

Komparace Value at Risk a Expected Shortfall v rámci Solvency II

Ingrid Petrová¹

Abstrakt

Řízení rizik je poměrně novou disciplínou, která slouží k zajištění příznivého chodu nejen finančních institucí. Příspěvek se zabývá problematikou nové právní úpravy způsobu regulace a dohledu v oblasti pojišťovnictví, připravovanou směrnicí Solvency II. Solvency II spočívá v důkladném systému řízení rizik. Vzhledem k tomu, že dle standardního přístupu jsou solventnostní kapitálové požadavky pro jednotlivá rizika stanoveny na základě Value at Risk, a to na hladině spolehlivosti 99,5 %, je cílem příspěvku aplikovat právě tuto metodiku ke stanovení solventnostního kapitálového požadavku pro tržní riziko. Hodnoty dále budou srovnány s přístupem Expected Shortfall, který vypovídá o výši očekávané ztráty, která může s danou pravděpodobností nastat.

Klíčová slova

Solvency II, Solventnostní kapitálový požadavek, Value at Risk, Expected Shortfall.

1. Úvod

Projekt Solvency II představuje novou koncepci právní úpravy způsobu regulace a dohledu v oblasti pojišťovnictví, který by měl nahradit stávající úpravu dohledu, a to směrnicí Solvency I. Solvency I trpí některými nedostatky, a to zejména nedostatečnou citlivostí vůči rizikům. Při výpočtu kapitálových požadavků nejsou brána v úvahu významná rizika jako například tržní riziko. Je orientován pouze na stranu pasiv v rozvaze pojišťoven, kde hrají významnou roli technické rezervy, tudíž není věnována přílišná pozornost netechnickým rizikům (tržní riziko, úvěrové riziko).

Projekt Solvency II by měl zajistit lepší ochranu pojistníků a oprávněných osob k pojistnému plnění tím, že sníží pravděpodobnost ztrát v důsledku nesolventnosti pojistitelů. Při přípravě projektu Solvency II spolupracuje Evropská komise s Evropským výborem orgánů dozoru nad pojišťovnictvím a zaměstnaneckým penzijním pojištěním (CEIOPS), který zajišťuje tzv. kvantitativní dopadové studie (Quantitative Impact Study) viz [6]. Těchto studií se účastní pojišťovny i zajišťovny v rámci Evropské unie pro zvýšení kvality této nové směrnice. Doposud proběhly čtyři tyto studie. Implementace směrnice Solvency II se předpokládá v říjnu 2012.

Cílem příspěvku je na ilustrativním příkladu aplikovat metodiku Value at Risk pro stanovení solventnostního kapitálového požadavku na tržní riziko a výsledné hodnoty porovnat s přístupem Expected Shortfall.

¹Ing. Ingrid Petrová, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Ekonomická fakulta, katedra Financí, Sokolská tř. 33, 701 21 Ostrava 1; e-mail: ingrid.petrova@vsb.cz.

Tento příspěvek vznikl v rámci řešení projektu podporovaného Grantovou agenturou České republiky č. 402/08/1234.

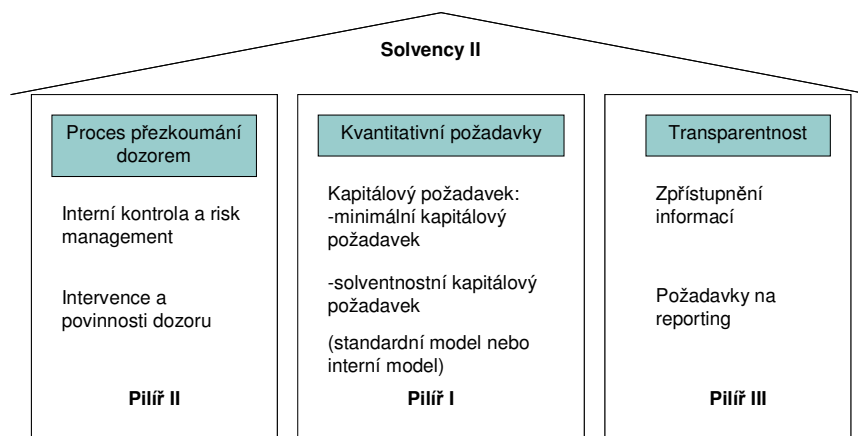
V první kapitole příspěvku bude nastíněna třípilířová koncepce projektu Solvency II. V následujících kapitolách bude vymezena metodika Value at Risk a přístup Expected Shortfall. Poslední kapitola bude věnována aplikaci metodologie Value at Risk na portfolio akcií a její komparaci s přístupem Expected Shortfall.

