at time 0, six decisional stages at time 1, 2, 3, 5, 10 and 20 years respectively, and intermediate stages every 1 year. The scenario tree is represented with the nodal notation and contains the asset coefficients both for the price returns and for the income returns. For each node  $n$  we define  $t_n$  as the correspondent stage time.

Our aim is to enrich the model in Consigli et al (2017) in order to take care of the whole distribution of the final wealth and to be able to dominate a defined benchmark portfolio. As a matter of fact, the portfolio obtained applying the model in Consigli et al (2017) suffers extremely unexpected events since the protection of the portfolio is achieved uniquely by diversifying the allocation. Moreover, the objective function aims to minimize the expected shortfall not paying attention to the whole shape of the wealth distribution at the end horizon.

Therefore, our aim is to enrich the including second order stochastic dominance constraints to prove that the optimal portfolio is better than a naive one and simultaneously to better control the tails of the wealth distribution.

## 2.1 Stochastic dominance

The basic definition of Second order Stochastic Dominance (SSD) relations is as follows: A random variable A SSD dominates a random variable B if the integrated cumulative probability distribution function of A is below that of B.

If the random variables are discrete and each has equiprobable realizations then it is useful to formulate the SSD conditions using a double stochastic matrix formulation as proposed in Kuosmanen (2004) and Luedtke (2008). The case of equiprobable scenarios corresponds to this setting, thus we adopt the double stochastic matrix to express the SSD condition. Alternatively, one can use the notion of Dentcheva and Ruszczynski (2003), Post and Kopa (2013) or Kopa and Post (2015).

In particular, if we define  $\mathbf{w}_t$  the vector of the optimal portfolio wealth realizations occurring in all nodes at stage  $t$  and similarly we define  $\mathbf{w}_t^B$  of a benchmark portfolio wealth realizations occurring in all nodes at stage  $t$  then the optimal portfolio SSD dominates the benchmark portfolio at stage  $t$  if and only if

$$\mathbf{w}_t \geq \mathbf{Q} \cdot \mathbf{w}_t^B$$

for some square double stochastic matrices  $\mathbf{Q}$ , i.e. satisfying the following conditions:

$$\begin{aligned}\sum_i Q_{i,j} &= 1 \\ \sum_j Q_{i,j} &= 1\end{aligned}$$

The elements of  $\mathbf{Q}$  have to belong to the interval  $[0,1]$ , so each row and each column represents a convex combination.

The benchmark portfolio is built assuming that it evolves on the scenario tree investing in the same assets available for the optimal portfolio (except the hedging derivatives) and suffering the same liabilities. Its specificity is that at each decisional node the rebalancing follow the naive portfolio, i.e. the  $1/N$  allocation where  $N$  is the number of assets, see DeMiguel et al (2009).

A second formulation proposed to compared with the original model is the so called Expected Value (EV) formulation in which we simply require the expected value of the wealth obtained with the optimal strategy to be greater than or equal to the expected value of the benchmark wealth:

$$E[\mathbf{w}_t] \geq E[\mathbf{w}_t^B]$$

## 2.2 Objective function

In the objective function we consider four target variables  $Y_{j,n}$  with  $j = 1, \dots, 4$  at time  $t^j = 1, 3, 10, 20$  respectively and for  $n$  such that  $t_n = t^j$ . These variables are:

$Y_{1,n}$ : a joint measure of the ALM risk and of the liquidity gap

$Y_{2,n}$ : a measure of the return adjusted by the risk

$Y_{3,n}$ : the cumulative sponsor contribution

$Y_{4,n}$ : the difference between the DBO and the portfolio value, i.e. the funding gap

The ALM risk represents the risk associated with the portfolio allocation and it is measured by a linear combination of the risk associated to each asset plus the investment risk. The liquidity gap is a measure of the capacity of the portfolio to generate enough cash flows to pay the current liabilities. The return risk adjusted measure captures the total return generated by the portfolio weighed by the duration mismatch risk. The sponsor of the pension fund is asked to contribute in case the portfolio is not able to pay the liability with the income cash flows and with the selling (which is limited by the turnover constraint), therefore the sponsor is interpreted as a lender of last resort, i.e. it intervenes only to avoid infeasibility of the problem. We define the sponsor contribution as a direct liquidity injection in the cash balance constraint and then we measure the cumulative contribution. The difference between the DBO and the portfolio total value gives the idea of funding level of the pension fund and could be easily interpreted as end-effect.

Finally, for a fixed initial portfolio and a given sequence of liability payments, we want to find the optimal here-and-now allocation that minimizes the convex combination of the shortfalls of variables  $Y_{j,n}$  at stage  $t^j$  with respect to fixed targets  $\bar{Y}_j$ :

\begin{equation}

$$\min \sum_{j=1}^4 \lambda_j \cdot \sum_{n|t_n=t^j, Y_{j,n} < \bar{Y}_j} \pi_n \cdot (\bar{Y}_j - Y_{j,n})$$

where  $\pi_n$  is the probability associated to node  $n$ ,  $\lambda_j$  is the weight associated to each target and  $\sum_{j=1}^4 \lambda_j = 1$ .

In the proposed solution we imposed  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4 = 20\%$  and  $\lambda_3 = 40\%$ . Such weights could be changed to test sensitivity of the solution to different sponsor target choices. We suggest to keep higher the weight associated to the sponsor contribution in order to ensure the concept of lender of last resort.

### 3. Empirical study

In Figure 1, we propose the solution of the original model proposed in Consigli et al (2017) in which we adopt the described setting for the objective function. With respect to the initial allocation, the portfolio moves to a safer solution reducing the exposition in the risky assets (Public Equity and Corporates) and increasing the allocation in Cash. The final wealth distribution is highly concentrated on the value that corresponds to the fourth target in the objective function since it requires to reduce the shortfall to such target. The statistics of the final wealth distribution show a relatively safe behaviour and a corresponding attractive return. In Figure 2, we observe the solution of the EV model. The optimal is the same but the final wealth distribution is slightly different. On the one hand, the solution keeps the same left tail of the original model (V@R and AV@R are the same) but the mean value increases by approximately 1.2%. Also the standard deviation slightly increases but since the left tail is the same, it means that the increasing regards the right tail of the distribution and therefore it does not imply an increase of the riskiness of the distribution. In Figure 3, we depict the solution of the SSD model. Again, the optimal here-and-now allocation and the right tail of the final wealth distribution are the same as the previous cases, but we observe a further increase of the average wealth which is approximately 0.9% more than the EV solution and 2.2% more than the original model solution.

Figure 1: Original model solution – From left to right: initial portfolio allocation, optimal here-and-now solution, empirical distribution of the final wealth, statistics of the distribution of the final wealth

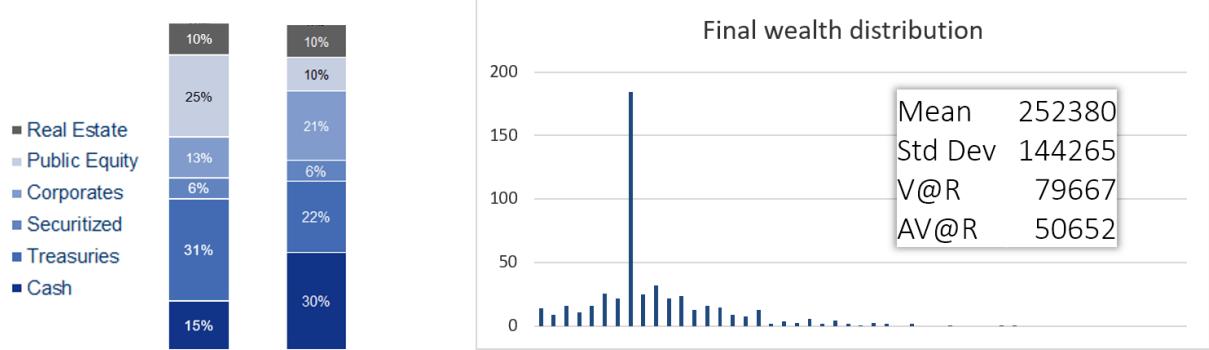


Figure 2: Expected Value model solution – From left to right: initial portfolio allocation, optimal here-and-now solution, empirical distribution of the final wealth, statistics of the distribution of the final wealth

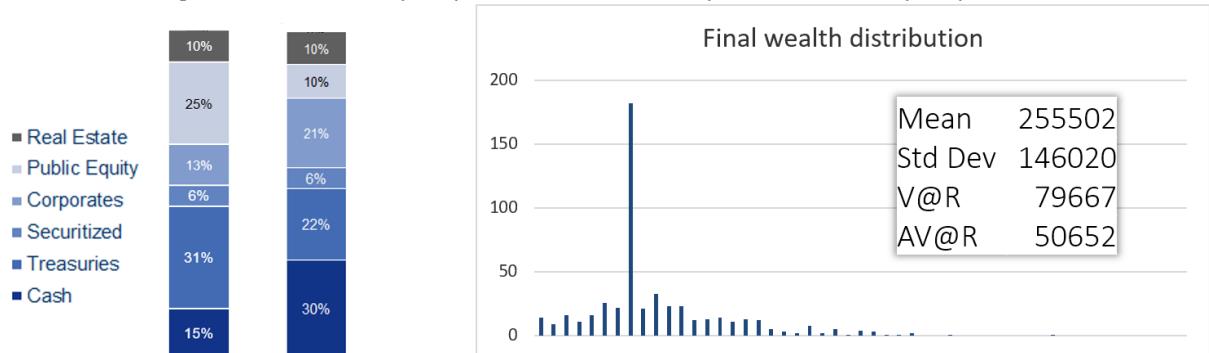
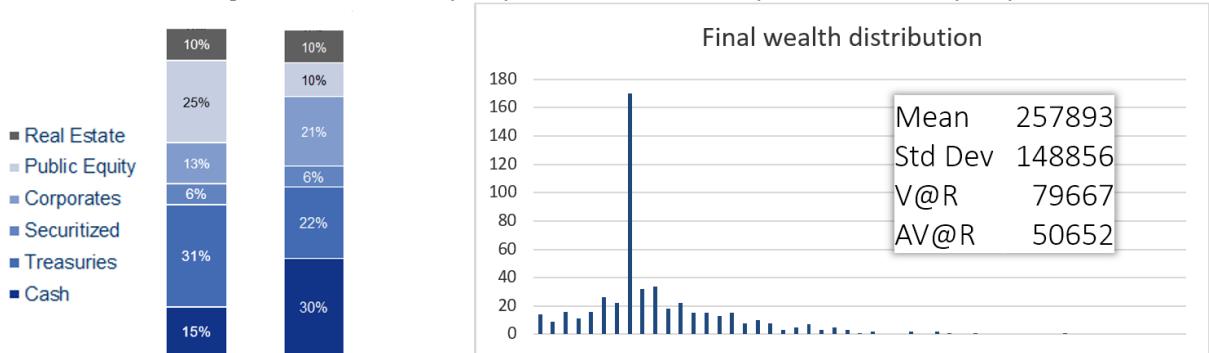


Figure 3: Stochastic Dominance model solution – From left to right: initial portfolio allocation, optimal here-and-now solution, empirical distribution of the final wealth, statistics of the distribution of the final wealth



All the results are given by the implementation of a linear programming model solved by CPLEX 12.1.0 in GAMS, with an Intel(R) Core(TM) i7-4510U CPU 2.60GHz with 8.00GB RAM running Windows 10. Input management, parameter and coefficient computations, and output analysis are performed in Matlab R2013b.

## 4. Conclusion

In this paper we analysed an extension of the ALM model proposed in Consigli et al (2017) including stochastic dominance constraints. In particular, second order stochastic dominance constraints were considered. The main goal was to compare the difference between the shape of the distribution of the final wealth obtained considering the original model, the EV model and the SSD model.

We found the original model can be efficiently improved with both approaches since the less tail of the distribution, i.e. the risky side, remains the same while the average value is pushed up. The optimal here-and-now allocation does not change, then the optimal portfolio is robust with respect of the model choice and the improvements are therefore achieved thank to the dynamic solution. For future research, this study can be improved in various ways. For example, a larger asset universe could be considered including derivative instruments and some highly risky scenarios can be tested to stress the portfolio under crisis events.

**Acknowledgement:** The research was supported by the Czech Science Foundation (GAČR) under the project No. 17-19981S.

## References

- [1] Bertocchi, M., Consigli, G., D'Ecclesia, R., Giacometti, R., Moriggia, V. and Ortobelli, S. (2013). *Euro bonds: Markets, infrastructure and trends*. World Scientific Books.
- [2] Bradley, S.P. and Crane, D.B. (1972). A dynamic model for bond portfolio management. *Management Science*, 19(2), p. 139–151.
- [3] Bradley, S.P. and Crane, D.B. (1980). Managing a bank bond portfolio over time. *Stochastic Programming* (MAH Dempster, ed.), Academic Press, London, p. 449–471.
- [4] Cariño, D.R. and Ziembra, W.T. (1998a) Formulation of the Russell-Yasuda Kasai financial planning model. *Operations Research*, 46(4), p. 433–449.
- [5] Cariño, D.R., Kent, T., Myers, D.H., Stacy, C., Sylvanus, M., Turner, A.L., Watanabe, K. and Ziembra, W.T. (1994). The Russell-Yasuda Kasai model: An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Interfaces*, 24(1), p. 29–49.
- [6] Cariño, D.R., Myers, D.H. and Ziembra, W.T. (1998b). Concepts, technical issues, and uses of the Russell-Yasuda Kasai financial planning model. *Operations research*, 46(4), p. 450–462.
- [7] Consigli, G. and Dempster, M.A.H. (1998a). The CALM stochastic programming model for dynamic asset-liability management. *Worldwide asset and liability modeling*, 10:464.
- [8] Consigli, G. and Dempster, M.A.H. (1998b). Dynamic stochastic programming for asset-liability management. *Annals of Operations Research*, 81, p. 131–162.
- [9] Consigli, G. and di Tria, M. (2012). Optimal long-term property and casualty ALM with risk capital control. *Asset-Liability Management for Financial Institutions*, 1, p. 137–150.
- [10] Consigli, G., and di Tria, M., Gaffo, M., Iaquinta, G., Moriggia, V. and Uristani, A. (2011). Dynamic portfolio management for property and casualty insurance. In *Stochastic Optimization Methods in Finance and Energy*, p. 99–124. Springer.
- [11] Consigli, G. and Moriggia, V. (2014). Applying stochastic programming to insurance portfolios stress-testing. *Quantitative Finance Letters*, 2(1), p. 7–13.
- [12] Consigli, G., Moriggia, V., Benincasa, E., Landoni, G., Petronio, F., Vitali, S. (2017). Optimal multistage defined-benefit pension fund management. In *Handbook of Recent Advances in Commodity and Financial Modeling*, International Series in Operations Research & Management Science, Springer.
- [13] Dentcheva, D. Ruszczynski, A. (2003). Optimization with stochastic dominance constraints. *SIAM Journal on Optimization* 14 (2), p. 548–566.

