Oceňování podniku a simulace Monte Carlo

Jiří Hnilica [1]

Abstrakt

Příspěvek se zabývá možnostmi aplikace simulací Monte Carlo při oceňování podniku. Ukazuje, že existuje řada situací, kdy si oceňovatel nemůže vystačit s pouhými bodovými odhady vstupních veličin oceňovacího modelu. Alternativně doporučuje využívat intervalových odhadů (formou pravděpodobnostních rozdělení) vstupních veličin včetně uvažovaní jejich různých forem vzájemné závislosti a kriteriální veličinu (hodnotu podniku) odhadovat pomocí simulací Monte Carlo. Simulacemi Monte Carlo je možné jak odhadnout hodnotu podniku, tak i analyzovat riziko a nejistotu, které s odhadem souvisejí.

Klíčová slova

oceňování podniku, analýza rizika, simulace Monte Carlo

1 Vstupní proměnné oceňovacích modelů podniku

Každý finanční model sestavovaný pro účely ocenění podniku je postaven na předpokladech, které nakonec musejí vyústit k nějakému číselnému odhadu jednotlivých vstupních proměnných modelu. Jen tak je možné finanční model sestavit a vypočítat hodnotu podniku (uvažuji nejčastěji využívaný model diskontovaných peněžních toků). Avšak prakticky nikdo nikdy moc dobře neví, co tyto vstupní předpokládané číselné hodnoty vlastně nakonec představují. Nabízejí se tedy velmi podstatné otázky ohledně odhadovaných hodnot:

- Co tyto číselné hodnoty znamenají? Jak se dají interpretovat?
- Jak spolehlivé tyto hodnoty jsou?
- Jak moc se nakonec tyto hodnoty mohou od skutečnosti lišit?

Problém přesnějšího vydefinování předpokladů je z velké části způsoben tím, že vstupní proměnné modelu obvykle uvažujeme pouze jako bodové odhady. Jak ale získáváme tyto bodové odhady? Jedná se o nejpravděpodobnější hodnoty, střední hodnoty, optimistické hodnoty, pesimistické hodnoty a nebo se jedná o hodnoty zcela nesmyslné …? V mnoha případech těžko soudit. Podniková praxe velmi často favorizuje spíše nejpravděpodobnější hodnoty, které plynou často z analýzy scénářů a reprezentují jakýsi realistický odhad. Zamysleme se ale, jak moc „realistický“ bude odhad cíle (kriteriální veličiny), pro který finanční plán sestavujeme, a který je samozřejmě zcela závislý na našich „bodových odhadech“. Bude-li odhad například zisku Z vycházet z nejpravděpodobnějších hodnot z analýzy scénářů rizikových faktorů A, B a C, kdy např. $Z = A \times B - C$, a řekněme, že by se skutečnost s 50% pravděpodobností neměla od odhadu jednotlivých rizikových faktorů významně lišit (tj. být větší/menší než), tak jaká je pravděpodobnost dosažení i nejpravděpodobnější hodnoty zisku? Pokud A, B a C budou nezávislé, tak je to $0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125$ resp. 12,5 %! A to jsme jenom u tří rizikových faktorů! Pokud bychom uvažovali například 12 předpokladů o hodnotách rizikových faktorů, tak opět při jejich nezávislosti

[1] doc. Ing. Jiří Hnilica, Ph.D., katedra podnikové ekonomiky, Vysoká škola ekonomická v Praze, nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3, Česká republika; email: jiri.hnilica@vse.cz

docházíme k pravděpodobnosti výskytu nejpravděpodobnější hodnoty kriteriální veličiny $(0{,}5)^{12} = 0{,}000244 = 0{,}0244\ \%$. Zdá se tedy, že bodové odhady, které plynou z finančních plánů, jsou problematické, a jak ukazují pravděpodobnosti i značně nevěrohodné. Podívejme opět na rizikové faktory *A*, *B* a *C*. Všechny tři jsou nejisté veličiny. Není z analytického hlediska proto jednodušší je odhadovat spíše intervalově než bodově? Není jednodušší se zamýšlet nad tím, jakých hodnot by asi *A*, *B* a *C* mohly nabývat, než přijít s nějakým jedním číslem pro všechny tři nejisté veličiny? Náš názor nás vede k přesvědčení, že tomu tak v mnoha případech je, a že simulace Monte Carlo, které s takto definovanými proměnnými snadno pracují, představují velmi významný analytický nástroj.

V následujícím textu bych rád upozornil na tři oblasti, které považuji při oceňování za nejproblematičtější a které lze kvalitně řešit pouze simulacemi Monte Carlo (podrobněji viz HNILICA – FOTR, 2009).