2. Třípilířová struktura Solvency II

Projekt Solvency II spočívá v rizikově orientovaném přístupu, tzn., že pojišťovny by měly zkoumat všechna rizika, kterým mohou být v rámci své činnosti vystaveny.

Třípilířová struktura viz Obr. č. 1 projektu vychází z koncepce Basel II, což je právní úprava regulace pro oblast bankovníctví. V prvním pilíři jsou vymezeny kapitálové požadavky, v druhém pilíři je popsána činnost dozoru v oblasti pojišťovnictví a třetí pilíř obsahuje povinnost reportingu dozoru a oznámení veřejnosti.

Obr. č. 1: Třípilířová struktura Solvency II



Podstatnými prvky prvního pilíře jsou solventnostní a minimální kapitálový požadavek. Solventnostní kapitálový požadavek odráží úroveň kapitálu, která by pojišťovně měla umožnit absorbovat významné neočekávané ztráty, a tím dává jistotu pojištěncům, že platby pojistného plnění budou provedeny včas a řádně. Solventnostní kapitálový požadavek v podstatě představuje kapitál, který musí pojišťovna držet, aby omezila pravděpodobnost defaultu na 0,5 %, což odpovídá Value at Risk na 99,5 % hladině spolehlivosti. Pojišťovny by měly určovat solventnostní kapitálový požadavek nejméně jednou ročně a výsledky předávat orgánům dohledu. Dalším kapitálovým požadavkem je minimální kapitálový požadavek. Ten představuje kritickou úroveň kapitálu, pod kterou by již hodnota kapitálu neměla klesnout, jelikož by zájmy pojistníků byly vážně ohroženy. Při dosažení této úrovně kapitálu by byl nutný zásah orgánu dozoru, což by mohlo vést až k pozastavení činnosti subjektu.

Kapitálové požadavky mohou být určeny pomocí standardního přístupu nebo interního modelu. Standardní přístup by měl být rozsáhlejší a také důležitý pro všechny pojišťovny, protože bude sloužit pro porovnání s interním modelem. Interní modely musí být předem schváleny orgánem dozoru, aby se zajistila ochrana pojistníků.

V druhém pilíři jsou zahrnuty kvalitativní požadavky a pravidla dozoru platná pro pojišťovny. Orgány dozoru získají lepší nástroje dohledu, které umožní účinnější opatření při posuzování jednotlivých rizik, kterým pojišťovny čelí. Významnou součástí by měly být požadavky na kvalitní systémy řízení rizik pojišťoven.

Třetí pilíř se bude týkat jak zveřejňování výkaznictví a podstatných informací o solventnosti a finanční situaci orgánům dozoru, tak povinnosti pojišťoven poskytovat informace veřejnosti pro zvýšení tržní konkurenceschopnosti.

2.1 Solventnostní kapitálový požadavek – standardní přístup

Celkový solventnostní kapitálový požadavek dle standardního přístupu je dán vztahem

$$SCR = BSCR + SCR_{OP}, \quad (1)$$

kde $BSCR$ je základní solventnostní kapitálový požadavek a SCR_{OP} vyjadřuje solventnostní kapitálový požadavek pro operační riziko. Právě operační riziko se v rámci této koncepce právní úpravy v oblasti pojišťovnictví stalo novým prvkem, stejně jako tržní riziko. Tržní riziko plynoucí z volatility cen aktiv je opomíjeno ve směrnici platné v současné době.