- [14] DeMiguel, V., Garlappi, L. and Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/n portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5), p. 1915–1953.
- [15] Dempster, M.A.H., Germano, M., Medova, E.A. and Villaverde, M. (2003). Global asset liability management. *British Actuarial Journal*, 9(01), p. 137–195.
- [16] Dempster, M.A.H. and Ireland, A.M. (1988) MIDAS: An expert debt management advisory system. In *Data, expert knowledge and decisions*, p. 116–127. Springer.
- [17] Dempster, M.A.H. and Ireland, A.M. (1989). Object-oriented model integration in MIDAS [Manager's Intelligent Debt Advisory System]. In *System Sciences, 1989. Vol. III: Decision Support and Knowledge Based Systems Track, Proceedings of the Twenty-Second Annual Hawaii International Conference on*, volume 3, p. 612–620. IEEE.
- [18] Dempster, M.A.H. and Ireland, A.M. (1991). Object-oriented model integration in a financial decision support system. *Decision Support Systems*, 7(4), p. 329–340.
- [19] Dert, C.L. (1998). A dynamic model for asset liability management for defined benefit pension funds. *Worldwide asset and liability modeling*, 10, p. 501–536.
- [20] Geyer, A. and Ziembra, W.T. (2008). The Innovest Austrian pension fund financial planning model InnoALM. *Operations Research*, 56(4), p. 797–810.
- [21] Hadar, J. and Russell, W. R. (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *The American Economic Review*, p. 25–34.
- [22] Hanoch, G. and Levy, H. (1969). The efficiency analysis of choices involving risk. *The Review of Economic Studies*, p. 335–346.
- [23] Kopa, M., Moriggia, V. and Vitali, S. (2016). Individual optimal pension allocation under stochastic dominance constraints. *Annals of Operations Research*, forthcoming, DOI: 10.1007/s10479-016-2387-x.
- [24] Kopa, M. and Post, T. (2015). A general test for SSD portfolio efficiency. *OR Spectrum*, 37(3), p. 703–734
- [25] Kuosmanen, T. (2004). Efficient diversification according to stochastic dominance criteria. *Management Science*, 50(10), p. 1390–1406.
- [26] Kusy, M.I. and Ziembra, W.T. (1986). A bank asset and liability management model. *Operations Research*, 34(3), p. 356–376.
- [27] Luedtke, J. (2008). New formulations for optimization under stochastic dominance constraints. *SIAM Journal on Optimization* 19(3), p. 1433–1450.
- [28] Mulvey, J.M. (1994). An asset-liability investment system. *Interfaces*, 24(3), p. 22–33.
- [29] Mulvey, J.M. (1994). Financial planning via multi-stage stochastic programs. *Mathematical Programming: State of the Art*.
- [30] Mulvey, J.M., Gould, G. and Morgan, C. (2000). An asset and liability management system for Towers Perrin-Tillinghast. *Interfaces*, 30(1), p. 96–114.
- [31] Mulvey, J.M., Simsek, K.D. and Zhang, Z. (2006). Improving investment performance for pension plans. *Journal of Asset Management*, 7(2), p. 93–108.
- [32] Mulvey, J.M., Ural, C. and Zhang, Z. (2007). Improving performance for long-term investors: wide diversification, leverage, and overlay strategies. *Quantitative Finance*, 7(2), p. 175–187.

- [33] Mulvey, J.M., Simsek, K.D., Zhang, Z., Fabozzi, F.J. and Pauling, W.R. (2008). Assisting defined-benefit pension plans. *Operations research*, 56(5), p. 1066–1078.
- [34] Nielsen, S.S. and Zenios, S.A. (1996). A stochastic programming model for funding single premium deferred annuities. *Mathematical Programming*, 75(2), p. 177–200.
- [35] Pflug, G.C. and Świetanowski, A. (1999). Dynamic asset allocation under uncertainty for pension fund management. *Control and Cybernetics*, 28, p. 755–777.
- [36] Post, T. and Kopa, M. (2013). General Linear Formulations of Stochastic Dominance Criteria, *European Journal of Operational Research*, 230(2), p. 321–332.
- [37] Quirk, J.P. and Saposnik, R. (1962). Admissibility and measurable utility functions. *The Review of Economic Studies*, 29, p.140–146.
- [38] Vitali, S., Moriggia, V. and Kopa, M. (2017). Optimal pension fund composition for an italian private pension plan sponsor. *Computational Management Science* 14(1), p. 135–160.
- [39] Zenios, S.A. (1995). Asset/liability management under uncertainty for fixedincome securities. *Annals of Operations Research*, 59(1), p. 77–97.
- [40] Zenios, S.A. and Ziembra, W.T. (2006). *Handbook of Asset and Liability Management: Theory and Methodology*, volume 1. North-Holland Finance Handbook Series, Elsevier.
- [41] Zenios, S.A. and Ziembra, W.T. (2007). *Handbook of Asset and Liability Management: Applications and case studies*, volume 2. North-Holland Finance Handbook Series, Elsevier.
- [42] Ziembra, W.T. (2007). The Russell-Yasuda, InnoALM and related models for pensions, insurance companies and high net worth individuals. In Stavros A. Zenios and William T. Ziembra, editors, *Handbook of Asset and Liability Management: Applications and case studies*, p. 861–962. North- Holland Finance Handbook Series, Elsevier.
- [43] Ziembra, W.T. and Mulvey, J.M. editors (1998). *Worldwide asset and liability modeling*, volume 10. Cambridge University Press, UK.

# Impact of Innovation Outsourcing on the Financial Situation of Companies in the Czech Republic

Marek Vokoun<sup>1</sup>

## Abstract

This paper contributes to the theory of firm by revealing an advantage for company growth that is based on mixed (internal and external) involvement. Innovation external activities, in the form of cooperation and external acquisition of knowledge and R&D, are analysed using regression analysis in four Community Innovation Surveys (2008, 2010, 2012, and 2014) in the Czech Republic. Cooperation proved to be beneficial to total amount of R&D expenditures per employees. There is no additional effect of cooperation to sales of innovated goods. There is an inverse U-shaped relationship between R&D expenditures per employee and the ratio of external to internal R&D expenditures. The optimal ratio that maximizes the R&D expenditures per employee is 282.4 to one. The optimal ratio that maximizes sales of innovated production per employee is 70.1 to one.

## Key words

External, acquisition of knowledge, R&D, cooperation

**JEL Classification:** O31, D23, L60, L80

## 1. Introduction

Innovation outsourcing is usually more cost-effective than in-house innovation activities. However, there are disadvantages to it. Companies want to keep their secrets hidden from the eyes of the competition and gain all the returns from inventions they introduce on the market. They want to keep as much of the innovation process in-house. On the other hand, hiring and keeping top talent employees is an incredibly hard and costly task. The risk of falling behind competition in some industries is too high to avoid a certain level of cooperation and external action. This paper deals with the issue of the innovation process and its partial outsourcing in terms of cooperation and external contracting (acquisition of knowledge capital). The goal of this paper is to analyse the relationship between financial and non-financial indicators of innovation processes of companies and effects of (1) cooperation in terms of best innovation partners and (2) optimal external to internal ratio of research and development (R&D) expenditures in the Czech Republic between 2006 and 2010.

Being a part of group of companies is typical on the Czech markets and cooperation inside of the group (vertically, horizontally or mixed integrated companies) is expected to be a beneficial activity. There is a problematic distinction between external knowledge acquisition when a company is in cooperation and is also part of a group of companies (Figure 1). There are more possibilities where to acquire knowledge externally, namely in the form of market contracts and contracts inside of the corporation-owned organizations. Economic agents are typically entrepreneurs, suppliers, competitors, and specialized companies such as laboratories, research institutes, as well as public organizations like universities and other public research organizations.

---

<sup>1</sup> Ing. Marek Vokoun, Ph.D., Department of management, Institute of Technology and Business in České Budějovice, Okružní 517/10, 370 01, Email: marek.vokoun@mail.vstecb.cz. This paper is an output of the scientific work of the Institute of Technology and Business in České Budějovice, Czech Republic. Proofreading by Livie Stellner, BA.

*Figure 1: Relationship between cooperation and external knowledge acquisition*

Cooperation	Knowledge acquisition, innovation	Place	Main stakeholders
No	Internal	Company	Employees, managers, owners.
	External	Market contracts	Economic agents.
Yes	Internal	Company	Employees, managers, owners.
	External	Market contracts	Economic agents.
		Inside of the group	Parent company and its companies.

Source: Own processing

Cooperation is considered to be an agreement between two or more companies. It is a different contract than mere one-way external knowledge acquisition. The flow of knowledge between cooperation partners is more complex and inventions are to some extent usually shared between cooperation partners (innovation alliances, innovation projects, projects with government). Cooperation agreements can have complex contents depending on the context of the mutual innovation project.

## 2. Outsourcing, financial efficiency, and the theories of the firm

In terms of outsourcing and cooperation activities of organizations, economic theories of the firm primarily focus on the role of transaction costs. The theories claim that the firm's growth continues as long as the internal organization of transactions is cheaper than the organization of external transactions. In other words, the firm pays for partaking in the pricing mechanism and utilizes other entrepreneurs on the market (Coase, 1937).

Economic research (Richardson, 1972) pursues the issue of classifying external and internal activities of firms. Ronald Coase himself stated that his theory is too general and fails to provide a complete description of transaction costs, which means that any variable can be regarded as a determinant of firm boundaries (Georga and Halberstam, 2007).

This paper tests the hypothesis that a clear distinction of internal and external activities is too restrictive since there are "hybrid" activities in research and development activities of firms. These hybrid activities are assumed as an essential part of company growth and their complete internalization to competitive environment is ineffective.

Current research suggests that there exists a type of optimal combination of external and internal knowledge acquisition (Grimpe and Kaiser, 2010), which implies that external innovation activities can be essential for competitiveness and further growth of firms. Discovering new opportunities is based on interactions with and within the business environment. Kim and Mahoney (2010) define a firm as a nexus of incomplete contracts. This concept makes activities that are necessary for company growth possible. According to their strategic theory, firms are not a nexus of complete contracts but they are in a contracting flux, which allows firms to discover new threats and opportunities.

R&D outsourcing and open innovation are present in the small and mid-size enterprises sector and in large companies as well. For SMEs, the driving force to enter external cooperation or partnerships is mostly based on the lack of resources (Albors-Garrigos et al., 2011; Bin Guo et al., 2015). Cooperating with public R&D institutions, in terms of innovation outsourcing, is typical for successful patent companies (Fontana and Matt, 2006).

Open innovation has many levels of firm participation. A company can utilize collaboration, outsourcing, licensing, trading, and incorporation of intangible assets; it can participate in further development in the network (Lamberti et al., 2015). This view sees companies balancing external and internal involvement.

On the other hand, there is evidence that closed innovation strategy of the SME relates positively to financial performance (Lee, Park and Song, 2009). It is possible to say that without closed innovation strategy in the past, there would not be open innovation today. It is clear that keeping R&D activities internal is beneficial and strategic for the firm, but it does not have to be tactical. Some authors point out that there is a threshold for that (Baier et al., 2013). For example, R&D offshoring is, in terms of increased sales, beneficial for SMEs (Rodriguez and Nieto, 2016). Another paper suggests a complementary nature of internal and outsourced R&Ds. The participation in a mixture of informal and formal networks means that firms outsource relatively more R&Ds than firms relying on themselves or formal networks only (Spithoven and Teirlinck, 2015).

### 3. Data and method

The fundamental method used during this project is econometric verification of data gained from a questionnaire about innovations - the Community Innovation Survey (CIS). Econometric verification of primarily panel data uses findings from estimating innovation activities by simulating the innovation process (CDM model by Crépon et al., 1998) and by using the descriptive characterization of the differences between firm groups.

*Table 1: Summary of the number of observations by industries, CIS dataset, Czech Republic 2008-2014*

Description of the industry		Obs.
C	Manufacturing	12107
D	Electricity, gas, heat, and air conditioning.	580
E	Water supply; Waste and remediation activities	937
F	Construction	452
G	Wholesale and retail trade; Repair and maintenance of motor vehicles	1630
H	Transport and storage	1556
I	Accommodation, meals and hospitality	164
J	Information and communication activities	1963
K	Finance and Insurance	843
L	Real estate activities	76
M	Professional, scientific and technical activities	1448
N	Administrative and support activities	476
C-N	<b>Total</b>	<b>22232</b>

Source: Own processing based on the data from Czech Statistical Office (2017)

The data is provided by the Czech Statistical Office (2017). In our sample (Table 1), we kept only companies in the branches C (Manufacturing) to N (Administrative and support activities) according to Statistical classification of economic activities in the European Community (NACE). More than half of the observations are from the manufacturing industry that is dominated by automotive and subsequent industries.

*Table 2: Number of Employees, CIS dataset, Czech Republic 2008-2014*

Number of employees	0 to 9	10 to 19	20 to 49	50 to 99	100 to 249	250 to 999	1000 +
Observations	0	6670	4669	3112	3557	3557	667

Source: Own processing based on the data from Czech Statistical Office (2017)

The issue of all Community Innovation Surveys datasets and subsequent analyses is problematic representativeness (Vokoun 2016). Lack of micro companies doesn't allow

analysing the industry dynamics and competition pressure. The Czech dataset has a very good representativeness of small companies (with 10 to 49 employees); however, no micro companies (with 1 to 9 employees) are present in the data sample (Table 2).

Table 3: Summary statistics, CIS dataset, Czech Republic 2008-2014

Variable	Obs.	Mean	S.D.	Min	Max
Part of a group	22232	0.37	0.48	0	1
Product innovation	22232	0.25	0.43	0	1
Process innovation	22232	0.15	0.36	0	1
New to the market innovation	7087	0.58	0.49	0	1
R&D expenditures - internal	7722	9021	67803	0	3977148
R&D expenditures - external	6874	9222	180345	0	10900000
R&D expenditures – knowledge acquisition	6680	1768	32283	0	2221973
Cooperation	9715	0.44	0.50	0	1
Sales	22232	937277	6603801	2	362000000
Number of employees	22232	193	799	10	36332
Foreign owned company	22232	0.31	0.46	0	1

Source: Own processing based on the data from Czech Statistical Office (2017)

Financial data is in thousands of the koruna (CZK) and the estimation process requires logarithmic transformation. There are 37 % companies that are part of a group of companies, 38 % are owned by a foreign entity, and around 44 % of them cooperated on innovation. The mean value of external R&D is slightly higher than in-house R&D expenditures. Around 58 % of innovators introduced new to the market innovation. Innovators are considered those firms that introduced new product (25 % of companies) or new services (15 % of companies).

Table 4: The model of estimation as a recursive system of three econometric equations

Heckman Procedure	$r_{it}^* \begin{cases} 1 & \text{if } r_{it} = (X_{1it}\beta_1 + \rho_i + \varepsilon_{it1}) > 0 \\ 0 & \text{otherwise } (r_{it} \leq 0) \end{cases}$
	$k_{it}^* = \ln(k_{it})  (r_{it} > 0) = X_{2it}\beta_2 + \rho_i + \varepsilon_{it2} \text{ with } Df(k_{it}) = (0, \infty)$
GLS/OLS	$t_{it}^* = \ln(t_{it})  (k_{it} > 0) = X_{3it}\beta_3 + \rho_i + \alpha k_{it}^* + \varepsilon_{it3} \text{ with } Df(t_{it}) = (0, \infty)$

Where  $X_{n_{it}}\beta_n$ 's (with n = 1, 2, and 3) are vectors of explanatory variables and  $\varepsilon_{itn}$ 's (with n = 1, 2, and 3) are random-error terms. The error terms are assumed to be independent on the exogenous variables. The system of three econometric equations (Table 4) allows for arbitrary correlation among the three disturbances. The vector of parameters to be estimated is denoted  $\beta_n$  (with n = 1, 2, and 3) and the single parameter to be estimated in the third equation is  $\alpha$ . The  $\rho_i$  represents fixed or individual effects. In both equations, there are a number of potential determinants ( $X_{n_{it}}\beta_n$ 's); such as, a firm's size, foreign ownership, being part of a group of companies, cooperation, market orientation etc. Some of them are used uniquely to identify each equation in a simultaneous estimation (see more in Hashi and Stojčić 2013).