2 Záměna středních hodnot za nejpravděpodobnější

Při oceňování podniku (resp. obecně soukromých aktiv) existuje mezi odborníky prakticky jednoznačná shoda na tom, že diskontovat by se měly střední hodnoty sledované veličiny, kterou je nejčastěji tzv. volný peněžní tok či tzv. ekonomická přidaná hodnota (např. HIRSCHLEIFER, 1969, resp. COCHRANE, 2005). Praxe je ovšem taková, že se sledované veličiny odhadují spíše na základě nejpravděpodobnějších hodnot – místo střední hodnoty se chybně dosazuje do vztahu pro výpočet hodnoty podniku modus. Chyby bychom se při tomto postupu nedopouštěli pouze tehdy, pokud by pravděpodobnostní rozdělení využívaná k odhadu vstupních proměnných byla symetrická kolem střední hodnoty.

Dále je důležité vnímat, že sledovaná veličina – řekněme volný peněžní tok (*FCF*) – je agregátní veličinou, do které vstupuje celá řada vzájemně různě závislých (!) proměnných. I v poměrně jednoduché situaci podniku produkujícího jednu komoditu dosazujeme při odhadu *FCF* následující vstupní veličiny: cenu (*P*), množství (*Q*), variabilní náklady (*V*), odpisy (*O*), fixní náklady (*F*), daňovou sazbu (*t*), čistý pracovní kapitál (*NWC*) a investiční výdaje (*I*). Dosadit správnou střední hodnotu volného peněžního toku E(*FCF*) do výpočtu hodnoty podniku, znamená[2] pracovat se středními hodnotami všech těchto vstupních veličin s tím, že se situace komplikuje, pokud mezi vstupními veličinami existuje (korelační) vztah. V následujícím výpočtu E(*FCF*) uvažujeme pouze (!) korelaci mezi cenou a množstvím a mezi variabilními náklady a množstvím:

$$\begin{aligned}
&E(FCF) = \\
&= E\big[(PQ - VQ - O - F)(1-t) + O - \Delta NWC - I\big] = \\
&= (1-t)E\big[(PQ) - E(VQ) - E(O) - E(F)\big] + E(O) - E(\Delta NWC) - E(I) = \\
&= (1-t)\big[E(P)(Q) + \rho_{PQ}\times\sigma_P\times\sigma_Q - E(V)(Q) + \rho_{VQ}\times\sigma_V\times\sigma_Q\big] + tE(O) - E(\Delta NWC) - E(I)
\end{aligned}$$

Jak je patrné, tak i při takto triviální situaci není výpočet střední hodnoty volného peněžního toku nijak jednoduchý. Nicméně pokud využijeme simulace Monte Carlo, středního hodnotu dokážeme velmi rychle, snadno a přesně spočítat.

[2] Pro přehlednost neuvažujeme odlišnost *FCF* v čase.

3 Expertní názory ve finančních modelech

Jelikož se značné množství projektů vyznačuje silnou specifičností a neopakovatelností v čase, budeme v mnoha situacích při sestavování simulačního modelu odkázáni téměř výhradně na názory expertů, které samozřejmě mohou být různě kvalitní. Uvažujme například, že výrobní manažer *A* odhaduje náklady na dokončení vývoje v rozmezí x_1 a x_3 peněžních jednotek, s tím, že nejpravděpodobnější hodnotu vnímá kolem[3] x_2. Další expert *B* má poněkud odlišné představy a domnívá se, že náklady na dokončení vývoje výrobku se budou pohybovat v intervalu y_1 a y_3, nejspíše ale kolem[4] y_2. Bez využití simulací Monte Carlo budeme náklady odhadovat nejspíše pomocí nějakého průměru z hodnot *x* a *y*, nicméně s tímto bodovým odhadem se zcela zbavujeme naší znalosti o nejistotě, která je s odhadem nákladů spojena. Nehledě na tu skutečnost, že průměrná hodnota může nakonec ležet i mezi odhady obou expertů a tedy nemusí vůbec v realitě nikdy nastat! Do modelu by tedy ideálně měly vstupovat oba dva expertní odhady (např. ve formě trojúhelníkových rozdělení), ze kterých by se dle důvěryhodnosti obou expertů vždy přisuzovala každému z odhadů různá váha. Tuto situaci dvou expertů lze vyjádřit prostřednictvím binomického rozdělení, které bude s *p* % generovat nulu a s (1–*p*) % generovat jedničku. Označme si formálně hodnotu z prvního trojúhelníkového rozdělení *X*, hodnotu z druhého trojúhelníkového rozdělení *Y* a hodnotu generovanou binomickým rozdělením *C*. Pak nám náhodná veličina

$$X \times c + Y \times (1 - c)$$

bude simulovat informaci o nákladech, kterou disponujeme. S *p* % bude „mít za pravdu" první expert (hodnota *X*), s (1–*p*) % bude „mít za pravdu" druhý expert (hodnota *Y*). Rozšíření vztahu pro více expertních názorů je zřejmé.