Základní solventnostní kapitálový požadavek je tvořen solventnostním požadavkem pro riziko tržní, nedodržení závazku protistrany, životní upisovací, zdravotní upisovací a neživotní upisovací. Tyto jednotlivé submoduly jsou dále ještě tvořeny dalšími kapitálovými požadavky. Pro účely bude vhodné vymezit kapitálové požadavky, které dále spadají pod solventnostní kapitálový požadavek pro tržní riziko. Patří sem následující požadavky, a to pro riziko úrokových sazeb, akciové, měnové, majetkové a riziko spreadu. Konkrétně tedy bude metodika Value at Risk aplikována na ilustrativním příklad pro portfolio vybraných akcií.

Jak již bylo uvedeno výše solventnostní kapitálový požadavek odpovídá hodnotě Value at Risk na hladině spolehlivosti 99,5 % v časovém horizontu jednoho roku. Navíc je mezi jednotlivými rizikovými moduly zohledněna korelace, a tím jsou pojišťovny nuceny k větší diverzifikaci rizik. Například v rámci základního solventnostního požadavku dle standardního přístupu vypadá korelační matice následovně viz Tab. č. 1.

| | SCR_{mkt} | SCR_{def} | SCR_{life} | SCR_{health} | SCR_{nl} |
|----------------|-------------|-------------|--------------|----------------|------------|
| SCR_{mkt} | 1 | | | | |
| SCR_{def} | 0,25 | 1 | | | |
| SCR_{life} | 0,25 | 0,25 | 1 | | |
| SCR_{health} | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 1 | |
| SCR_{nl} | 0,25 | 0,5 | 0 | 0,25 | 1 |

Tab.č.1: Korelační matice v rámci základního solventnostního požadavku

3. Metodika Value at Risk

Míra rizika by v prostředí rizikově váženého kapitálu měla reflektovat kapitálové požadavky, které subjekt potřebuje v případě vystavení se riziku. Value at Risk patří mezi obecně přijímanou míru riziku v oblasti řízení finančních rizik již od devadesátých let.

Jelikož v případě, kdy náhodné veličiny nemají normální rozdělení, nesplňuje podmínku subadivity. Není tedy považován za koherentní míru rizika. Subadivita představuje tu vlastnost, že diverzifikací portfolia by mělo dojít ke snížení rizika. Další nevýhodou je, že hodnota Value at Risk nevypovídá o velikosti očekávané ztráty, která může s danou pravděpodobností nastat.

Při aplikaci na portofolio aktiv spočívá základní myšlenka této metodiky viz [4], aby pravděpodobnost, že z portfolia aktiv bude zisk ($\Delta\tilde{\Pi}$) menší než předem stanovená hladina

zisku ($ZISK$), byla rovna stanovené hladině pravděpodobnosti α . Je-li zisk vyjádřen jako záporná ztráta ($ZISK = -VaR$), lze vztah pro výpočet zapsat jako

$$\Pr(\Delta\tilde{\Pi} \leq -Var) = \alpha. \quad (2)$$

Po úpravě, za předpokladu normálního rozdělení náhodné složky, je vztah pro výpočet Value at Risk pro danou hladinu spolehlivosti α

$$VaR_\alpha = -E(R_p) - \Phi_\alpha^{-1} \cdot \sigma_p, \quad (3)$$

kde $E(R_p)$ je střední hodnota výnosu portfolia, Φ_α^{-1} je inverzní funkce k distribuční funkci normovaného normálního rozdělení na dané hladině spolehlivosti α a σ_p představuje směrodatnou odchylku portfolia.