The first equation ( $r_{it}^*$ ) accounts for selection (Heckman procedure) into R&D activities. This is specified as a panel version of Probit model, i.e.  $P(r_{it}^* > 0) = \Phi(X_{1it}\beta_1)$ , where  $r_{it}^*$  equals 1 if firm  $i$  is an innovator. Innovator is a firm that introduced new to the firm or market product or service innovation in the last three years and reported nonzero R&D expenditures in the year of the survey. The second equation ( $k_{it}^*$ ) describes the log of total R&D expenditures to the number of employees in a firm  $i$ , conditional of being an innovator firm.

Both equations ( $r_{it}^*$  and  $k_{it}^*$ ) are estimated together and it is controlled for selection bias using non-selection hazard variable (Mill's ratio) in the second equation (Heckman 1976).

The third equation ( $t_{it}^*$ ) models (using fixed effects and random effect estimation procedure) the innovation log of sales of goods and services to the number of employees. Here the aim is to estimate the input-output innovative elasticity ( $\alpha$ ). The CDM model has also fourth linear equation which describes labour productivity, which relates the log of sales of goods and services to the number of employees. However, the Czech Statistical Office is reluctant to provide sensitive data about fixed assets of surveyed companies. Technological level of industries is based on the European Commission (2017) classification of industries.

## 4. Results

The first model in Table 5 describes factors that influence the decision to innovate. This model provides average marginal effects. One unit change in the log of number of employees variable (approximately increase of 10 %), increases the probability of being innovator by 3.19 %. Foreign companies have lower probability to innovate and the decision depends substantially on the technological level of the industry. There are other factors influencing this decision but in this paper they were included to control for selection bias in model 2 and 3 (Table 5). For example, further market orientation and being part of a group of companies increases the probability of being an innovator. A negative contribution to the probability to innovate has the problem of finding a good cooperation partner and the company headquarters outside the capital city.

Our hypotheses were tested in the second and third model (Table 5). We have evidence that there is a statistically significant relationship between cooperation and the amount of R&D expenditures per employee. Some cooperation partners are better than others. For example, cooperation with public sector contributes on average up to 98.4 % higher amount of R&D expenditures per employee. Other important partners are companies inside the group, suppliers, clients, and competitors. Insignificant are partners from higher education sector and private laboratories.

There is no additional effect of cooperation and all the partners to the ability to capture profits from innovated goods in Model 3 (Table 5). We observe only the positive innovation input output elasticity. On average, 10 % increase in R&D expenditures per employee (which is increased by cooperation) lead to 0.7 % increase in sales of innovated production per employee.

The testing of the hypothesis about optimal external to internal R&D expenditures ratio provides statistically significant results. The ratio has a non-linear effect on R&D expenditures per employee and sales of innovated production per employee as well. In both cases decreasing returns from the ratio is observed. The optimal ratio that maximizes the R&D expenditures per employee is 282.4 to one. The optimal ratio that maximizes sales of innovated production per employee is 70.1 to one. These results are robust to panel heteroscedasticity and technological level of the industry. However, the average ratio is lower (0.9) and the mean value of this ratio is even lower (9.4e-05) and the results are to some extent influenced by outliers. We can expect industry specific ratios. However, random effect estimation was not possible because it provided biased coefficients (inconclusive Hausman and Sargan-Hansen test statistics).

*Table 5: Regression results of innovation process, CIS dataset, Czech Republic 2008-2014*

Model number	(1)	(2)	(3)
Equation	Decision to be innovator	Log of R&D expenditures per employee	Log of Sales of innovated production per employee
Estimation method	PROBIT	OLS	OLS
Log of number of employees	0.319*** (0.02)	0.018 (0.19)	-0.068 (0.17)
Foreign owned	-0.254*** (0.04)	-0.035 (0.21)	-0.098 (0.17)
Technological level	0.609*** (0.04)	-0.572* (0.30)	-0.772 (0.61)
Linear trend	0.036*** (0.01)	0.039** (0.02)	-0.005 (0.02)
R&D ratio External to internal		2.59e-02*** (0.01)	3.46e-04 (0.00)
R&D ratio External to internal square		-4.56e-05*** (0.00)	-2.47e-06 (0.00)
Cooperation - group		0.391** (0.15)	0.149 (0.12)
Cooperation - suppliers		0.355** (0.15)	0.043 (0.12)
Cooperation - clients		0.349*** (0.13)	0.132 (0.11)
Cooperation - public sector		0.685* (0.38)	0.009 (0.24)
Cooperation - competitors		0.398* (0.20)	0.128 (0.23)
Cooperation - labs		0.214 (0.19)	-0.102 (0.20)
Cooperation - universities		0.170 (0.17)	-0.081 (0.16)
Log of total R&D expenditures per employee			0.070** (0.03)
Constant	-75.260*** (14.73)	-73.993** (33.21)	16.558 (33.97)
Observations	21803	4067	2383
Adjusted $R^2$		2.2 %	2.6 %

Source: Own processing based on the data from Czech Statistical Office (2017). Note: Robust standard errors in parentheses, \*  $p < 0.10$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.01$ , average marginal effects in Probit model.

## 5. Conclusion

Outsourcing activities in the form of cooperation and external contracting (acquisition of knowledge capital) were analysed in four Community Innovation Surveys (2008, 2010, 2012, and 2014) in the Czech Republic. Cooperation, in terms of best innovation partners, proved to be beneficial to the total amount of R&D expenditures per employees. The best partners are the government, clients, suppliers, competitors, and partners inside parent group of companies. No statistically significant effect is observed in partners from universities and private labs. The additional effect of cooperation is not observed. There is no statistically significant relationship between cooperation and sales of innovated goods. There is only a positive relationship between sales of innovated goods and R&D expenditures per employee which are increased by cooperation.

There is an inverse U-shaped relationship (decreasing returns) between R&D expenditures per employee and the ratio of external (Purchase of research and development services and Acquisition of other external knowledge) to internal (in-house research and development) R&D expenditures. The optimal ratio that maximizes the R&D expenditures per employee is 282.4 to one. The optimal ratio that maximizes sales of innovated production per employee is 70.1 to one. Due to the positive skewness of the ratio it is expected that these results are industry specific.

This paper contributes to the theory of firm by revealing advantage for possible company growth that is based on continuous external involvement. The level of internalization of innovation activities is not 100 % because it would prevent that company to grow and compete in the market. There is an optimal ratio of external to internal involvement. This involvement is most likely industry and country specific. Higher external involvement (external to internal ratio > 1) is observable in the Czech Republic.

## References

- [1] Coase, R.H. (1937). The Nature of the Firm. *Economica*, 4(16), p. 386-405. ISSN 1468-0335.
- [2] Richardson, G.B. (1972). The Organisation of Industry. *The Economic Journal*, 82(327), p. 883–896. ISSN 0013-0133.
- [3] Gorga, É. and Halberstam, M. (2007). Knowledge inputs, legal institutions and firm structure: towards a knowledge-based theory of the firm. *Northwestern University Law Review*, 101(3), p. 1123-1206. ISSN 0029-3571.
- [4] Grimpe, Ch. and Kaiser, U. (2010). Balancing internal and external knowledge acquisition: the gains and pains from R&D outsourcing. *The Journal of management studies*, 47(8), p. 1483–1509. ISSN 0022-2380
- [5] Kim, J. and Mahoney J. T. (2010). A strategic theory of the firm as a nexus of incomplete contracts: A property rights approach. *Journal of Management*, 36(4), p. 806–826. ISSN 1557-1211
- [6] Albors-Garrigos, J., Zabaleta Etxebarria, N. and Luis Hervas-Oliver, J. (2011). Outsourced innovation in SMEs: a field study of R&D units in Spain. *International Journal of Technology Management*, 55(1-2), p. 138-155. ISSN online: 1741-5276.
- [7] Bin Guo, Yueqi Wang, Xiao-Yun Xie and Yongyi, S. (2015). Search more deeply or search more broadly? An empirical study of external knowledge search strategy in manufacturing SMEs. *Asian Journal of Technology Innovation*, 23(1), p. 87-106. <http://dx.doi.org/10.1080/19761597.2015.1019177>
- [8] Fontana, R., Geuna, A. and Matt, M. (2006). Factors affecting university-industry R&D projects: The importance of searching, screening and signalling. *Research Policy*, 35(2), p. 309-323. ISSN 0048-7333
- [9] Lamberti, E. et al. (2015). *Intangibles portfolio and open innovation models: an empirical investigation*. In: Culture, Innovation and Entrepreneurship: connecting the knowledge dots. Bari: IFKAD, p. 1477-1491. ISBN 978-88-96687-07-9.
- [10] Baier, E., Ch. Rammer and Schubert, T. (2013). *The Impact of Innovation Off-shoring on Organizational Adaptability*. ZEW Discussion Papers [online], Mannheim: ZEW - Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung, p. 13-109 [cit. 2017-03-27]. URL: <http://ftp.zew.de/pub/zew-docs/dp/dp13109.pdf>

- [11] Rodriguez, A. and Jesus Nieto, M. (2016). Does R&D offshoring lead to SME growth? Different governance modes and the mediating role of innovation. *Strategic Management Journal*, 37(8), p. 1734-1753. ISSN 0143-2095.
- [12] Spithoven, A. and Teirlinck, P. (2015). Internal capabilities, network resources and appropriation mechanisms as determinants of R&D outsourcing. *Research Policy*, 44(3), p. 711–725. ISSN 0048-7333.
- [13] Crépon, B., Duguet, E., and Mairessec, J. (1998). Research, Innovation And Productivity: An Econometric Analysis At The Firm Level. *Economics of Innovation and new Technology*, 7(2), p. 115-158.
- [14] Czech Statistical Office (2017). Community Innovation Survey – TI Questionnaire data 2008, 2010, 2012, 2014. Prague: Czech Statistical Office [CD-ROM]. URL: <https://www.czso.cz/csu/czso/zadost-o-poskytnuti-pristupu-k-duvernym-statistickym-udajum-pro-ucely-vedeckeho-vyzkumu>
- [15] Vokoun, M. (2016). Innovation behaviour of firms in a small open economy: the case of the Czech manufacturing industry. *Empirica*, 43(1), p. 111-139.
- [16] Hashi, I. and Stojčić, N. (2013). The impact of innovation activities on firm performance using a multi-stage model: Evidence from the Community Innovation Survey 4. *Research Policy*, 42(2), p. 353-366.
- [17] Heckman, J. J. (1976). The common structure of statistical models of truncation, sample selection and limited dependent variables and a simple estimator for such models. *Annals of Economic and Social Measurement*, 5(4), p. 475-492.
- [18] European Commission. (2017). High-tech industry and knowledge-intensive services. [online], Luxembourg: Eurostat metadata, [cit. 2017-03-27]. URL: [http://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/DE/htec\\_esms.htm](http://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/DE/htec_esms.htm)

# The impact of financial ratios dynamics on company's performance

Aleksandra Wójcicka<sup>1</sup>

## Abstract

In credit risk assessment, many models and methods are used. Many approaches use financial ratios to establish company's performance as the data is relatively homogenous and easily accessible. Usually the assessing institution (e.g. bank) sets a specified range for a given financial ratio. The level of ratio within that range is desirable and is supposed to prove that company is in good condition.

The paper investigates the idea that it is not the absolute level of the ratio, or the range they fall into, that is informative but the change (quarterly or annually) that brings the most important hints regarding actual situation of the company. The changes (positive / negative) between the values of chosen annual financial ratios and their influence on future performance of the company in one- and two-year horizon as well as their ultimate survival or default are presented.

## Key words

credit risk, financial ratios, survival of companies, default

**JEL Classification:** G33, C58, G21

## 1. Introduction

The search for ratios which can be regarded as credible factors revealing early symptoms of deteriorating condition of a company goes back as far as the beginning of 20<sup>th</sup> century. The decline in performance consequently leads to bankruptcy. The accurate assessment of default threat reduces the risk not only for the company itself but also for related entities. Therefore, the studies in that field seek for methods which reflect the possibility of bankruptcy most accurately.

Models and methods used in credit risk assessment base on various input (endogenous and exogenous data). However, models of so-called "new approach" to credit risk require data which is usually rare, inaccessible or absent on Polish financial market. Therefore, many of those approaches use financial ratios to establish company's performance. This is due to the fact that data is relatively homogenous and easily accessible. It is believed that they are the best source of information on company's standing. Usually a specified range for a given financial ratio is established. Yet, many companies permanently reach the level out of that range (which is regarded as unfavourable) but still manage to survive and, on the other hand, some companies have exemplary levels of financial ratios and still are eventually declared bankrupt. Moreover, companies sporadically can influence the results presented in individual financial statements, especially if they plan to apply for external financing. However, they cannot do it indefinitely. Therefore, a single set of financial statements is not very informative. Only the comparison of the changes occurring in the company can provide an in-depth insight

---

<sup>1</sup> Aleksandra Wójcicka, Ph.D., Poznań University of Economics and Business,  
aleksandra.wojcicka@ue.poznan.pl

into its actual condition for it is mostly the interpretation that gives the bigger picture of company's situation.

The paper investigates the idea that it is not the absolute level of the ratio, or the range they fall into, that is informative but the change (quarterly or annually) that brings the most important hints regarding actual situation of the company. The changes (positive / negative) between the values of chosen annual financial ratios and their influence on future performance of the company in one- and two-year horizon as well as their ultimate survival or default are presented.

## 2. Methodology and data

The paper investigates the classification of borrower (debtor) basing on chosen financial ratios which in Polish economy reflect the standing of the companies in the most accurate way. The ratios were used basing on their dynamics understood as the change (positive or negative). The increase or decrease can be both, positive or negative, depending on the character of the financial ratio.

The collected data, used in the research, was obtained from a bank operating on Polish market, the Commercial Court in Poznań, Poland and from NOTORIA SERWIS. The data cover a period of ten years (2006 – 2015). It refers to companies from construction sector. The sector covers a wide variety of companies, regarding their legal form, assets value etc. The choice of construction sector was dictated by the fact that companies in this sector suffered tremendously as the after-effect of the economic crisis which started in 2007-2008. A lot of companies (developers, main contractors and sub-contractors etc.) were declared bankrupt. In tested period, the default in construction period happened more often than in other sectors (Wójcicka, 2016a; 2016b; 2016c) – after the financial means were already granted (in the duration of the loan or corporate credit)<sup>2</sup>. Hence, this is one of the sectors which caused banks a lot of trouble. Additionally, no matter how unfavourable the situation was for banks, it also delivered a lot valuable data for the research (the data of defaulted companies or companies in distress while their situation was rapidly deteriorating soon after the positive decision of the bank). Summing up, it is beneficial to recognise the factors (the size of change; ratios' dynamics) which can indicate future problems in construction sector.

