

# Modelovanie volatility futures kontraktov s elektrickou energiou na PXE\*

Igor Paholok<sup>1</sup>

## Abstrakt

Príspevok obsahuje popis dvoch metód modelovania cenovej volatility futures kontraktov na elektrickú energiu (GARCH a tzv. dvojfaktorový model), a ich aplikáciu na trhu Power Exchange Central Europe (do 16.7.2009 Energetická Burza Praha) pre kontrakty s dodávkou elektrickej energie v rámci územia Českej republiky. Modely sú využité k stanoveniu tzv. maržových koeficientov – výpočtu Value at Risk. Pomocou metódy spätného testovania je hodnotená vhodnosť modelu a to i v porovnaní s maržovými koeficientmi stanovenými samotnou burzou.

## Kľúčová slova

Power Exchange Central Europe, futures kontrakty s elektrickou energiou, GARCH, Dvojfaktorový model, Backtesting, Value-at-Risk

## 1 Úvod

Otvorením Pražskej energetickej burzy vznikla pre burzu, banky i samotných obchodníkov s elektrickou energiou nová obchodná príležitosť. S ňou sa však ruku v ruku vynorili i nové riziká. V rámci burzových pravidiel môžeme nájsť početnú skupinu nástrojov majúcich za cieľ riadenie rizík, no ústrednú úlohu, práve v súvislosti s trhom futures kontraktov nesú tzv. maržové koeficienty. Tie predstavujú určitú časť z objemu nakúpeného kontraktu/kontraktov, ktorú musí účastník obchodovania deponovať na príslušných účtoch UNIVYCu. Tieto prostriedky by mali slúžiť k pokrytiu tržného rizika (mimo iné aj výška stop – loss limitov je odvodená ako percentuálna časť zloženej marže), a kreditného rizika, kde môžu byť použité k úhradám záväzkov defaultujúceho subjektu, či prípadne absorbujú straty spôsobené núteným uzatváraním pozícií účastníka obchodovania.

Je zrejmé, že len správne nastavené maržové koeficienty môžu svoju úlohu plniť plnohodnotne. V súvislosti s uvedeným sa vynára skupina otázok ako napríklad: Sú burzové maržové koeficienty dostatočné? Mali by si clearingové banky stanoviť vlastné maržové koeficienty, tak ako im to dovoľujú burzové pravidlá? Akú metódu je k stanoveniu maržových koeficientov vhodné použiť? A podobne.

Príspevok si kladie za cieľ nájsť odpovede na vyššie uvedené otázky. Postupným popisom metód (GARCH a dvojfaktorového modelu), procesom ich aplikácie a kalibrácie sa obsah práce posúva k finálnemu backtestingu s využitím historických časových rád cenového vývoja futures kontraktov obchodovaných na trhu Power Exchange Central Europe a European Energy Exchange.

\* Výzkum bol čiastočne podporený grantom „Tržní riziko a finanční deriváty“ GAČR 402/09/0723

<sup>1</sup>Ing. Igor Paholok, VŠE, igor.paholok@vse.cz

## 1.1 Review literatúry

S postupnou liberalizáciou trhov s elektrickou energiou rastie záujem vedeckých pracovníkov ale i praktických risk manažérov o teoretický rozvoj stochastických a deterministických modelov, schopných zachytiť chovanie cien kontraktov s týmto podkladovým inštrumentom.

Stochastické modely vývoja cien forwardových / futures kontraktov je možné rozdeliť na dve veľké skupiny. Prvú skupinu tvoria metódy, v ktorých je model pre vývoj forwardovej ceny odvodený od modelu pre vývoj ceny spotovej. Modelovanie spotových kontraktov s elektrickou energiou obvykle obsahuje tzv. „jump diffusion“ a „mean reverting process“. Medzi práce rozvíjajúce túto skupinu modelov je možné zaradiť napr. štúdie Culot, Goffin, Lawford (2006) a Meyer-Brandis, Tankov (2006). Predpokladom využitia tejto skupiny modelov je likvidný trh so spotovými kontraktmi, ktorý v rámci PXE nie je.