4. Přístup Expected Shortfall

Další alternativou pro řízení rizik je Expected Shortfall označována také jako Conditional Value at Risk. Tato míra rizika splňuje vlastnosti koherentní míry rizika, viz [1]. Riziková míra ρ je koherentní, splňuje-li následující axiomy:

1. Subaditivita: pro náhodné veličiny X a Y platí: $\rho(X + Y) = \rho(X) + \rho(Y)$.
2. Monotonie: jestliže $X \leq Y$ pro libovolné výstupy, pak $\rho(X) \leq \rho(Y)$.
3. Pozitivní homogenita: pro libovolnou konstantu $c > 0$ platí: $\rho(cX) = c\rho(X)$.
4. Translační invariance: pro libovolnou konstantu $c > 0$ platí: $\rho(X + c) = \rho(X) + c$.

Expected Shortfall vyjadřuje průměrnou velikost očekávaných ztrát, které převýší Value at Risk. Hodnota Expected Shortfall (ES) na dané hladině spolehlivosti α pro portfolio dle [1] je dána vztahem

$$ES_\alpha(R_p) = \frac{\sigma_p}{\alpha\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Phi_\alpha^{-1})^2}{2}\right) - E(R_p). \quad (4)$$

5. Aplikační část

Pro aplikační část budou využita data z Burzy cenných papírů Praha, a.s., a to časová řada denních výnosů od I.Q/2001 do II.Q/2009 akcií s nejvyšší tržní kapitalizací. Jsou uvažovány společnosti ČEZ, Erste bank, Komerční banka a Telefonica O2, přičemž pro výpočet střední hodnoty výnosu budou brány v úhavu data od I.Q/2001 do VI.Q/2007 a pro zohlednění rizika, tedy výpočtu kovarianční matice, budou zahrnuty roky 2008 a 2009.

Budou uvažována tři efektivní portfolia A, B a M, která budou určena dle podmínek pro Markowitzův a Tobinův model, a to následujícím způsobem. Na bázi Markowitzova modelu, kdy lze investovat pouze do rizikových aktiv, přičemž není povolen krátký prodej, budou určeny podíly jednotlivých aktiv pro portfolio A s minimální směrodatnou odchylkou a portfolio B s maximálním očekávaným výnosem. Dále bude vytvořeno tržní portfolio M dle podmínek Tobinova modelu, které jsou shodné s Markowitzovým modelem s tím rozdílem, že zde je možné investovat i do bezrizikového aktiva, kterým bude v našem případě referenční sazba PRIBOR 1Y k 30. 6. 2009 ve výši 1,11 %. Výsledné hodnoty charakteristik očekávaného výnosu a směrodatné odchylky včetně podílů aktiv v jednotlivých portfoliích udává Tab. č. 2.

| | A | B | M |
|----------------|----------|----------|----------|
| $E(R_p)$ | 17,87 % | 37,29 % | 31,13 % |
| σ_p | 20,25 % | 35,50 % | 30,31 % |
| ČEZ | 0 % | 100,00 % | 58,88 % |
| Erste bank | 5,69 % | 0 % | 0 % |
| Komerční banka | 81,35 % | 0 % | 41,12 % |
| Telefonica O2 | 12,96 % | 0 % | 0 % |

Tab.č.2: Hodnoty očekávaného výnosu a směrodatné odchylky pro daná portfolia

Z výše uvedené tabulky vyplývá, že při předpokladu minimalizace rizika je optimální investovat do akcií Erste bank 5,69 %, do akcií Komerční banky 81,35 % a do akcií Telefonica O2 12,96 %. Naopak při požadavku maximalizovat výnos byly investovány všechny prostředky do akcií ČEZu. Portfolio M udává optimální portfolio aktiv, kdy je dosaženo maximálního poměru dodatečného očekávaného výnosu a rizika. V tomto případě je za daných podmínek optimální investovat do akcií ČEZu 58,88 % a do akcií Komerční banky 41,12 %.