The sample contains financial statements of companies which include a balance sheet, an income statement, a cash flow statement and a statement of changes in equity. All the data (despite the source) went a prior verification to ensure the comparability of data. The verification came down to establishing whether the above-listed financial statements provided the data needed to calculate 22 financial ratios (of liquidity, efficiency, profitability, debt) shown in table 1 (Tyran, 2001; Wójciak, Wójcicka, 2007; 2008; 2009; Wójcicka, Wójtowicz, 2009).

*Table 1: Ratios used in the analysis*

Ratio's name	Abbrev.	Ratio's name	Abbrev.
Acid-test ratio	ATR	Financial surplus rate	FSR
Quick ratio	QR	Long-term debt ratio	LtDR
Receivables ratio	RsR	Current assets turnover ratio	CATR
Stock turnover ratio	STR	Short-term investments turnover ratio	StIT
Receivables to liabilities ratio	RsLR	Operating activity profitability index	OAPI
Gross profit margin ratio	GPMR	Assets profitability index	API
Net profit margin ratio	NPMR	Equity profitability index	EPI
Sale profitability index	SPI	Costs increase ratio	CIR
Costs level ratio	CLR	Sales dynamics	SD
Total debt ratio	TDR	Operating ratio	OR

<sup>2</sup> The comparison of default frequency was run for construction, trade and industrial sectors.

Equity debt ratio	EDR	Self-financing ratio	SfR
-------------------	-----	----------------------	-----

If the statements were incomplete than the company was rejected from the sample. For the research, a balanced sample of healthy and unsound companies is needed. In the study, unsound companies were matched with healthy businesses similar in assets value and sector of economy (construction). The final sample consists of 136 companies (68 unsound and 68 healthy companies). The entire sample was divided into two independent sets: learning (75%) and testing (25%). The learning group is the set which was used to set the ranges of changes. The test group was used to revise whether basing on those ranges it is possible to credibly assess the possible default of the company.

### 3. Findings

The ratios were examined in two different ways. The first approach included examining a single ratio at a time. The other approach involved examining the dynamics of ratios and efficiency of debtor's classification in case of limited set of ratios (a sub-set). In this sub-set those ratios were removed which did not give a clear answer to whether company should be classified as healthy or unsound. It must be stressed that the level of a particular ratio was not the matter of research but its relative change. The change of the ratio was always compared progressively between two corresponding periods  $t_i$  and  $t_{i+1}$  and was expressed in percent (%). Usually it was possible to draw a line between the level of change for an individual ratio for good and bad borrowers (17 ratios). However, in case of some ratios (remaining 5) a grey zone appeared. A "grey zone" in the research means that indicated changes of a ratio occurred for both, healthy and unsound companies. Therefore, it is impossible to classify such change into one of two groups. The changes also involved increases and decreases. The results of that approach are presented in table 2.

Table 2: Changes of ratios (in %) for healthy and unsound companies.

Ratio's name	healthy		grey zone		unsound	
	increase	decrease	increase	decrease	increase	decrease
Acid-test ratio	0,45-0,98	0,03-1,21	-	-	>0,34	3,25-10,01
Quick ratio	0,66-1,03	> 1,13	-	-	0,01-0,48	< 0,56
Receivables ratio	1,32-2,98	2,24-3,32	-	2,24-2,67	> 4,31	0,09-2,67
Stock turnover ratio	0,96-3,33	3,33-6,78	-	-	> 3,51	< 2,88
Receivables to liabilities ratio	1,73-1,14	0,79-6,41	-	-	> 0,43	> 8,43
Gross profit margin ratio	0,85-4,15	1,23-5,15	-	4,87-5,15	< 0,67	4,87-23,43
Net profit margin ratio	1,22-4,07	3,33-4,78	3,40-4,07	-	< 3,40	7,14-21,99
Sale profitability index	2,04-4,11	2,67-4,12	-	-	0,00-1,14	4,89-15,15
Costs level ratio	0,18-2,33	2,21-4,41	-	-	2,99-14,08	1,13-1,98
Total debt ratio	1,17-3,09	3,15-6,76	-	-	6,27-33,98	1,01-2,78
Equity debt ratio	0,99-2,87	2,67-5,55	-	-	3,12-8,90	< 2,55
Financial surplus rate	4,34-10,15	3,12-7,33	-	-	< 0,67	9,03-47,51
Long-term debt ratio	2,22-4,31	1,68-5,05	-	-	4,68-9,92	< 1,23
Current assets turnover ratio	3,38-5,44	0,57-3,65	-	-	< 2,52	4,04-9,75
Short-term investments turnover ratio	0,45-0,85	0,77-1,03	-	-	< 0,18	0,03-0,61
Operating activity profitability index	2,18-5,29	0,34-3,88	-	-	< 0,05	> 4,17
Assets profitability index	1,15-5,43	0,12-3,99	-	-	< 0,23	> 5,04
Equity profitability index	0,88-3,33	1,12-4,32	-	-	< 0,75	5,75-12,33
Costs increase ratio	0,36-2,43	0,76-2,19	-	-	3,41-9,97	< 0,55
Sales dynamics	1,12-4,32	1,08-3,21	-	2,99-3,21	< 0,96	2,99-11,01
Operating ratio	0,98-3,33	0,56-4,44	-	3,87-4,44	< 0,77	3,87-5,54
Self-financing ratio	1,01-3,13	0,47-2,22	-	-	< 0,98	3,23-7,73

The analysis shows that it is possible to classify the entities into following groups of good or bad companies depending on the level of change (increase, decrease) of the financial ratios. However, for the classification needs, the approach to categorise an entity into a group, range

or rating was borrowed from bank practise. This practise not only classifies those companies into an individual group which fulfil the requirements entirely but also those which miss not more than one criterion (the final decision belongs to the analyst).

Basing on the results we can clearly state that the most helpful are the ratios from debt group which do not indicate any grey zone and the levels of their dynamics can be interpreted unequivocally i.e. the entities can be classified into a group of healthy or unsound companies depending on the direction and value of the ratio's change as in case of 17 ratios it is possible to draw a clear line between the levels of changes.

In the second approach, the most problematic ratios: Receivables ratio, Gross profit margin ratio, Net profit margin ratio, Sales dynamics and Operating ratio were removed from the analysis. It was assumed that the ambiguity of their indications could deteriorate the final efficiency of classification.

To check the efficiency of the presented approach an independent sample of entities (test group) was used. The simple approach of type II error was implemented. It means that banks recognise a bad customer as a good customer and accept its application and grant financing which is very likely to lead to customer's insolvency and bankruptcy. Type I error was not considered as it is less harmful for the bank. Due to rejection of good customers the bank can lose significant amount of money in a form of "lost opportunities", however it is seen as "a virtual loss". The result is very promising as the type II error reaches merely 5,88%. In comparison to other methods, e.g. neural networks (Wójcicka, 2016a; 2016b; 2016c) and Discriminant Analysis (Piasecki, Wójcicka 2017) is efficient. The results presented for neural networks involve best architectures for Multi-Layer Perceptron and Radial Basis Function selected in previous research and Discriminant Analysis involve 8 models of Polish authors. The results are shown in table 3.

*Table 1: Type II error for chosen methods*

	Method	type II error (%)
Dynamic Approach	Financial ratios (full set)	5,88
	Financial ratios (limited set)	2,94
Discriminant Analysis	Gajdka and Stos	7,33
	Hadasik	6,67
	Wierzba	8,67
	"poznański"	8,67
	Prusak	8,67
	Appenzeller and Szarzec	5,67
	Mączyńska	5,67
	Mączyńska i Zawadzki	4,33
Neural Networks	MLP	10,00
	RBF	13,33

This error is considered in one-year horizon from the potential decision taken by a creditor. The results show that only 3 models of discriminant analysis reached better efficiency than dynamic approach (22 financial ratios – full set; 5,88%). They are as follows: Mączyńska i Zawadzki (4,33%), Appenzeller and Szarzec (5,67%) and Mączyńska (5,67%). According to previous research neural networks work better if they are especially calibrated in relation to the number of ratios and sector of economy. However, the limited set (17 ratios) proved to be significantly better with a level of type II error reaching merely 2,94%. In two-year horizon, the efficiency slightly drops reaching the level of 11,76% and 8,82% respectively for the full set and limited set of ratios.

## 4. Conclusions

Making a wrong loan-granting decision can result in big financial losses. Therefore, credit risk estimation and correct classification of customers is a valid, up-to-day, significant issue. The objective of the research was to prove whether chosen method is characterised by increased accuracy and decreased time-consumption. This would mean more creditworthy applicants are granted financing and thereby increasing bank's profits and, on the other hand the method is relatively easy and intuitive.

The dynamic approach proved to be useful and relatively formalized. In comparison to other methods tested in previous research, it reached satisfactory level of efficiency depending on the set of ratios and 1- and 2-year horizon.

On the basis of the performed experiments a conclusion can be drawn that the dynamics of ratios (the range of change) is helpful in correct classification of healthy and unsound companies - potential clients of a bank.

The further research, combined with the prior study of input data, should follow the line of accurate selection of the ratios, depending on the business sector. In author's opinion, it is essential to implement in further research various methods of including and excluding the variables – preferably, independently for each method and for various sectors of economy. Moreover, one of the further directions of currently ongoing research, may lead to broadening the set of exogenous factors which, in author's opinion, significantly influence credit risk.

## References

- [1] Khemakhem, S., Boujelbènea, Y. 2015. *Credit risk prediction: A comparative study between discriminant analysis and the neural network approach*, Accounting and Management Information Systems Vol. 14, No. 1, pp. 60-78
- [2] Tyran, M., 2001. *Wskaźniki finansowe*, Dom Wydawniczy ABC–Oficyna Ekonomiczna, Kraków
- [3] Piasecki, K., Wójcicka A., 2017. *Neural networks versus discriminant analysis in the assessment of default*, referat na konferencji VII Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Zbigniewa Czerwińskiego “Matematyka i informatyka na usługach ekonomii”, 30-31.03.2017
- [4] Wójciak, M., Wójcicka, A., 2008. *Zdolności dyskryminacyjne wskaźników finansowych w ocenie kondycji finansowej podmiotów gospodarczych*, Taksonomia 15: Klasyfikacja i analiza danych - teoria i zastosowania, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
- [5] Wójciak, M., Wojcicka, A., 2007. *The Influence of Specific Information on the Credit Risk Level* in Advances in Data Analysis [editors: R. Decker, H.-J. Lenz], Springer, p. 547-554
- [6] Wójciak, M., Wójcicka, A., 2009. *The discriminative ability of financial ratios to evaluate the credit risk level*, red. P. Chrzan, T. Czernik. w: Metody matematyczne, ekonomiczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2007, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej (AE) w Katowicach
- [7] Wójcicka, A. 2016a. *Neural networks in credit risk evaluation of construction sector*, referat wygłoszony w dniu 18.10.2016 na konferencji MZBO'16 w Czerniejewie, – undergoing the review process

- [8] Wójcicka, A., 2016b. *Classification of trade sector entities in credibility assessment using neural networks*, referat wygłoszony w dniu 16.09.2016 na Econometric Research in Finance Workshop w Warszawie – undergoing the review process
- [9] Wójcicka, A., 2016c. *Credit-risk decision process using neural networks in industrial sectors*, referat wygłoszony w dniu 21.10.2016 na konferencji International Conference on Accounting, Finance and Financial Institutions. Theory Meets Practice, Poznań 19-21.10.2016
- [10] Wójcicka A., Wójtowicz T., *Wykorzystanie analizy wskaźnikowej w ocenie zdolności kredytowej przedsiębiorstwa - szanse i zagrożenia*, w: Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego (SGGW) w Warszawie: Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej 2009 nr 78, sWydawnictwo Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego (SGGW) w Warszawie, 2009

# Determination of Risk Measure by Assuming Laplace Distribution

Kateřina Zelinková<sup>1</sup>

## Abstract

Traditional model of Value at Risk suppose normal distribution which are very often not supported by real-life data because of heavy tails and asymmetry present in these data. Therefore it is appropriate to use another distribution. Laplace distribution can find most interesting and successful applications in modeling of financial data. The aim of this paper is determination Value at Risk by assuming Laplace distribution for different financial time series. We will expect, that it is appropriate for short time series then longer time series.

## Key words

Value at Risk, Laplace distribution, Backtesting.

**JEL Classification:** C16, G22

## 1. Úvod

Standardem pro měření a řízení tržních rizik je ukazatel hodnoty Value at Risk (*VaR*), jež kvantifikuje maximální ztrátu, která nebude se zvolenou pravděpodobností překročena v horizontu několika nejbližších dní. Problematika Value at Risk je popsána v celé řadě knih např. (Alexander, 2008), (Holton, 2003), (Hull, 2007) a (Jorion, 2007).

Tradiční rozdělení pravděpodobnosti pro výpočet Value at risk se předpokládá normální rozdělení pravděpodobnosti. Nicméně, v praxi tento předpoklad platí jen zřídka, protože konce rozdělení jsou silnější než v normálním rozdělení. Jednou z možných alternativ je použít Studentovo rozdělení, které má těžké konce nebo Laplaceovo rozdělení pravděpodobnosti, jež je předmětem příspěvku.

Cílem článku je stanovit VaR za předpokladu Laplaceova rozdělení pro různě dlouhé časové řady. Očekává se, že nejvhodnější bude používat toto rozdělení pro kratší časové řady.

Tento příspěvek je zpracován následovně: druhá kapitola je věnována popisu Laplaceovu rozdělení pravděpodobnosti. V následující kapitole se aplikovala teoretická východiska na tři různě dlouhé časové řady, tzn., že se odhadly hodnoty VaR za předpokladu Laplaceova rozdělení a následně je provedeno zpětné testování. Odhad VaR je proveden pro jeden den pro různé hladiny pravděpodobnosti.

## 2. Teoreticko – metodologická východiska Laplaceova rozdělení

Laplaceovo (oboustranné exponenciální) rozdělení se vyskytuje v případech, kdy jsou náhodné veličiny měřeny za podmínek kolísání rozptylu kolem určité střední hodnoty. Ve srovnání s normálním rozdělením je Laplaceovo rozdělení špičatější a má těžší konce. Funkce hustoty pro Laplaceovo rozdělení pravděpodobnosti je formulace

---

<sup>1</sup> Kateřina Zelinková, VŠB-TU Ostrava, Faculty of Economics, Department of Management, Sokolská tř. 33, 702 00, [katerina.zelinkova@vsb.cz](mailto:katerina.zelinkova@vsb.cz).

$$f(x; \mu; \sigma^2) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left(-\frac{|x - \mu|}{\sigma}\right), \quad (1)$$

kde  $\mu$  zobrazuje střední hodnotu,  $\sigma > 0$  vyjadřuje směrodatnou odchylku a náhodná proměnná  $x$  nabývá hodnot z intervalu  $(-\infty; \infty)$ .

Laplaceovo rozdělení se často objevuje v literatuře jako jedna z forem obecnějších rozdělení doporučovaných pro popis chování finančních časových řad; a připouští výskyt výrazněji odchýlených hodnot a využívá se jako „robustní alternativa“ normálního rozdělení.