Druhú skupinu tvoria metódy snažiace sa o modelovanie forwardových kontraktov priamo. Medzi ne môžeme zaradiť i tzv. dvojfaktorový model Ruediger, Schindlaye, Reik (2005) testovaný i v tomto príspevku.

## 2 Modelovanie volatilit a spätné testovanie modelov

K modelovaniu volatility cien jednotlivých skupín futures kontraktov využijeme GARCH a tzv. dvojfaktorový model.

### 2.1 GARCH model

Využitie GARCH modelu (General Autoregressive Heteroscedasticity model) bolo zvolené zámerne, za predpokladu, že samotný model, alebo jeho modifikácie (napríklad EWMA - Exponentialy Weighted Moving Average) sú v praxi často využívané k modelovaniu volatilit finančných časových rád. Nie je teda vylúčené, že po danej skupine modelov siahnu risk manažeri, či portfólio manažeri v snahe stanoviť maržové koeficienty, či vypočítať VaR, aj v prípade futures na elektrickú energiu.

Všeobecne je možné model GARCH(p,q) vyjadriť pomocou nasledujúceho vzťahu:

$$(2.1) \quad h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}, \text{ kde}$$

$\varepsilon_t$  – je podmienene heteroskedastický proces s podmienenou strednou hodnotou  $E(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = 0$

$h_t$  – je podmienený rozptyl  $D(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1})$

$\omega > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ , a  $\beta_1 \geq 0$  sú parametre modelu pre kladný podmienený rozptyl,

kde  $\Omega_{t-1}$  je relevantná minulé informácia až do času  $t-1$

Pred samotným použitím modelu je vhodné testovať podmienenú heteroskedasticitu. Po dosiahnutí výsledku je obvyklé testovať nesystematickú zložku modelu – ktorej hodnoty by mali byť nezávislé s nulovou strednou hodnotou a jednotkovým rozptylom.

Jednoduchou a často využívanou metódou testovania vierohodnosti je i samotný backtesting – spätné testovanie modelu. Práve výsledok spätného testovania je hlavným hodnotiacim kritériom v rámci tejto štúdie.

### 2.2 Dvojfaktorový model (Two Factors Model - TFM)

Dvojfaktorový model si v prípade modelovania volatility cien futures na elektrickú energiu kladie za cieľ zachytiť empiricky pozorovaný fakt, že volatilita kontraktov rastie so

skracující sa dobou do splatnosti kontraktu. Model je daný stochastickou diferenciálnou rovnicou:

$$(2.2) \quad \frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = e^{-\kappa(T-t)} \sigma_1 dW_t^1 + \sigma_2 dW_t^2, \text{ kde}$$

$W(t)$  – je dvojdimenziálny brownov pohyb

$t$  – je čas/dátum kalkulácie

$T$  – je čas/dátum expiracie kontraktu

$\sigma_1, \sigma_2, \kappa$  – parametry modelu

$F(t, T)$  – cena futures kontraktu v čase  $t$  s expiráciou v čase  $T$

Vplyv parametru  $\sigma_1$  je tým väčší, čím menší je časový rozdiel medzi rozhodným dňom kalkulácie  $t$  a dňom expirácie kontraktu  $T$ . Parameter  $\sigma_2$  vyjadruje volatilitu pod ktorú by volatilita kontraktu nemala klesnúť a to ani u kontraktov s veľmi dlhým časom do expirácie. Charakter modelu je exponenciálny, pričom parameter  $\kappa$  určuje zakrivenie výslednej krivky časovej štruktúry volatilit. Zvýšenú volatilitu kontraktov s blížiacou sa dobou do expirácie je možné ekonomicky odôvodniť zvýšenou obchodnou aktivitou a deterministickým vplyvom fundamentálnych faktorov akým je napríklad predpoveď počasia, výpadok v rámci prenosovej sústavy, či turbulencie na trhoch s primárnymi ekonomickými zdrojmi.