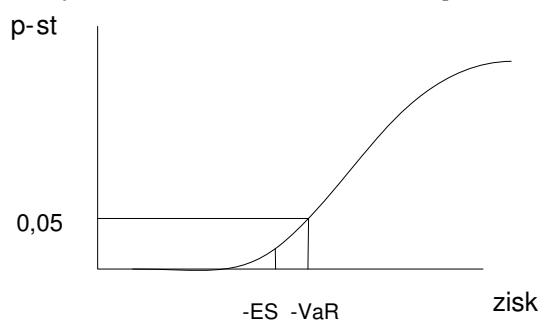
Ná základě zjištěných charakteristik budou stanoveny hodnoty VaR a ES pro jednotlivá portfolia podle předpokladu normálního rozdělení na základě vztahů (3) a (4), a to na hladině spolehlivosti 99,5 %. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v Tab. č. 3.

| | A | B | M |
|-------|----------|----------|----------|
| VaR | 46,95 % | 34,28 % | 54,15 % |
| ES | 304,19 % | 206,10 % | 355,41 % |

Tab. č. 3: Hodnoty VaR a ES pro jednotlivá portfolia

Z Tab. č. 3 je patrné, že hodnota VaR pro portfolio A je 46,95 %, což znamená, že predikovaná ztráta bude s pravděpodobností 0,5 % větší nebo rovna právě 46,95 %. Naopak hodnota Expected Shortfall, tedy střední hodnota ztráty převyšující VaR , pro portfolio A je 304,91 %. Na Obr. č. 1 je zobrazen graf distribuční funkce normálního normovaného rozdělení a hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall na hladině spolehlivosti 99,5 %.

Obr. č. 1: Grafické znázornění Value at Risk a Expected Shortfall



Na základě historických dat byly zjištěny pro jednotlivá portfolia střední hodnoty a rozptyly viz Tab. č. 2, toto však do budoucna nelze předpokládat, proto byla provedena citlivost jak očekávaného výnosu portfolia, tak směrodatné odchylky portfolia na hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall. Hodnoty citlivostní analýzy pro jednotlivá portfolia jsou uvedeny v Tab. č. 4 a Tab. č. 5.

| | $\sigma_p = 0$ | | $\sigma_p = 0,10$ | | $\sigma_p = 0,20$ | | $\sigma_p = 0,30$ | | $\sigma_p = 0,40$ | |
|----------|----------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
| | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> |
| A | -0,31 | -0,31 | -0,05 | 0,79 | 0,20 | 1,90 | 0,46 | 3,01 | 0,72 | 4,11 |
| B | -0,18 | -0,18 | 0,08 | 0,93 | 0,34 | 2,03 | 0,59 | 3,14 | 0,85 | 4,25 |
| M | -0,37 | -0,37 | -0,12 | 0,73 | 0,14 | 1,84 | 0,40 | 2,95 | 0,66 | 4,05 |

Tab.č.4: Analýza vlivu směrodatné odchylky na hodnoty *VaR* a *ES*

| | $E(R_p) = 0$ | | $E(R_p) = 0,10$ | | $E(R_p) = 0,20$ | | $E(R_p) = 0,30$ | | $E(R_p) = 0,40$ | |
|----------|--------------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
| | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> | <i>VaR</i> | <i>ES</i> |
| A | 0,78 | 3,35 | 0,68 | 3,25 | 0,58 | 3,15 | 0,48 | 3,05 | 0,38 | 2,95 |
| B | 0,52 | 2,24 | 0,42 | 2,14 | 0,32 | 2,04 | 0,22 | 1,94 | 0,12 | 1,84 |
| M | 0,91 | 3,93 | 0,81 | 3,83 | 0,71 | 3,73 | 0,61 | 3,63 | 0,51 | 3,53 |

Tab.č.5: Analýza vlivu střední hodnoty výnosu na hodnoty *VaR* a *ES*

Z tabulky pro analýzu vlivu směrodatné odchylky na hodnoty *VaR* a *ES* je patrné, že při nulové hodnotě směrodatné odchylky jsou hodnoty *VaR* a *ES* pro jednotlivá portfolia rovny očekávaným výnosům, což vyplývá ze vztahu pro výpočet těchto hodnot. Čím nižší je hodnota rizika vyjádřeného pomocí směrodatné odchylky oproti očekávanému výnosu, tím jsou nižší i hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall než pro původní hodnoty charakteristik jednotlivých portfolií. Z analýzy vlivu očekávaného výnosu vyplývá, že čím je hodnota výnosu nižší oproti směrodatné odchylce, tím jsou hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall vyšší.