Ukazatel Value at Risk je definován jako nejmenší predikovaná ztráta na dané hladině pravděpodobnosti za daný časový interval. Také lze charakterizovat Value-at-Risk jako jednostranný interval spolehlivosti potencionálních ztrát hodnoty portfolia po danou dobu držení. Výhodou tohoto kritéria je, že převádí všechna rizika na společný jmenovatel, změna hodnoty portfolia aktiv. Naopak nevýhodou hodnoty Value at Risk je, že nepodává úplný obraz o tržních rizicích, dává k dispozici jedno souhrnné číslo, které popisuje míru vystavení portfolia tržním rizikům a nezohledňuje rizika spojená s likvidací pozic. VaR vypočtený na jedné zvolené hladině pravděpodobnosti neodlišuje dvě portfolia s různým rizikovým profilem na nízkých hladinách pravděpodobnosti. Proto je vhodné vyčíslovat potenciální ztráty na různě extrémních hladinách pravděpodobnosti.

V poslední době je věnována řada publikací výpočtu VaR za předpokladu Laplaceova rozdělení (Kozubowski a Podgórska, 2001), (Sadefo, 2004), (Gerlach a Huang, 2013) a další. Pro výpočet hodnoty Value at Risk portfolia akcií s Laplaceovým rozdělením pravděpodobnosti lze využít následující vztah

$$VaR = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \ln(2\alpha)\sigma. \quad (2)$$

Pomocí Laplaceova rozdělení lze popsát rozdělení výnosů finančních aktiv, které se stalo velmi populární, protože ho lze použít pro data, která vykazují špičatost.

## 2.1 Zpětné testování

Zpětné testování (backtesting) je statistický proces, který spočívá v tom, že aktuální zisky nebo ztráty jsou srovnávány s odhadnutou hodnotou VaR. Zpětné testování je důležité pro zjištění kvality odhadu hodnoty VaR právě na minulých datech. Postup zpětného testování spočívá v tom, že jednotlivé dny porovnává s hodnotou VaR, která je určena modelem na základě informací známých z předchozího dne k uvažovanému dni a pozorovanou ztrátou uvažovaného dne. Dny, ve kterých skutečná ztráta přesáhne hodnotu VaR, se nazývají výjimky.

Pokud bude zaznamenán počet výjimek v přibližně  $1 - \alpha$  procentech případů, tak model je správný pro odhad hodnoty VaR. Pokud se vyskytne vyšší počet výjimek, tak model není vhodný, protože dochází k podhodnocování rizika. V případě nižšího počtu výjimek dochází k nadhodnocování rizika a z tohoto důvodu model také není vhodný (Kresta, 2016), (Kresta, 2011).

Jinak řečeno, nejprve se odhadne hodnota VaR pro den  $x$ , dále se pro odhad modelu použije časová řada korespondující s intervalem  $x-m$  až  $x-1$ , kde  $m$  je zvolená délka časové řady, na jejímž základě bude model odhadován. Následně se bude porovnávat ztráta pro daný den s modelem VaR pro den  $x$ . Tento postup se opakuje pro další dny, tzn. proměnná  $x$  se zvýší vždy o jedničku. V případě, že ztráta bude pro daný den větší než pro model VaR, tak proměnná  $I_t = 1$ , pokud VaR není překročen, tak proměnná  $I_t = 0$ . Matematicky lze zapsat binární proměnnou  $I_t$  následovně

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{jestliže ztráta} > VaR, \\ 0, & \text{jestliže ztráta} < VaR. \end{cases}$$

Zpětným testováním se ověřuje, zda pozorovaná pravděpodobnost výskytu výjimky  $\pi_{poz}$  je rovna očekávané pravděpodobnosti vzniku výjimky  $\pi_{ocek}$ . Tuto rovnost je potřeba statisticky otestovat. Nulová hypotéze je tedy

$$H_0 : \pi_{poz} = \pi_{ocek},$$

přičemž, očekávaná pravděpodobnost výskytu výjimky  $\pi_{ocek}$  je rovna hladině spolehlivosti  $\pi_{ocek} = 1 - \alpha$ .

Pravděpodobnost výskytu  $n_1$  výjimek v pozorováních je dána binomickým rozdělením pravděpodobnosti,

$$\Pr(n_1 | \pi_{ocek}, n) = \frac{n!}{(n-n_1)!} \cdot \pi_{ocek}^{n_1} (1-\pi_{ocek})^{n-n_1},$$

kde  $n!$  znamená faktoriál přirozeného čísla  $n$ . Pravděpodobnost, že skutečný počet výjimek bude roven nebo nižší než zvolená hranice  $x$ , je dána distribuční funkcí binomického rozdělení, která je následující

$$F_{Bi} = \Pr(n_1 \leq x | \pi_{ocek}, n) = \sum_{i=1}^x \frac{n!}{(n-i)!i!} \cdot \pi_{ocek}^i (1-\pi_{ocek})^{n-i}.$$

Pravděpodobnosti, že skutečný počet výjimek při  $n$  pozorováních a pravděpodobnosti výskytu výjimky  $\pi_{ocek} = 1 - \alpha$  bude vyšší než zvolená hranice  $x$ , lze vyjádřit jako doplněk distribuční funkce binomické rozdělení do jedné,

$$\Pr(n_1 > x | \pi_{ocek}, n) = 1 - F_{Bi} = \sum_{i=x+1}^n \frac{n!}{(n-i)!i!} \cdot \pi_{ocek}^i (1-\pi_{ocek})^{n-i}.$$

Při statistickém testování vhodnosti modelu pomocí různých softwarů se používá p-hodnota. P-hodnota vyjadřuje pravděpodobnost zamítnutí pravdivé nulové hypotézy a chyby I. druhu.

### 2.1.1 Kupiecův nepodmíněný test

Vhodným statistickým testem je test navržený Kupiecem (Kupiec, 1995), který je oboustranný, což znamená, že se testuje nevhodnost modelu jak z pohledu podhodnocení, tak z pohledu nadhodnocení rizika. Tento test je založen na následujícím věrohodnostním poměru

$$LR = \frac{\pi_{ocek}^{n_1} (1-\pi_{ocek})^{n_0}}{\pi_{poz}^{n_1} (1-\pi_{poz})^{n_0}}, \quad (3)$$

kde  $n_1$  je skutečný počet výjimek, pro která platí  $I_t = i$ ,  $n_0$  je počet pozorování označených jako nula (nedochází tedy k výjimce,  $n_0 = n - n_1$ ),  $\pi_{ocek}$  je očekávaná pravděpodobnost vzniku výjimky (tedy  $\pi_{ocek} = 1 - \alpha$ ) a  $\pi_{poz}$  je pozorovaná pravděpodobnost vzniku výjimky,

$$\pi_{poz} = \frac{n_1}{n_0 + n_1}. \text{ Testovací statistiku lze přepsat do tvaru}$$

$$LR = 2 \ln \left[ \left( 1 - \frac{n_1}{n_0 + n_1} \right)^{n_0} \left( \frac{n_1}{n_0 + n_1} \right)^{n_1} \right] - 2 \ln \left[ (1 - \pi_{ocek})^{n_0} \pi_{ocek}^{n_1} \right], \quad (4)$$

přičemž  $-2\ln(LR)$  má asymptoticky chi-kvadrát rozdělení s jedním stupněm volnosti.

### 2.1.2 Christoffersenův podmíněný test

Předpokladem zpětného testování je, že výskyt pozorovaných výjimek je v čase nezávislý a výjimky jsou rovnoměrně rozprostřeny v čase, což je problém při zpětném testování, protože často dochází velmi ke shlukování výjimek. Tímto předpokladem se zabýval Christoffersen (1998), který navrhl statistický test, pomocí kterého se ověruje náhodnost rozdělení výjimek v čase. Věrohodnostní poměr je následující

$$LR = \frac{\pi_{poz}^{n_1} (1 - \pi_{poz})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}} (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{11}^{n_{11}} (1 - \pi_{11})^{n_{10}}}, \quad (5)$$

kde  $n_{ij}$  je počet pozorování, pro které platí  $I_t = j \wedge I_{t-1} = i$ . Pozorovaný počet výjimek lze tedy vyjádřit jako  $n_i = n_{01} + n_{11}$  a pozorovaný počet „nevýjimek“ lze vyjádřit jako  $n_o = n_{00} + n_{10}$ .

Pro pravděpodobnosti dále platí  $\pi_{ij} = \Pr(I_t = j | I_{t-1} = i)$ ,  $\pi_{poz} = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$ . Rovněž

u tohoto testu má  $LR$  asymptoticky chi-kvadrát rozdělení s jedním stupněm volnosti. Pro tento test je stanovena nulová hypotéza

$$H_0 : \pi_{01} = \pi_{11},$$

kde  $\pi_{01}$  vyjadřuje pravděpodobnost vzniku výjimky, pokud jí nepředcházela výjimka a  $\pi_{11}$  pak znamená pravděpodobnost, že po výjimce opět nastane výjimka.

## 3. Stanovení VaR a CVaR za předpokladu Laplaceova rozdělení

Metodologie Value at Risk a přístup Conditional Value at Risk budou aplikovány na akciové portfolio, které je sestaveno z 30 nejvíce obchodovatelných akcií na americkém trhu v druhém kvartálu roku 2016. Ceny akcií byly zjištovány za období od září 2000 do prosince 2015. Ceny akcií byly zjištovány z databáze portálu [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com). Časová řada jednotlivých titulů je rozdělena do tří období:

- I. Období: 3. 1. 2000 – 31. 12. 2007 počet údajů: 2010
- II. Období: 2. 1. 2008 – 31. 12. 2012 počet údajů: 1259
- III. Období: 2. 1. 2013 – 31. 12. 2015 počet údajů: 756

Po zjištění potřebných informací o daném portfoliu a sestavení časových řad vývoje cen jednotlivých akcií byla vypočtena další data, potřebná pro výpočet hodnoty VaR. Těmito daty byly denní výnosy těchto akcií. Tyto denní výnosy byly vypočteny spojitě. Následně bylo sestaveno portfolio. V Tabulka 1 jsou uvedeny základní charakteristiky portfolia pro různá období.

Tabulka 1: Základní charakteristiky

Portfolio v období	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Šikmost	Špičatost
<b>I. období</b>	-0,0340%	1,931%	0,229135	3,416682
<b>II. období</b>	-0,0028%	2,061%	-0,2707	4,85898
<b>III. období</b>	0,0368%	1,012%	-0,4436	1,07801

Nyní jsou známy všechny parametry, a tudíž se může přejít k samotnému výpočtu hodnoty VaR. Hladina významnosti je stanovena ve výši 15 %, 10 %, 5 %, 1 % a 0,5 %. Časový horizont je jeden den. V následující tabulce jsou ukázány odhadnuté hodnoty VaR za předpokladu Laplaceova rozdělení, viz Tabulka 2.

*Tabulka 2: Odhad hodnoty VaR pro I. období*

Hladina významnosti	15%	10%	5%	1%	0,5%
VaR pro I. období	1,64%	2,20%	3,14%	5,34%	6,29%
VaR pro II. období	1,75%	2,35%	3,36%	5,70%	6,71%
VaR pro III. období	0,86%	1,15%	1,65%	2,80%	3,30%

Za předpokladu Laplaceova rozdělení a hladiny významnosti 0,5 % je riziko, zastoupené hodnotou VaR ve výši 6,29 %, což znamená, že za předpokladu hladiny významnosti 0,5 % bude predikovaná ztráta větší nebo rovna právě 6,29 % z hodnoty daného portfolia.

Nyní se musí provést verifikace údajů dle zpětného testování. Zpětné testování je provedeno pro všechny modely, tedy pro model I. období, kde je počet údajů 2010, pro II. období, kde je počet dat 1259 a pro třetí období, kde je počet údajů 756. Pro zvolené hladiny významnosti 15 %, 10 %, 5%, 1% a 0,5% lze předpokládat pro zvolený model daný počet výjimek.

Postup zpětného testování spočívá v tom, že pro I. období se vypočítala hodnota VaR ke dni 3. 1. 2000, přičemž se bralo v úvahu posledních 64 denních výnosů, tedy za období od 1. 10. 1999 do 31. 12. 1999 a tato hodnota se porovnala se ztrátou. V případě, že hodnota VaR dle zpětného testování byla větší než ztráta daného dne, tak se jednalo o výjimku. Tento postup byl opakován pro všechny dny a období.

Pokud byl vyšší výskyt výjimek než předpokládaný počet, tak daný model (hodnota VaR za předpokladu daného typu rozdělení) podhodnocuje riziko, naopak v případě nižšího počtu výjimek model riziko nadhodnocuje. Počty výjimek jsou uvedeny v následující tabulce, viz Tabulka 3.

*Tabulka 3: Počty výjimek pro jednotlivé modely a hladiny spolehlivosti*

Hladina významnosti	I. období		II. Období		III. období	
	Předpokládaný počet výjimek	Pozorovaný počet výjimek	Předpokládaný počet výjimek	Pozorovaný počet výjimek	Předpokládaný počet výjimek	Pozorovaný počet výjimek
15,0%	302	405	189	218	114	<b>116</b>
10,0%	201	320	126	154	76	<b>79</b>
5,0%	101	<b>94</b>	63	79	38	<b>36</b>
1,0%	20	76	13	24	8	<b>6</b>
0,5%	10	29	6	10	4	<b>8</b>

Tučně zvýrazněné hodnoty lze na 5% hladině pravděpodobnosti přijmout na základě Kupiecova testu za rovné předpokládanému počtu výjimek. Pro I. období platí, že při vyšších hladinách významnosti (15 % a 10 %) byl vyšší počet napozorovaných výjimek než se předpokládalo, tzn., že hodnota VaR je podhodnocena. Pro II. období jsou vyšší počet napozorovaných výjimek pro všechny hladiny významnosti. Naopak pro III. období lze na všech hladinách přijmout hodnoty za rovné předpokládanému počtu výjimek.

Problém, který může při zpětném testování vznikat, je shlukování výjimek. Pomocí Christoffersenova testu nezávislosti výjimek bylo testováno, zda je pravděpodobnost vzniku výjimky nezávislá na skutečnosti, zda ji předcházela či nepředcházela výjimka. *P*-hodnoty daného testu pro jednotlivé modely jsou zobrazeny, viz Tabulka 4.

Tabulka 4: P-hodnoty Christoffersenova testu na nezávislost výjimek v čase

Hladina významnosti	Pozorovaný počet výjimek		
	I. období	II. Období	III. období
15,0%	0,000	0,000	0,001
10,0%	0,000	0,000	0,000
5,0%	0,064	0,087	0,062
1,0%	0,152	0,092	0,055
0,5%	0,078	0,810	0,070

Hodnoty vyšší jak 0,05 znamenají, že P-hodnota je větší než hladina pravděpodobnosti, a proto se přijímá nulová hypotéza, která znamená, že pravděpodobnost vzniku výjimky, pokud ji nepředcházela výjimka, je rovna pravděpodobnosti, že po výjimce opět výjimka nastane. Za předpokladu vyšších hladin významnosti je nulová hypotéza zamítnuta.