Výhodou modelu je mimo iné i jeho jednoduchosť v zmysle aplikácie a interpretácie. Hodnoty marží pre jednotlivé kontrakty je možné dopočítať jednoduchým doplnením vstupných hodnôt  $(t, T)$ , kde približný  $VaR_{99\%}$  (za predpokladu normality) získame doplnením  $W^{1,2} = 2,33$ .

### 2.3 Verifikácia modelov spätným testovaním (backtesting)

Hlavným cieľom práce je vo svojej podstate stanovenie určitej intervalovej predpovede. Snažíme sa predpovedať hodnotu dennej zmeny, ktorá nebude nasledujúci deň prekročená na hladine pravdepodobnosti 99 %. To či bol takto definovaný cieľ splnený, alebo nie, môžeme najjednoduchšie posúdiť spätným pohľadom na denné zmeny cien kontraktov a porovnať ich s kalkulovanými maržami, či maržami stanovených samotnou burzou. Jedná sa teda o metódu spätného testovanie (angl. backtesting). V rámci tohto výzkumu budeme úspešnosť modelov hodnotiť podľa troch hlavných kritérií, vysvetlených v nasledujúcich subkapitolách.

#### 2.3.1 Počet prekročení marže (N)

Value at Risk model je konštruovaný na určitej hladine pravdepodobnosti. Prekročenie hranice Value at Risk (v našom prípade hranice maržového koeficientu) skutočným denným pohybom ceny kontraktu, by nemalo byť časté a počet prekročení by nemal presiahnuť určitý presne stanovený interval. V rámci backtestingu ale máme k dispozícii iba relatívne malý a nie konečný počet pozorovaní. Jedná sa teda iba o určitý štatistický výber pokusov, nie však o súbor úplný. Usudzovať preto, že 2 prekročenia maržových koeficientov zo 100 pozorovaných obchodných dní na hladine pravdepodobnosti 99 % ( $100 * 0,99 = 1$ ) je známkou nevyhovujúceho modelu, nie je korektné. Interval spoľahlivosti modelu, pre prijatie nulovej hypotézy, že nami aplikovaný Value at Risk model na zvolenej hladine pravdepodobnosti a intervale, je možné stanoviť viacerými spôsobmi. V rámci tejto štúdie bolo k stanoveniu okrajových hodnôt intervalu použité inverzné Poissonovo rozdelenie.

### 2.3.2 Suma negativných diferencií (EDS)

Samotný počet prekročení je ukazovateľ veľmi užitočný, no nevraví nič o tom aké veľké prekročenia modelu (marže) boli zaznamenané. Ďalším zo sledovaných ukazovateľov je preto suma týchto negativných diferencií v percentách, vyjadrená ako číslo v absolútnej hodnote.

### 2.3.3 Suma diferencií (DS)

Kritérium EDS síce odhalí mieru s akou model riziko podhodnocuje, nezistíme ale do akej miery model riziko nadhodnocuje. Prudernosť modelu nám môže odhaliť práve suma diferencií medzi maržovým koeficientom a skutočne realizovanými pohybmi.

## 3 Charakteristika časových rád

### 3.1 PXE členenie kontraktov a charakteristika časových rád

V rámci trhu PXE s „českou“ elektrickou energiou sú jednotlivé kontrakty rozdelené do dvoch veľkých skupín a to podľa času dodávky samotnej energie na tzv. Base Load Futures s dodávkou konštantnej hodnoty hodinového výkonu 1 MW, 24 hodín, 7 dní v týždni a tzv. Peak Load Futures s dodávkou konštantnej hodnoty hodinového výkonu 1 MW, v čase od 8:00 do 20:00, od piatku do pondelka, bez ohľadu na dni pracovného pokoja. Futures kontrakty sú ďalej členené na mesačné, štvrťročné a ročné. Toto rozdelenie rešpektuje aj samotné rozdelenie maržových koeficientov burzy.

Členenie vždy predstavuje určitú agregáciu dát, no bez tohto zjednodušenia by bola práca s historickými časovými radami veľmi zložitá a pri skúmaní jednotlivých kontraktov samostatne by sme museli systematicky „zapásať“ s krátkou históriou, keďže každý kontrakt sa obchoduje iba určité obmedzené a relatívne krátke časové obdobie.