6. Závěr

Cílem příspěvku bylo na ilustrativním příkladu aplikovat metodiku Value at Risk pro solventnostní požadavek na tržní riziko a výsledné hodnoty porovnat s přístupem Expected Shortfall. V příspěvku byly představeny významné aspekty směrnice Solvency II, která by měla vejít v platnost v říjnu roku 2012. Pozornost byla věnována třípilířové struktuře a standardnímu přístupu, který je jednou z možností pro stanovení solventnostního a minimálního kapitálového požadavku. Další možností pojištění při výpočtu těchto požadavků je interní model.

Dále byl vymezen princip metodiky Value at Risk, která slouží pro stanovení solventnostního kapitálového požadavku dle standardního přístupu. Následně byla provedena charakteristika přístupu Expected Shortfall, který se doporučuje stanovit při využití interních modelů.

V příspěvku byly nejprve určeny charakteristiky očekávaného výnosu a směrodatné odchylky portfolií A, B a M na základě předpokladů Markowitzova a Tobinova modelu. Poté byly stanoveny hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall pro daná portfolia. Hodnota kapitálového požadavku je tedy obecně vyšší u přístupu Expected Shortfall než u Value at Risk. Proto je doporučováno mimo jiné určení také hodnoty Expected Shortfall při využívání interních modelů pojišťovnami, protože, jak již bylo řečeno, Value at Risk není koherentní mírou rizika a nevyovídá nic o výši ztráty na dané hladině spolehlivosti.

Nakonec byla provedena citlivostní analýza očekávaného výnosu a směrodatné odchylky na hodnoty Value at Risk a Expected Shortfall.

Literatura

- [1] ARTZNER, P., et al. *Coherent Measures of Risk* [online]. 22. July 1998 [cit. 2009-05-02]. Dostupný z WWW: <<http://www.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf>>.
- [2] RACHEOV, S. T., STOYANOV, S. V., FABBOZZI, F. J. *Advanced Stochastic Models, Risk Assessment, and Portfolio Optimization: The Ideal Risk, Uncertainty, and Performance Measures*. New Jersey: John Wiley a Sons, Inc, 2008.
- [3] ROTAR, V. I. *Actuarial Models: The Mathematics of Insurance*. Chapman & Hall/CRC, 2007.
- [4] SANDSTRÖM, A. *Solvency: Models, Assessment and Regulation*. Chapman & Hall/CRC, 2006.
- [5] ZMEŠKAL, Z., DLUHOŠOVÁ, D., TICHÝ, T. *Finanční modely*. Praha: Ekopress, 2004.
- [6] A Global Framework for Insurer Solvency Assessment [online]. IAA, 2004 [cit. 2008-01-20]. Dostupný z WWW: <http://www.actuaries.org/LIBRARY/Papers/Global_Framework_Insurer_Solvency_Assessment-public.pdf>.
- [7] QIS 4: Technical Specifications [online]. CEIOPS, 2007 [cit. 2008-02-14]. Dostupný z WWW: <http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis4/technical_specifications_en.pdf>.
- [8] SHAW, R. A. Solvency II - QIS 3 and Beyond [online]. Wales: 2007 [cit. 2008-03-12]. Dostupný z WWW: <<http://www.actuaries.org.uk/files/pdf/proceedings/giro2007/Shaw2.pdf>>.

Summary

The Comparison of Value at Risk and Expected Shortfall within Solvency II

The article is focused on description Solvency II project. There is the three pillar approach introduced. The most important is the first pillar that contains solvency and minimum capital requirements. The determination of solvency capital requirement according to standard approach is described. In theoretical part we focused on characterization of the methods Value at Risk and Expected Shortfall. For given portfolio we determined Value at Risk and Expected Shortfall for confidence interval. In conclusion we made sensitive analysis of the expected return and the standard deviation on Value at Risk and Expected Shortfall.