## 4. Závěr

Risk management je oblast řízení zaměřující se na analýzu a snížení rizik pomocí různých metod a technik prevence rizik, které eliminují existující nebo odhalují budoucí faktory zvyšující riziko. Instituce, které používají risk management, zejména banky a pojišťovny, musí přijmout určitou míru rizika, bez níž nemohou dosáhnout zisku. Standardem pro měření a řízení tržních rizik je ukazatel hodnoty Value at Risk (*VaR*), pomocí jehož se kvantifikuje maximální ztráta, která nebude se zvolenou pravděpodobností překročena v horizontu několika nejbližších dní. V současné době jde o jednu z nejpoužívanějších metod pro měření tržního rizika portfolia a také se používá pro stanovení kapitálového požadavku v bankách či v pojišťovnách. Z tohoto důvodu je této metodě věnováno řada publikací a článků s různými přístupy.

Tento příspěvek byl věnována problematice Value at Risk za předpokladu Laplaceova rozdělení pravděpodobnosti a následně zpětnému testování. Cílem článku je stanovit VaR za předpokladu Laplaceova rozdělení pro různě dlouhé časové řady. Na základě zpětného testování bylo dokázáno, že nejvhodnější je použít právě Laplaceovo rozdělení pravděpodobnost pro kratší časové řady.

## Acknowledgements

Tento příspěvek je publikován za podpory z projektu SP2017/125 Aplikace outrankingových metod s nejistotou v ekonomice a managementu.

## References

- [1] ALEXANDER, C.: (2008). *Value at Risk models*. Chichester, John Wiley& Sons Inc.
- [2] HOLTON, G. A.: (2003). *Value-at-risk: theory and practice*. Boston: Academic Press.
- [3] HULL, J. C. (2007). *Risk management and Financial Institutions*. New Jersey, Pearson Education.
- [4] JORION, P. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. New York, McGraw-Hill.

- [5] KOZUBOWSKI, Tomasz J. and Krzysztof PODGÓRSKI. (2001). Asymmetric Laplace laws and modeling financial data. *Journal Mathematical and Computer Modelling: An International Journal*. 34. (11), p. 1003.
- [6] SADEFO KAMDEM, JULES. (2004) VaR and ES for linear portfolios with mixture of generalized Laplace distributions risk factors. *Annals of Finance*. 08(01), p. 123.
- [7] GERLACH, Richard, Zudi LU and Hai HUANG. (2013). Exponentially Smoothing the Skewed Laplace Distribution for Value-at-Risk Forecasting. *Journal of Forecasting*. 32(6), p.534.
- [8] KRESTA, A. (2016). *Kvantitativní metody investování s aplikacemi v prostředí MATLAB*. Ostrava, VŠB-TU.
- [9] KRESTA, A. (2011). Testování vybraných modelů odhadu hodnoty VaR. *Ekonomická revue - Central European Review of Economics Issues*. 14, p. 201.
- [10] CHRISTOFFERSEN, P.F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*. 39(4), p. 841.
- [11] KUPIEC, P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*. 3(2), p. 73.

# Risk Analysis of Fundamental Portfolio of Investment

Katarzyna Zeug-Żebro, Monika Miśkiewicz-Nawrocka<sup>1</sup>

## Abstract

Investor building a portfolio of securities often uses a classical approach that is based on basic characteristics, such as rate of return on investment and variation of rate of return (investment risk). The alternative is a fundamental approach, which assumes, that the main influence on market phenomena have economic processes occurring outside the stock market. In this approach, the underlying optimization criterion is the sum of the values of the synthetic measures describing the fundamental strength of the companies included in the portfolio, weighted by the shares in the portfolio. Yet another concept is the connection of the classic Markowitz portfolio with elements of assessment the fundamental strength of the companies included in the portfolio. The paper aims to diversify the risk of the investment portfolio. For this purpose, modified fundamental portfolios of securities and a classic portfolio will be constructed.

## Key words

portfolio analysis, stock exchange, taxonomic measure of investment attractiveness, index of relative development level

**JEL Classification:** C8, E11, G4

## Introduction

Portfolio analysis is one of the most important elements of an investment strategy. On the basis of this analysis can eliminate a significant part of the risk associated to investing in the shares (Mastalerz-Kodzis, Pośpiech, 2010). In addition to the classical concept of Markowitz (1952), researchers have developed methods which are its modifications, but they have also created new, alternative tools (Miśkiewicz-Nawrocka, Zeug-Żebro, 2016). One of them was the combination of methods derived from multidimensional comparative analysis, with elements of fundamental analysis (in particular indicator analysis). Research has shown that the use of indicator analysis in portfolio analysis leads to a significant increase in efficiency of investment. The optimization criterion in this method is to maximize the sum of the values of the synthetic measures describing the fundamental strength of the companies included in the portfolio. Another proposal is the construction of a modified fundamental portfolio in which a risk measure is included in the objective function (Tarczyński, 2014). The resulting pattern for the variance of the portfolio is the classical variance of the portfolio according to Markowitz, corrected for the level of synthetic indices assigned to the companies included in the portfolio.

The aim of the paper will be to an attempt to diversify the risk of the investment portfolio, based on the constructed optimal portfolios determined on the value of the taxonomic measure of investment attractiveness (TMAI), the index of relative development level (IRDL) and Markowitz portfolio. In the study we used the financial time series which were the shares price of selected companies listed on the Warsaw Stock Exchange and the indicators

---

<sup>1</sup> Katarzyna Zeug-Żebro, Ph.D., University of Economics in Katowice, [katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl](mailto:katarzyna.zeug-zebro@ue.katowice.pl), Monika Miśkiewicz-Nawrocka, Ph.D., University of Economics in Katowice, [monika.miskiewicz@ue.katowice.pl](mailto:monika.miskiewicz@ue.katowice.pl).

describing the economic and financial situation of companies. The data cover the period from 1.01.2016 to 31.07.2017.

## 1. Selected measures of multidimensional comparative analysis

Multidimensional comparative analysis enables an objective fundamental evaluation of a company. It includes methods and techniques allows to compare multivariate objects according to a predetermined criterion. It allows, inter alia, the consideration of the problem of hierarchization of objects and their sets included in multidimensional spaces of features from the point of view of a some characteristic, which is impossible to measure directly (Tarczyński, 1997).

### 1.1 TMAI - Taxonomic measure of investment attractiveness

One of the methods for the selection of companies that will be included in the optimal portfolio is to determine a taxonomic measure of investment attractiveness (TMAI) (Tarczyński, 1994, 1999). This method allows for a comprehensive evaluation of the companies based on key financial and market indicators and present them in the form of synthetic measure.

Building a taxonomic measure consists of three stages (Mastalerz-Kodzis, 2012). Having data matrix, we normalize (standardize) the values, following the formula:

$$y_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_j) / S_j, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m, \quad (1)$$

where:  $\bar{x}_j$  mean of feature  $j$ ,  $S_j$  standard deviation for  $j$ .

Next, the module method is used, and in the normalized matrix of  $m$  variables, the highest value is taken, module  $y_{0j}$ . The Euclidean distance from the module is calculated, using the formula:

$$d_i = \left[ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (y_{ij} - y_{0j})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

The shorter the distance of the given object from the module, the lower is the value  $d_i$ . The obtained variable is not normalized, which next is transformed into a stimulant using the formula:

$$TMAI_i = 1 - d_i / d_0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

where:

$TMAI_i$  – taxonomic development measure for object  $I$ ,

$d_i$  – distance of  $I$  object from module,

$d_0$  – standard to assure that variable  $TMAI_i$  will take values ranging from 0 to 1, for example:

$$d_0 = \bar{d} + 2S_d, \quad (4)$$

where:  $\bar{d}, S_d$  - mean and standard deviation  $d_i$ .

### 1.2 IRDL – index of relative development level

The index of relative development level is an alternative to the standard taxonomy measure (Łuniewska, Tarczyński, 2006.). It is based on the following patterns:

$$IRDL_i = \frac{\sum_{j=1}^m z_{ij}}{\sum_{j=1}^m \max_i \{z_{ij}\}}, \quad (5)$$

where:

$IRDL_i$  - index of relative development level (synthetic measure of development without pattern),

$$z_{ij} = y_{ij} + \left| \min_i \{y_{ij}\} \right|, \quad (6)$$

$y_{ij}$  is defined as in measure TMAI.

The index of relative development level is normalized, the greater its value, the better the position of the object in the ranking.

## 2. Construction of securities portfolios

Contribution of shares in the portfolio were established based on the following optimization problems (Table 1):

Table 1: Optimization problems

Model I	Model II	Model III
$\min S_p^2$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$	$\max \left( \sum_{i=1}^m TMAI_i x_i \right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$ $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$	$\max \left( \sum_{i=1}^m IRDL_i x_i \right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^m S_i x_i \leq S_0$ $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$
Model IV		
$\min \left( \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m x_i x_j S_i S_j \rho_{ij} (1 - TMAI_i) (1 - TMAI_j) \right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$	$\min \left( \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m x_i x_j S_i S_j \rho_{ij} (1 - IRDL_i) (1 - IRDL_j) \right)$ $R_p \geq R_0$ $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ $x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$	

where:  $S_p$  - the risk of the portfolio m-shares:

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^m x_i^2 S_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m x_i x_j S_i S_j \rho_{ij}, \quad (7)$$

$S_i$  - the standard deviation for  $i$ -company,

$\rho_{ij}$  - the correlation coefficient of  $i$ -share with  $j$ -share,

$x_i$  - contribution of  $i$ -share in the portfolio,

$R_p$  - the expected rate of return on the portfolio:  $R_p = \sum_{i=1}^m x_i R_i$ ,

$R_i$  - the expected rate of return for  $i$ -company,

$R_0$  - average rate of return for companies,

$S_0$  - mean standard deviation,

$TMAI_i$  - the taxonomic measure of investment attractiveness for  $i$ -company,

$IRDL_i$  - the index of relative development level for  $i$ -company.

### 3. Empirical analysis of proposed models

The study covered the financial time series which were the shares price of selected companies listed on the Warsaw Stock Exchange<sup>2</sup> (Table 2). One of the conditions for selecting companies to study was the positive value of the expected rate of return. In analysis used data cover the period from 1.01.2016 to 31.07.2017.

The study of selected time series was conducted in the following stages:

1. Determination of the expected rate of return  $R_i$  and standard deviation of return rates  $S_i$ .
2. Calculation of economic and financial indices describing the condition of the company<sup>3</sup> (Nawrocki, Jabłoński, 2011):
  - ROE return of equity index (net profit/own capital),
  - ROS return on sales index (net profit/net sales),
  - P/E price earnings ratio (price/earnings),
  - P/BV price to book ratio (price/book value),
  - P/S price to sales ratio (price/sales).
3. Estimation of measures of multidimensional comparative analysis: TMAI and IRDL.
4. Construction of investment portfolios.
5. Finally, calculation of the seven-month return rates for designated portfolios.

Conducted empirical studies allowed to determine expected return rates and standard deviation of return rates of the analyzed time series. The values are shown in Table 2.

Table 2: Estimation results of standard deviation and expected rate of return for time series of selected companies

	$R_i$	$S_i$
MBANK	0.000573	0.022370
CCC	0.001974	0.020550
JSW	0.008580	0.045200
TAURONPE	0.000288	0.021565
PZU	0.000134	0.018070
CYFRPLSAT	0.000775	0.017815
ASSECOPOL	0.000190	0.015327
PGNIG	0.000710	0.021487
LOTOS	0.001643	0.016755
PKOBP	0.000403	0.019396
BZWBK	0.000799	0.021627
LPP	0.000464	0.026275
PKNORLEN	0.001227	0.017702

In the next step of research, measures TMAI and IRDL were determined (Table 3). The calculations were made on the basis of positive economic and financial indices, which were estimated used the data included in the financial statements for the fourth quarter of 2016.

<sup>2</sup> The data comes from [www.bossa.pl](http://www.bossa.pl) [access: 1.04.2017].

<sup>3</sup> The data comes from [www.money.pl](http://www.money.pl) [access: 3.08.2017].

Table 3: Economic and financial indices and obtained results of estimation: TMAI and IRDL

	P/S	P/E	P/BV	ROE	ROS	TMAI	IRDL
MBANK	3.030	14.760	1.380	7.640	18.030	0.201	0.201
CCC	3.020	31.480	8.190	28.560	8.440	0.360	0.525
JSW	1.480	1487.800	2.490	23.330	12.080	0.394	0.476
TAURONPE	0.380	18.170	0.400	4.130	3.870	0.064	0.003
PZU	1.730	20.490	3.070	18.740	214.090	0.402	0.467
CYFRPLSAT	1.710	15.970	1.470	10.300	11.740	0.183	0.151
ASSECOPOL	0.460	12.050	0.660	5.450	3.640	0.081	0.023
PGNIG	1.160	16.420	1.210	8.020	7.570	0.141	0.095
LOTOS	0.440	9.100	1.070	15.360	5.880	0.139	0.107
PKOBP	3.050	15.440	1.360	8.500	19.920	0.208	0.210
BZWBK	3.980	16.940	1.860	9.900	22.730	0.239	0.283
LPP	2.120	72.710	5.990	6.230	2.010	0.246	0.259
PKNORLEN	0.570	8.670	1.700	24.730	7.540	0.185	0.200

Next, constructed 20 investment portfolios based on solving optimization problems: model I – model V. Criteria for selection of companies to a portfolio are shown in Table 1. Due to the value of the synthetic measure TMAI analyzed companies were divided into four groups:

- the company's very good:  $TMAI_i \geq \overline{TMAI} + S_{TMAI}$ ,
- the good company:  $\overline{TMAI} + S_{TMAI} > TMAI_i \geq \overline{TMAI}$ ,
- the company's average:  $\overline{TMAI} > TMAI_i \geq \overline{TMAI} - S_{TMAI}$ ,
- the weak company:  $\overline{TMAI} - S_{TMAI} > TMAI_i$ ,

where:  $\overline{TMAI}$  - average value of TMAI for the analyzed companies,

$S_{TMAI}$  - standard deviation of TMAI for the analyzed companies.

The number 1 - 5 portfolios contain shares that are the solution of optimization problems included in the I-V models. For the portfolios 1 ' - 5 ', 1 " - 5 " and 1 " - 5 "", additional assumptions were made: only very good and good companies were considered and  $x_i \leq 0,3$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Details on the construction of the portfolios are given in Table 4.

Table 4: Conditions for selection of companies for the optimal portfolios

Portfel 1	Portfel 2	Portfel 3	Portfel 4	Portfel 5
Model I	Model II	Model III	Model IV	Model V
<b>Portfel 1'</b>	<b>Portfel 2'</b>	<b>Portfel 3'</b>	<b>Portfel 4'</b>	<b>Portfel 5'</b>
Model I Very good and good companies	Model II Very good and good companies	Model III Very good and good companies	Model IV Very good and good companies	Model V Very good and good companies
<b>Portfel 1''</b>	<b>Portfel 2''</b>	<b>Portfel 3''</b>	<b>Portfel 4''</b>	<b>Portfel 5''</b>
Model I $x_i \leq 0,3$	Model II $x_i \leq 0,3$	Model III $x_i \leq 0,3$	Model IV $x_i \leq 0,3$	Model V $x_i \leq 0,3$
<b>Portfel 1'''</b>	<b>Portfel 2'''</b>	<b>Portfel 3'''</b>	<b>Portfel 4'''</b>	<b>Portfel 5'''</b>
Model I Very good and good companies $x_i \leq 0,3$	Model II Very good and good companies $x_i \leq 0,3$	Model III Very good and good companies $x_i \leq 0,3$	Model IV Very good and good companies $x_i \leq 0,3$	Model V Very good and good companies $x_i \leq 0,3$

Shares in investment portfolios were estimated by Solver tool. Then the return rate and the risk of each portfolio were calculated. The results are shown in Table 5.