Burza pred časom upustila od hlbšej úrovne jemnejšieho členenia i podľa obdobia do splatnosti. Tuto hlbšiu úroveň budeme pre účely výskumu aplikovať v nasledujúcom členení a konvencii značenia:

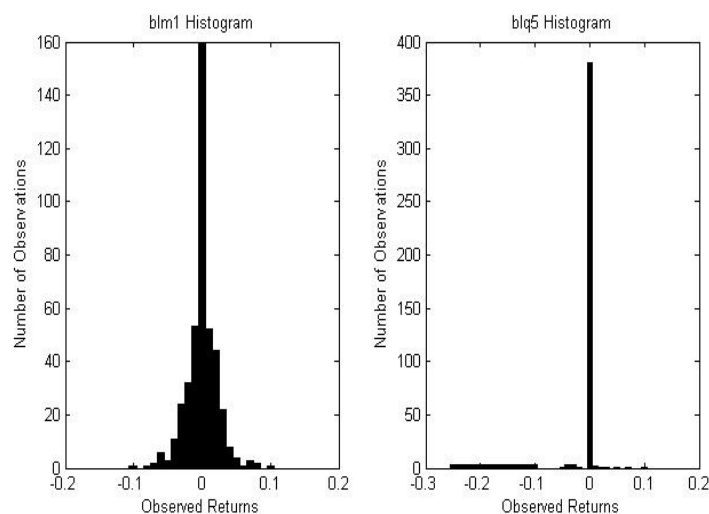
Označenie	Kontrakt
blm1, blm2...blm6; plm1,plm2...plm6	Base load mesačné a peak load mesačné kontrakty postupne 1 až 6 mesiacov do začiatku obdobia dodávky
blq1, blq2...blq6; plq1,plq2...plq5	Base load štvrťročné a peak load štvrťročné kontrakty postupne 1 až 5 kvartálov do začiatku obdobia dodávky
bly1, bly2,bly3, ply1, ply2,ply3	Base load ročné a peak load ročné kontrakty postupne 1 až 3 roky do začiatku obdobia dodávky

Tab.č.1: Členenie kontraktov pre účely ďalšieho výskumu. Zdroj: Vlastná analýza

### 3.2 Rozdelenie výnosov

Povaha obchodovaného produktu ale i nižšia likvidita spojená so samotným otvorením trhu, ovplyvnili charakter rozdelenia výnosov. Existuje mnoho dní s „nulovým“ pohybom a naopak niekoľko málo dní s pohybom relatívne výrazným. Ilustratívne uvedené histogramy poukazujú i na fakt, že rozdelenie výnosov je často odlišné naprieč jednotlivých skupín kontraktov.

Obr.č. 1: Histogram rozdělení výnosov kontraktov blm1 a blq5



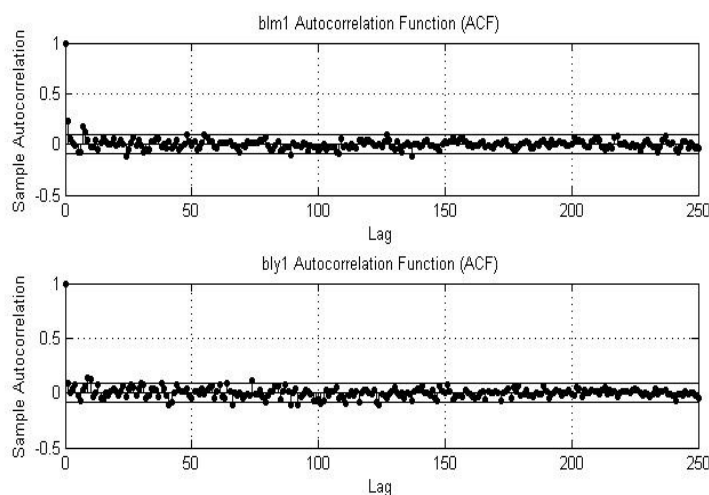
Lillieforsov test normality rozdělení realizovaných výnosov nepotvrdil normalitu ani u jednej zo sledovaných skupín na hladine významnosti  $p\text{-value} = 0,01$ .

### 3.2.1 Autokorelácia

Autokorelácia taktiež nenaznačuje podobný priebeh naprieč rôznymi skupinami futures kontraktov. U niektorých skupín môžeme pozorovať významnú autokoreláciu pri posune časovej rady o jeden až dva dni, u iných táto autokorelácia štatisticky významná nie je.

Nasledujúci graf poskytuje pohľad na autokorelogram dvoch kontraktov.

Obr.č. 2: Autokorelogram skupiny kontraktov blm1 a bly1

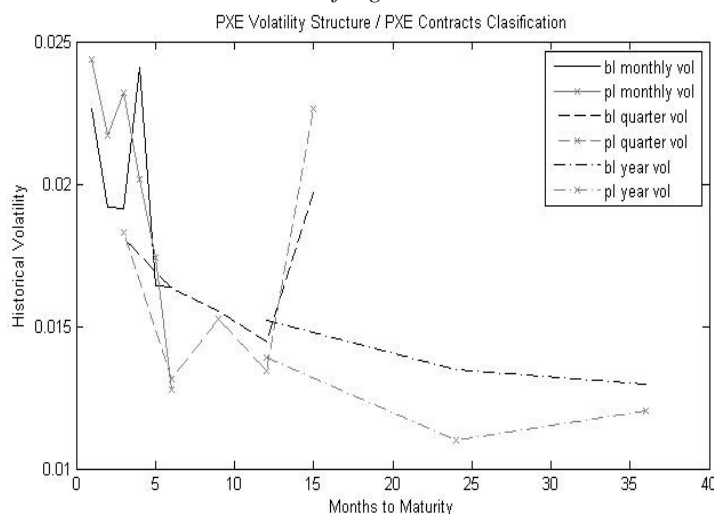


### 3.2.2 Štruktúra historických volatilit

Maržové koeficienty PXE ale i iných organizovaných trhov s futures kontraktmi na elektrickú energiu (napríklad European Energy Exchange) naznačujú, že najvolatilnejšie by mali byť kontrakty mesačné, menej volatilné kontrakty štvrťročné a najmenej volatilné kontrakty ročné. Volatilita by sa mala v rámci jednotlivých skupín zvyšovať so skracujúcou sa dobou do maturity future kontraktu.

Pri pohľade na historické volatility jednotlivých skupín kontraktov obchodovaných na PXE je zrejmé, že nie všetky predpokladané zákonitosti bývajú v praxi naplnené.

Obr.č. 3: Štruktúra historických volatilit kontraktov PXE / PXE klasifikácia kontraktov k 17.7.2009 za celú históriu fungovanie PXE



### 3.3 Členenie kontraktov podľa doby do maturity futures

V rámci tohto jednoduchého členenia sú všetky futures kontrakty s elektrickou energiou rozdelené na „base“ a „peak“ kontrakty a následne do desiatich skupín podľa zostatkovej doby do expirácie kontraktu (resp. doby do započatia dodávky elektrickej energie ev. finančného vysporiadania kontraktu). Nerozlišujeme kontrakty na mesačné, štvrt'ročné, a ročné. Takéto členenie využijeme pri aplikácii dvojfaktorového modelu.

#### 3.3.1 Rozdelenie výnosov a štruktúra historických volatilit

Podobne ako v prípade členenia kontraktov aplikovaného v predošlej subkapitole, Lillieforsov test normality rozdelenia realizovaných výnosov nepotvrdil normalitu ani u jednej zo sledovaných skupín na hladine významnosti  $p\text{-value} = 0,01$ .

Sledovanie aukorelácií v prípade tohto členenia nemá význam. V skupinách kontraktov sa totiž nachádza viacero kontraktov s rovnakým časom do splatnosti súčasne.