Table 5: The expected rate of return and risk of the portfolio

	<b>Portfel 1</b>	<b>Portfel 2</b>	<b>Portfel 3</b>	<b>Portfel 4</b>	<b>Portfel 5</b>
Rate of return	0.00137	0.00137	0.00197	0.00137	0.00197
Risk	0.01064	0.01698	0.02055	0.01480	0.02055
	<b>Portfel 1'</b>	<b>Portfel 2'</b>	<b>Portfel 3'</b>	<b>Portfel 4'</b>	<b>Portfel 5'</b>
Rate of return	0.00239	0.00239	0.00239	0.00858	0.00858
Risk	0.01568	0.01897	0.01978	0.04520	0.04520
	<b>Portfel 1''</b>	<b>Portfel 2''</b>	<b>Portfel 3''</b>	<b>Portfel 4''</b>	<b>Portfel 5''</b>
Rate of return	0.00137	0.00150	0.00153	0.00330	0.00323
Risk	0.01064	0.01482	0.01468	0.01644	0.01653
	<b>Portfel 1'''</b>	<b>Portfel 2'''</b>	<b>Portfel 3'''</b>	<b>Portfel 4'''</b>	<b>Portfel 5'''</b>
Rate of return	0.00239	0.01738	0.00297	0.00329	0.00329
Risk	0.01571	0.00297	0.01738	0.01703	0.01675

Analyzing the data presented in the table 5, it can be stated that the portfolio 2'' designated on the basis of measure TMAI characterized the highest expected rate of return and the lowest risk. The modification of the objective functions in models 4 and 5, associated with joining the classical risk measures with TMAI and IRDL measures, affects only marginally at the expected rate of return on a portfolio and doesn't reduce the risk associated with investing in such a portfolio. However, adding additional conditions made these portfolios prove to be effective (portfolios 4', 5', 4'', 5'', 4''' and 5''''). The highest level of risk was characterized usually for portfolios constructed on the basis of models 3, 4 and 5.

Finally, seven-month return rates (for designated portfolios) were calculated. In the study used period 1.01.2017-31.07.2017. The results are shown in Table 6.

Table 6: The seven-month rate of return for constructed investment portfolios

	<b>Portfel 1</b>	<b>Portfel 2</b>	<b>Portfel 3</b>	<b>Portfel 4</b>	<b>Portfel 5</b>
Rate of return of portfolio (%)	12.8719	28.5246	19.8723	-9.4809	19.8723
	<b>Portfel 1'</b>	<b>Portfel 2'</b>	<b>Portfel 3'</b>	<b>Portfel 4'</b>	<b>Portfel 5'</b>
Rate of return of portfolio (%)	22.8059	29.2877	19.9559	23.7369	23.7369
	<b>Portfel 1''</b>	<b>Portfel 2''</b>	<b>Portfel 3''</b>	<b>Portfel 4''</b>	<b>Portfel 5''</b>
Rate of return of portfolio (%)	12.8210	21.0352	21.0394	14.4083	20.0520
	<b>Portfel 1'''</b>	<b>Portfel 2'''</b>	<b>Portfel 3'''</b>	<b>Portfel 4'''</b>	<b>Portfel 5'''</b>
Rate of return of portfolio (%)	22.8966	21.5207	21.5207	21.7021	21.7021

The data presented in Table 6 shows that the largest profit in the analyzed period could be obtained by investing in portfolios 2' i 2. One of the optimal solution is characterized by negative rate of return, which is connected with big fluctuations of stock value prices during the period considered. The lowest rate of return for all optimization models (except portfolio 4) obtained for the portfolio 1 i 1" created on basis classical Markowitz model. In the portfolios 3, 5 and 4', 5' and 2'', 3''' and 4'''', 5''' the profit were the same.

#### 4. Conclusions

In the paper studied attempts to construct the optimal portfolio of shares based on the value of taxonomic measure of investment attractiveness, the index of relative development level and classic Markowitz model. The paper proposed also a concept of a modified fundamental securities portfolio which is an alternative to the classic Markowitz model. The study has revealed that portfolios constructed on basis a modified fundamental models (model 4 and 5), they are not more effective than just fundamental models (model 2 and 3). However, the studies confirm the validity of combining the portfolio analysis with elements of the fundamental analysis. Fundamental portfolios are more effective than constructed basis on classic Markowitz model. It should also be mentioned that the fundamental portfolio based on

the TMAI measure gives better results than that built on the basis of the IRDL measure. The results encourage further research in this direction.

## References

- [1] Łuniewska, M., Tarczyński, W.(2006). *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa.
- [2] Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. "Journal of Finance", p.77-91.
- [3] Mastalerz-Kodzis, A., Pośpiech, E.(2010). *Share portfolio on the Polish Capital Market in Conditions of Financial Crisis*. [in:] Dluhosova, D. (ed), *Managing and modeling of financial risks*, Ostrava, p. 253-260.
- [4] Mastalerz-Kodzis, A.(2012). *Application of fundamental analysis methods to compare efficiency of complex portfolios consisting of values listed on stock exchange* . [in:] Ramik, J., Stavarek, D. (eds.), *Proceedings of 30<sup>th</sup> International Conference Mathematical Methods in Economics*, Karvina, p. 546-551.
- [5] Miśkiewicz-Nawrocka, M., Zeug-Żebro, K.(2016): *The application of chosen measures of deterministic chaos to building optimal portfolios*. [In:] A. Kocourek, M. Vavroušek (eds.), *Proceedings of 34<sup>th</sup> International Conference Mathematical Methods in Economics*, Liberec, p. 570-575.
- [6] Nawrocki, T., Jabłoński, B.(2011). *Inwestowanie na Rynku Akcji. Jak Oceńić Potencjał Rozwojowy Firm Notowanych na GPW w Warszawie*. Wydawnictwo CeDeWu.
- [7] Tarczyński, W. (1994). *A taxonomic measure of the attractiveness of investments in securities*. Przegląd Statystyczny, No 3/94, p. 275–300.
- [8] Tarczyński, W. (1997). *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*. Placet. Warszawa.
- [9] Tarczyński, W.(1999). *The fundamental attitude to building a stock portfolio*. Argumenta Oeconomica No 1(7), Wrocław, p. 153–168.
- [10] Tarczyński, W.(2014). Different variants of fundamental portfolio. *Folia Oeconomica Stetinensis* No 14(1), Szczecin, p. 47–62.
- [11] [www.bossa.pl](http://www.bossa.pl) [access: 1.04.2017].
- [12] [www.money.pl](http://www.money.pl) [access: 3.08.2017].
- [13] [www.gpw.pl](http://www.gpw.pl) [access: 3.08.2017].

# Bond valuation under risk, flexibility and interaction on a game theory basis

Zdeněk Zmeškal, Dana Dluhošová <sup>1</sup>

## Abstract

Valuation and decision making is realised under different conditions. The basic characteristics are following risk, flexibility and interaction. Bond price depends on valuation conditions. The objective of the paper is to derive, describe the models of bond prices under risk, flexibility and interaction. Interaction is deal with game theory. There are derived and described bond prices. There are bond prices calculated and compared under binomial model based on the Ho-Lee arbitrage model for forward rates. Conclusions and findings are that valuation conditions substantially influence bond prices and therefore have to be included in valuation process.

## Key words

Game theory, bond valuation, two-person game, risk, flexibility, interaction, game real option

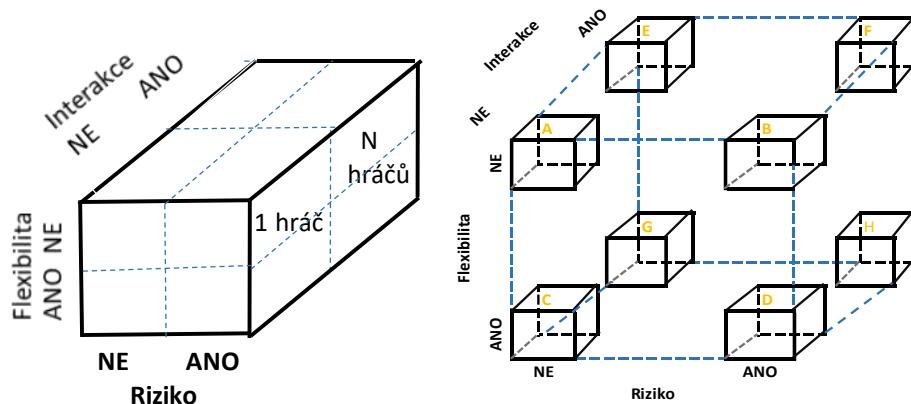
**JEL Classification:** C6, C7, C 44, C53, C72, C73, F2, F21, G1, G11, G15, G2, G21

## 1. Úvod

Oceňování finančních instrumentů a rozhodování probíhá za různých podmínek. Klíčovými charakteristikami (faktory) jsou: riziko, flexibilita, interakce. Rizikem se rozumí vývoj podkladového aktiva podle stochastického procesu, tedy neurčitost je vyjádřena rozdělením pravděpodobnosti. Flexibilitou se chápe možnost rozhodování v budoucnu, manažerské zásahy, volba (opce) variant postupu. Interakce znamená, že rozhodnutí jednoho subjektu závisí na rozhodnutí jiného subjektu. Jedná se o problematiku teorie her.

Cílem příspěvku je odvodit a popsát modely cen obligace za různých podmínek, viz Obr. 1, Tab. 1. Dále na reálných datech porovnat ceny obligace a posoudit vliv na jejich cenu. Zejména je pozornost věnována stanovení ceny obligace za podmínek teorie her.

Obr. 1 Varianty oceňování za rizika, flexibility a interakce



<sup>1</sup> prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal, prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová, Department of Finance, Faculty of Economics, VŠB-TU Ostrava, Sokolská třída 33, 700 32 Ostrava. Email: Zdenek.Zmeskal@vsb.cz, Dana.Dluhosova@vsb.cz

Tab.1 charakteristika variant oceňování

Varianta	faktory oceňování			Charakteristika	Metoda oceňování
	Riziko	Flexibilita	Interakce		
A	NE	NE	NE	bez rizika bez flexibility bez protihráčů	bezriziková současná hodnota
B	ANO	NE	NE	za rizika bez flexibility bez protihráčů	upravený náklad kapitálu, jistotní ekvivalent
C	NE	ANO	NE	bez rizikaza flexibility bez protihráčů	bezriziková americká opce
D	ANO	ANO	NE	za rizika za flexibility bez protihráčů	americká stochastická opce
E	NE	NE	ANO	bez rizika bez flexibility s protihráči	evropská opce s herní výplatní funkcí
F	ANO	NE	ANO	za rizika bez flexibility s protihráči	evropská stochastická opce herní výplatní funkci
G	NE	ANO	ANO	bez rizika za flexibility s protihráči	americká bezriziková opce s herní výplatní funkci
H	ANO	ANO	ANO	za rizika za flexibility s protihráči	americká stochastická opce s herní výplatní funkci

Herní výplatní funkce znamená, že výplatní funkce vzniká interakcí hráčů na bázi Nashovy rovnováhy dle teorie her

## 2. Modely cen obligací dle podmínek

V této části jsou modely stanovení cen obligace za určitosti, rizika, flexibility a interakce.

### Cena obligace za určitosti

Cenu lze stanovit pomocí spotových úrokových sazob a forwardových sazob. V případě spotových sazob

$$B_t = \sum_{\tau=t}^T c_\tau \cdot (1 + R_{T-\tau})^{-(T-\tau)} + NH \cdot (1 + R_{T-t})^{-(T-t)},$$

kde  $B_t$  je cena obligace,  $c_t$  je kuponová platba,  $NH$  je nominální hodnota,  $R_t$  je spotová sazba,  $T$  je doba splatnosti.

Druhou možností je použít forwardové sazby  $f_t$  a pomocí známé Bellmanovy rovnice použít rekurentní vzorce následovně

$$B_T = c_T + NH, \quad B_t = B_{t+1} \cdot (1 + f_t)^{-1} + c_t, \quad \forall t \in [0; T-1].$$

### Cena obligace za rizika

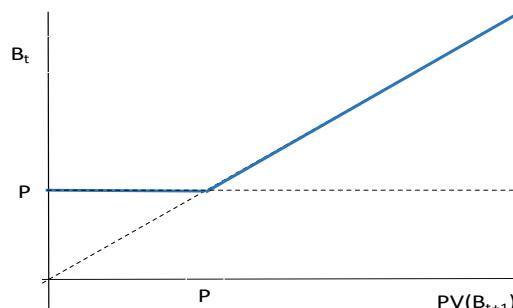
$$B_T = c_T + NH, \quad B_t = E_t(B_{t+1}) \cdot (1 + f_t)^{-1} + c_t, \quad \forall t \in [0; T-1]. \quad (1)$$

### Cena obligace za flexibility

**Americká put opce na obligaci**, dlouhá (long) pozice. Je to pozice kupujícího, který má právo koupit obligaci za předem dohodnutou cenu  $P$ .

$$B_T = \max(c_T + NH; P), \quad B_t = \max[E_t(B_{t+1}) \cdot (1 + f_t)^{-1}; P] + c_t, \quad \forall t \in [0; T-1]. \quad (2)$$

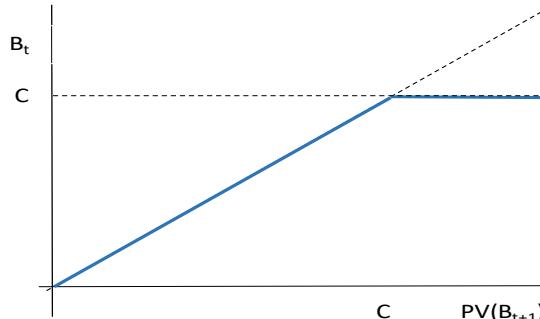
Obr. 2 Cena obligace na long put opci



**Americká call opce na obligaci**, krátká (short) pozice. Je to pozice prodávajícího, který má povinnost prodat obligaci za předem dohodnutou cenu  $C$ .

$$B_T = \min(c_T + NH; C), \quad B_t = \min\left[E_t(B_{t+1}) \cdot (1 + f_t)^{-1}; C\right] + c_t, \quad \forall t \in [0; T-1]. \quad (3)$$

Obr. 3 Cena obligace při short call opci



#### Cena obligace za interakce (teorie her)

Obligace s americkou long put opcí a short call opcí. Je to hra dvou hráčů nekooperativní s nulovým součtem. Hráč A je vlastníkem (long pozice) americké put opce na obligaci a má právo prodat obligaci za předem dohodnutou cenu  $P$ . Hráč B má povinnost koupit tuto obligaci za předem dohodnutou cenu  $P$ . Na druhé straně hráč B je vlastníkem americké call opce na obligaci a má právo koupit obligaci za předem dohodnutou cenu  $C$ . Hráč A je povinen prodat obligaci za předem dohodnutou cenu  $C$ .