Krivka časovej štruktúry historických volatilit v rámci členenia kontraktov podľa doby do splatnosti by podľa predpokladu dvojfaktorového modelu mala s pribúdajúcim časom exponenciálne klesať. Empíria PXE ale i v prípade tohto členenia núti predpoklady opúšťať.

### 3.4 Časové rady Phelix Futures

Alternatívnym prístupom je využitie dát z Európskej Energetickej burzy v Nemecku, tzv. Phelix Futures. Fakt, že sa jedná o futures na elektrickú energiu s dodávkou v rámci iného geografického územia, nie je prekážkou v ich využití pre modelovanie volatilit „českých“ futures, keďže sa ich vzájomné korelačné koeficient cenového vývoja dlhodobo pohybujú nad hranicou 0,9. Výhodou využitia „nemeckých“ dát je predovšetkým vyššia likvidita trhu a s tým súvisiaci menší počet dní s nulovým pohybom.

## 4 Aplikácia modelov

### 4.1 Aplikácia modelu GARCH

Model GARCH bol aplikovaný na každú časovú radu z tabuľky č. 2 zvlášť. Dvojročná história bola rozdelená dňom 17.7.2008 na dve polovice. Prvá polovica dát bola využitá k počiatočnej kalibrácii modelu. Následne bola aplikovaná dynamická kalibrácia, vždy s posunom o jeden obchodný deň a „pamäťou“ 250 kalendárnych dní. Požadovaná marža (VaR) pre každý nasledujúci obchodný deň ( $t+1$ ) bola odhadnutá ako 99-percentný kvantil z 1000 počítačových simulácií s využitím parametrov modelu získaných z časovej rady ( $t-250, t$ ). Celkovo bolo stanovených 365 maržových koeficientov pre každú z 28 časových rád.

Identický postup bol aplikovaný na časové rady cenového vývoja kontraktov Phelix Futures z EEX.

### 4.2 Aplikácia dvojfaktorového modelu

Podobne ako v prípade GARCH modelov bola prvá polovica dát využitá k počiatočnému odhadu parametrov. Rozdelenie kontraktov rešpektuje špecifikáciu v subkapitole 3.2. Parametre  $\varphi=(\sigma_1, \sigma_2, \kappa)$  boli odhadnuté metódou najmenších štvorcov kde na rozdiel pôvodnej aplikácie na EEX neboli k dispozícii implikované volatility z cien opcií na futures. Z toho dôvodu boli využité historické volatility, denné, počítane vždy z posledných 250 obchodných dní.

$$(4.1) \sum_i \left( Vol_{Historical}(F_{Ti}, \dots, F_{ni}) - Vol_{model}^{\varphi}(F_{Ti}, \dots, F_{ni}) \right)^2 \rightarrow \min_{\varphi}$$

Identický postup bol aplikovaný na časové rady cenového vývoja kontraktov Phelix Futures z EEX.

## 5 Záver: Zpatné testovanie modelov (backtesting)

### 5.1 Výsledky spätného testovania

V rámci spätného testovania hodnotíme tri ukazovatele a síce počet prípadov prekročenia marže – Value at Risk (N), suma negatívnych diferencií (EDS) a sumu diferencií.

Indikátor	Model	Bl kontrakty suma	Pl kontrakty suma
N	PXE Margins	57	50
	GARCH <sub>PXE</sub>	127	101
	GARCH <sub>EEX</sub>	50	50
	TFM <sub>PXE</sub>	222	173
	TFM <sub>EEX</sub>	65	40
EDS	PXE Margins	1,2686	1,3911
	GARCH <sub>PXE</sub>	2,7542	2,5131
	GARCH <sub>EEX</sub>	1,5727	1,4285
	TFM <sub>PXE</sub>	4,5111	4,0775
	TFM <sub>EEX</sub>	1,9958	1,8832
DS	PXE Margins	260,60	347,85
	GARCH <sub>PXE</sub>	171,96	184,48
	GARCH <sub>EEX</sub>	216,65	251,99
	TFM <sub>PXE</sub>	114,87	115,63
	TFM <sub>EEX</sub>	176,33	208,48
Počet pozorování		3317	3316

Tab.č.2: Výsledky backtestingu. Zdroj: Vlastná analýza

## 5.2 Závěr

Pri danom počte pozorování je interval počtu prekročení pre nezamietnutie hypotézy o správnosti modelu v rozmedzí 19 až 49 prekročení. Podľa tohto kritéria by sme mohli akceptovať iba dvojfaktorový model, kde k odhadu parametrov boli využité časové rady z nemeckej EEX, no iba pre prípad peak load kontraktov. Burzové maržové parametre naše kritériu prekračujú len mierne, podobne GARCH model postavený opäť na dátach z EEX. Naopak, suma veľkostí jednotlivých prekročení je najnižšia v prípade využitia maržových koeficientov PXE, nasledovaná modelom GARCH<sub>EEX</sub> a TFM<sub>EEX</sub>. Ďalším zaujímavým záverom je, že časové rady priamo z PXE sú nevhodné pre aplikáciu GARCH a TFM modelu.

Pri interpretácii záverov je ale nutné vziať v úvahu niekoľko faktov. Maržové koeficienty PXE zaznamenali v sledovanom období priaznivé výsledky, no ceny futures kontraktov „kráčali“ v priebehu sledovaného obdobia v oblasti historického dna, kde ceny jednotlivých kontraktov dosahovali polovicu či tretinovú úroveň hodnôt predošlého vrcholu. Maržové koeficienty burzy sú stanovené fixne, na dobu neurčitú, v EUR na 1MWh elektrickej energie. Percentuálne sú tak marže (pri nižších cenách futures kontraktov a fixných maržách v EUR) vyššie. Burza pritom zrejme zámerne ponechala koeficienty nezmenené, teda v percentuálnom vyjadrení na vyššej úrovni, čo zapríčinilo ich relatívnu úspešnosť v našom backtestingu.

Fixne stanovené maržové koeficienty v EUR môže však pri strmom raste cien znamenať ich prudké zníženie v percentuálnom vyjadrení. Aj z toho dôvodu je nutné clearingovým bankám i samotným obchodníkom odporučiť vývin interného modelu pre stanovenie marží či výpočet Value at Risk. Z testovaných modelov a súborov dát sa javí vhodné využiť časové rady EEX. Na tomto mieste je ale nutné upozorniť na určitú nekonzistenciu. Časové rady Phelix Futures v sebe zahrňujú skoky z prelomov obdobia (mesiaca, štvrt'roku, či roku). Riziko tak nadhodnocujú.

Aplikované modely nepredstavujú v žiadnom prípade konečný zoznam spôsobov stanovenia maržových koeficientov. Úlohou risk manažérov a vedeckých pracovníkov je nájsť model najoptimálnejší, tak aby pomohol vytvoriť stabilnú a zároveň rozvíjajúcu sa tržnú platformu pre obchodovanie s elektrickou energiou.



## Literatúra

- [1] ARLT, J., M., ARLTOVÁ, M.: *Ekonomické časové řady*. Grada Publishing, Praha, 2007.
- [2] CULOT, M., GOFFIN, V., LAWFORD, S. a kol: *An Affine Jump Diffusion Model for Electricity*. Electrabel SA, 2006.
- [3] MEYER-BRANDIS, T., TANKOV, P.: *Multi-factor jump-diffusion models of electricity prices*. Europlace Institute of Finance, 2006.
- [4] PAPEŽ, M.: *Verifikace VaR modelu – back testing*
- [5] RUEDIGER, K., SCHINDLMAYR G., REIK, H. B.: *A Two-Factor Model for the Electricity Forward Market*. Universtat Karlsruhe, Karlsruhe, 2005
- [6] [www.pxe.cz](http://www.pxe.cz)

## Summary

Study “Volatility of PXE electricity futures contracts modeling” describes two basic methods for modeling electricity futures contracts prices volatility – GARCH and Two Factors Models. Application is illustrated on Czech electricity futures market of Power Exchange Central Europe. Models are applied in the process of margins (Value at Risk) calculation. Backtesting method is used in order to assess models suitability. Results of models suitability is compared to official exchange margins as well.