Tab.2 Dvoumaticová hra a kombinace využití a nevyužití opcí dle hráčů A a B

Matice hráčů		Hráč A			
		Využít		Nevyužít	
Hráč B	Využít	$B_t < P$	$B_t > C$	$B_t \geq P$	$B_t > C$
	Nevyužít	$B_t < P$	$B_t \leq C$	$B_t \geq P$	$B_t \leq C$

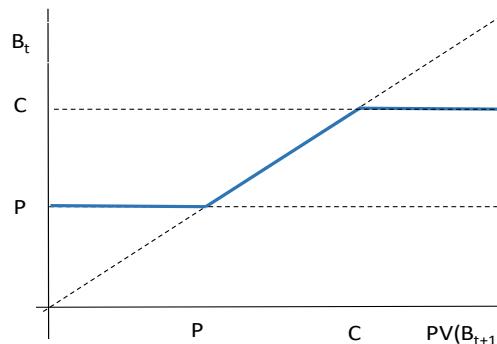
Kvadranty kombinace rozhodnutí hráčů A a B.

- I. [Využít; Využít]  $(B_t < P) \wedge (B_t > C) \Rightarrow$  prázdná množina
- II. [Využít; Nevyužít]  $(B_t < P) \wedge (B_t \leq C) \Rightarrow (B_t = P)$
- III. [Nevyužít; Využít]  $(B_t \geq P) \wedge (B_t > C) \Rightarrow (B_t = C)$
- IV. [Nevyužít; Využít]  $(B_t \geq P) \wedge (B_t \leq C) \Rightarrow B_t \in [P; C]$

Cenu dle teorie her lze vyjádřit takto:

$$B_T = \min\left[\max(c_T + NH; P); C\right], \\ B_t = \min\left\{\max\left[E_t(B_{t+1}) \cdot (1 + f_t)^{-1}; P\right]; C\right\} + c_t, \quad \forall t \in [0; T-1]. \quad (4)$$

Obr. 4 Cena obligace za game interakce long put a short call opce



### 3. Propočet a porovnání cen obligace za různých podmínek

#### 3.1 Vstupní předpoklady a data

Předpokládejme, že máme ocenit obligaci s fixními kupóny a nominální hodnotou NH=100, kupónová platba je c=10, doba splatnosti je 5 let. Předpokládáme, že realizační cena put opce P=108, call opce C=112 peněžních jednotek. Dále jsou známy spotové sazby, forwardové sazby, a že se forwardové sazby vyvíjejí při známé volatilitě dle Ho-Lee arbitrážního modelu Ho-Lee (1986),

$$f_t = a_t \cdot + s \cdot \sigma_t / 2, \quad (5)$$

kde  $s$  je stav (počet růstů či poklesů volatility),  $a_t$  je forwardová kalibrovaná křivka na aktuální tržní ceny obligací za určitosti,  $\sigma_t$  je volatilita forwardu za daný interval.

Je známo, že u arbitrážního modelu na úrokové sazby se pravděpodobnosti s ohledem na možnost kalibrace rovnojí polovině, tedy  $p = (1 - p) = 0,5$ . Tedy  $E(B_{t+1}) = 0,5 \cdot (B_{t+1}^u + B_{t+1}^d)$

Obr. 5 Náhodný vývoj forwardové sazby dle Ho-Lee modelu

s/t	0	1	2	3	4
5					
4					0,1489
3	=F\$34+\$B15*F\$4/2			0,1389	
2		0,1382			0,1189
1	0,1411			0,1039	
0	0,0600		0,0882		0,0889
-1		0,0511		0,0689	
-2			0,0382		0,0589
-3				0,0339	
-4					0,0289
-5					
R <sub>0,t</sub>	0,0600	0,0770	0,0800	0,0810	0,0820
f <sub>t-1,t</sub>	0,0600	0,0943	0,0860	0,0840	0,0860

#### 3.2 Cena obligace za rizika

Cena obligace je stanovena dle (1).

### Obr. 6 Cena obligace za rizika

s/t	0	1	2	3	4	5
5						110,0000
4					105,7465	
3				103,9789		110,0000
2		103,7125			108,3138	
1	105,0339			109,3484		110,0000
0	107,4914		113,1776		111,0225	
-1		122,8480		115,2075		110,0000
-2			124,0559		113,8847	
-3				121,6182		110,0000
-4					116,9138	
-5						110,0000

### **3.3 Long put opce na obligace**

Cena obligace je stanovena dle (2) na dlouhou pozici put opce, tedy kupujíciho opci..

Obr. 7 Cena a využití long put opce na obligaci

0	1	2	3	4	5		0	1	2	3	4	5
					110,0000							ANO
				118,0000		118,0000						ANO
			118,0000			118,0000						ANO
		118,0000				118,0000						ANO
115,8670		119,5371				118,0000						ANO
		127,6381				120,3965						ANO
			127,7664				118,0000					ANO
				124,1338			110,0000					ANO
					118,0000							ANO
						110,0000						ANO

### **3.4 Short call opce na obligaci**

Cena obligace je stanovena dle (3), v krátké pozici, tedy prodávajícího opci.

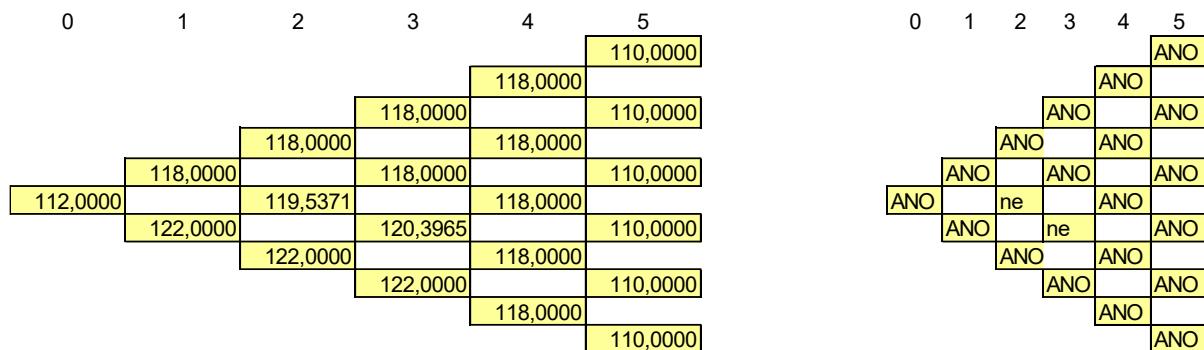
Obr. 8 Cena a využití long put opce na obligaci

0	1	2	3	4	5	
					110,0000	
			105,7465			
			103,9789		110,0000	
		103,7125		108,3138		
	105,0339		109,3484		110,0000	
107,0301		113,1776		111,0225		
		121,8700		115,2075	110,0000	
		122,0000		113,8847		
			121,6182		110,0000	
				116,9138		
					110,0000	

### 3.5 Cena obligace game s americkou long put opcí a short call opcí

Cena obligace je dle (4) stanovena jako výsledek nekooperativní dvou-maticové hry. Hráč A je v long pozici (kupující opce) na put option. Hráč B je v dlouhé pozici (kupující opce) na call option a z pozice hráče A pro oceňování se jedná o short pozici (tedy prodávající) na call option.

Obr. 9 Cena a využití obligace game s americkou long put a short call opcí na obligaci



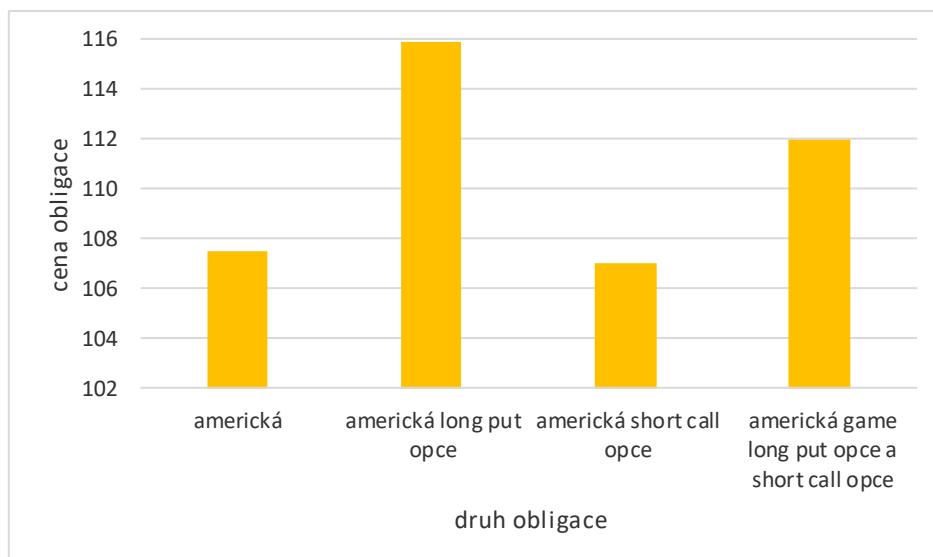
### 3.6 Porovnání výsledků

V Tab. 3 a na Obr. 10 jsou výsledné ceny obligací dle podmínek oceňování. Nejvyšší cena je v důsledku volné pozice u long put opce, nejnižší v důsledku těsné pozice u short call opce. Této ceně se blíží cena za rizika, ale je vyšší v důsledku toho, že nedochází ke ztrátě v důsledku těsné pozice. Druhá nejvyšší cena je na bázi teorie her a je logicky v intervalu mezi cenami long put a short call opce. .

Tab. 3 Druhy obligací a jejich ceny

Podmínka	Druh obligace	Cena obligace
za rizika	americká	107,4914
za flexibility	americká long put opce	115,8670
	americká short call opce	107,0301
game	americká game long put opce a short call opce	112,0000

Obr. 10 Druhy obligací a jejich ceny dle podmínek



## 4. Závěr

Cílem příspěvku bylo posoudit vliv oceňovacích podmínek na cenu obligace. Kromě tradičních za rizika, pokročilejších za flexibility (opční přístup) byl posuzován i přístup na bázi teorie her. Ukázalo se, že podmínky oceňování výrazně ovlivňují výpočet a cenu obligace a je nezbytné vždy přesně definovat podmínky ocenění a dokonce postavení subjektu, který

oceňuje, tedy jeho možnosti v rámci vyjednávání a uzavírání dohod. Jak bylo ukázáno, teorii her lze považovat za zobecňující přístup k oceňování, který zahrnuje všechny tradiční přístupy.

## Acknowledgement

The research was supported by the European Social Fund within the project CZ.1.07/2.3.00/20.0296 and SGS Project VŠB – TU Ostrava SP2017/148 "Finanční rozhodování podniků a finančních institucí za rizika".

## References

- [1] ČULÍK, M.: *Real option application for modular project valuation*. In: 24<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Methods in Economics. 2006, pp. 123-130.
- [2] ČULÍK, M.: *Real Options Valuation with Variable Parameters*. 7th International Scientific Conference on Financial management of Firms and Financial Institutions. pp. 181-194. 2015.
- [3] ČULÍK, M., GURNÝ, P.: *Assessing hard coal mining: an application with abandonment in the Czech Republic*. International Journal of Mining and Mineral Engineering, Vol. 8, No. 3, pp. 187–206.
- [4] DLUHOŠOVÁ, D.: *An analysis of financial performance using the EVA method*. Finance a úvěr- Czech Journal of Economics and Finance pp. 11-12 (2004).
- [5] FRANEK, J.: *Application of selecting measures in data envelopment analysis for company performance rating*. 34th International Conference on Mathematical Methods in Economics, pp. 219-224, 2016.
- [6] FRANEK, J., KRESTA, A., *Competitive Strategy Decision Making Based on the Five Forces Analysis with AHP/ANP Approach*. 11<sup>th</sup> International Conference on Liberec Economic Forum 2013, pp. 135-145.
- [7] GRENADIER, S.: *Game Choices: The Intersection of Real Options and Game Theory*. London: Risk Waters Group, 2000.
- [8] CHEVALIE-ROIGNANT, B., TRIGEORGIS, L: *Competitive Strategy: Options and Games*. USA: Massachusetts Institute of Technology, 2011.
- [9] CHALUPKOVA, E., FRANEK, J., *Comparison of the AHP and ANP approach to Investment Decision Making*. MATHEMATICAL METHODS IN ECONOMICS 2013, pp. 303-308.
- [10] SMIT, HAN T. J., TRIGEORGIS, L.: *Strategic Investment: Real Options and Games*. United Kingdom: Princeton University Press, 2004.
- [11] MAŇAS, M. *Teorie her a optimální rozhodování*. Praha: SNTL, 1974.
- [12] MARES M *Fuzzy Cooperative Games*. Heidelberg: Physica-Verlag, 2001.
- [13] NASH, J. *Equilibrium points in N-Person Games*, Proceedings of the National Academy of Sciences (USA), 36(1): pp. 48–49, 1950.

- [14] NOVOTNÁ, M: *A multivariate analysis of financial and market-based variables for bond rating prediction.* Economic Computation and Economic Cybernetics studies and Research 2013. Vol. 47, Issue 2. pp. 67-83.
- [15] OCHIAI, NATSUMI; OHNISHI MISAMITSU: *Valuation of game option bonds under the generalized Ho-Lee model (A stochastic game approach).* Journal of mathematical finance. 2015, 5, pp. 412-422.
- [16] THOMAS, S. Y. HO; SANG-BIN LEE: *Term structure movement and pricing interest rate contingent claims.* The Journal of Finance, 1986, Vol 41, Issue 5, pp.1011-1029.
- [17] YOSHIDA, Y.: *A discrete-time model of American put option in an uncertain environment.* European Journal of Operational Research 151 (2002), pp. 153-166.
- [18] YOSHIDA, Y.: *A zero-sum stopping game in a continuous-time dynamic fuzzy system.* Mathematical and computer modeling. Volume: 34 Issue: 5-6 pp. 603-614.
- [19] ZMEŠKAL, Z.: *Application of the fuzzy - stochastic Methodology to Appraising the Firm Value as a European Call Option.* European Journal of Operational Research 135/2 (2001), pp. 303-310.
- [20] ZMEŠKAL, Z.: *Generalised soft binomial American real option pricing model (fuzzy-stochastic approach).* European Journal of Operational Research. 207/ 2 (2010) , pp. 1096-1103.
- [21] ZMEŠKAL, Z.: *Game theory and real options decision-making hybrid models under random demand.* In: 31<sup>th</sup> International Conference on Mathematical Methods in Economics. 2013, pp. 1057-1062.
- [22] ZMEŠKAL, Z.: *Two-person bi-matrix and N-person oligopolistic non-cooperative game models with fuzzy payoff.* 7<sup>th</sup> International Conference on Managing and Modelling of Financial Risk, PTS I-III. 2014, pp. 897-903.
- [23] ZMEŠKAL, Z., DLUHOŠOVÁ, D. *Constrained game models – linear complementarity approach.* 8<sup>th</sup> International Scientific Conference Managing and Modelling of Financial Risks 2016. pp. 1101-1107.

**THE DEPARTMENT OF FINANCE IS SPONSORED BY**



*Banka inspirovaná klienty*