4 Závislosti ve finančních modelech

Dalším problémem, se kterým se běžně při odhadu volných peněžních toků setkáváme, ale většinou nejsme schopni bez simulačního softwaru nijak přesněji podchytit, je problém vzájemné závislosti jednotlivých rizikových faktorů. Poměrně častou situací (viz kapitola 2. Záměna středních hodnot za nejpravděpodobnější) je například závislost mezi cenou a prodaným množstvím. Ta je obvykle specifikována poptávkovou křivkou známou z mikroekonomie, kdy s rostoucí cenou celkové prodeje spíše klesají. Častá bývá i závislost mezi prodaným zbožím a variabilními náklady, kdy například vzhledem ke kapacitnímu omezení mohou variabilní náklady s objemem prodejů narůstat. Obdobný vztah může platit i o fixních nákladech, příp. o určité jejich části. Další často opomíjenou závislostí je tzv. časová závislost (autokorelace) mezi jednotlivými odhady každé ze vstupních proměnných, tj. např. množství prodaného zboží *Q* platí, že $\rho(Q_{t+1}, Q_t) \neq 0$. Jelikož obecně platí, že autokorelace mezi vstupními veličinami nemá vliv na jejich střední hodnoty, a tedy nepřímo ani na odhad hodnoty podniku, tak stejný závěr již neplatí pro nejistotu spojenou s odhadem hodnoty podniku. Navíc jako reálnou situaci bychom měly spíše vnímat, že reálnější je spíše pozitivní autokorelace, než nezávislost, čí dokonce autokorelace negativní. Z definice rozptylu pro rozdělení hodnoty podniku (*H*) plyne:

[3] $x_1 \le x_2 \le x_3$
[4] $y_1 \le y_2 \le y_3$

$$D(H) =$$
$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{D(FCF_t)}{[1+r]^t} + \sum_{i=1}^{T} \sum_{j=2}^{T-1} \text{cov}\left(\frac{FCF_i}{[1+r]^i}, \frac{FCF_j}{[1+r]^j} \right) =$$
$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{D(FCF_t)}{[1+r]^t} + \sum_{i=1}^{T} \sum_{j=2}^{T-1} \frac{1}{[1+r]^i [1+r]^j} \text{cov}\left(FCF_i, FCF_j\right) | i \neq j$$

Podle hodnoty celkové kovariance tak celkový rozptyl hodnoty podniku (signalizující nejistotu jeho odhadu) může být větší či menší v poměru k pouhému součtu rozptylů volných peněžních toků v jednotlivých letech. Důležité je ovšem zdůraznit, že při oceňování podniku se můžeme setkat i s celou řadou situací, které vedou k závislosti vstupních proměnných (a tedy případně i z nich odvozených volných peněžních toků), nicméně závislost to nemusí být nutně lineární! Pak nejistota odhadu hodnoty podniku již nemusí být vůbec analyticky řešitelná a opět jedinou cestou k jejímu odhadu by byly simulace Monte Carlo.

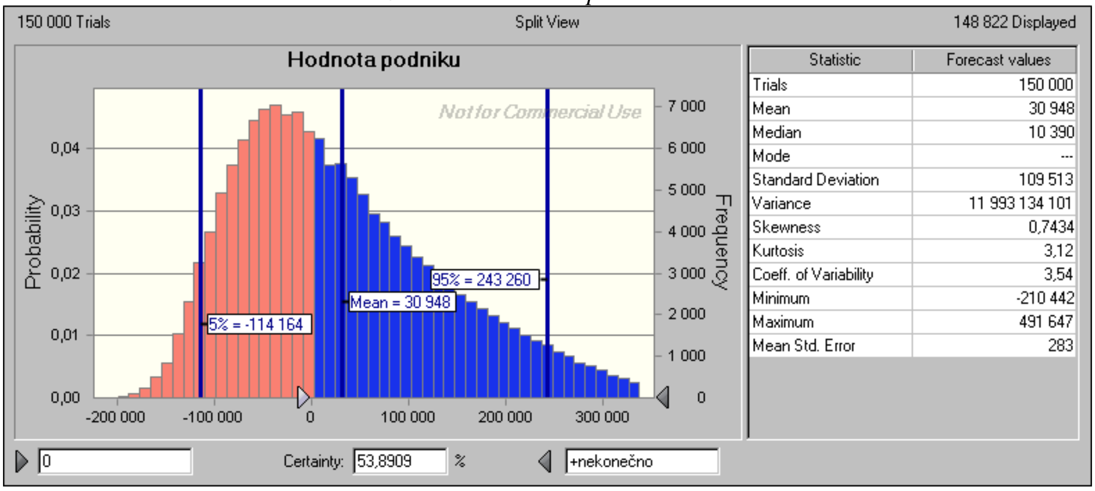
5 PV-at-Risk

Model pro oceňování podniku je prakticky nejčastěji sestavován v prostředí MS Excel. Bodové odhady očekávaných volných peněžních toků se přepočítávají relevantní diskontní sazbou k dnešnímu okamžiku. Při modelování bychom ale vždy měli maximálně zužitkovat všechny relevantní informace o rizicích či nejistotách ohledně vstupních veličin modelu, které máme k dispozici a všechny tyto informace do modelu integrovat. Určitě není správné, pokud místo různě definovaných případných intervalových hodnot rizikového faktoru budeme pracovat s jejich pouhými průměry, jelikož – jak je dobře ze statistiky známo – budeme-li pracovat s průměry vstupních veličin, tak automaticky neplatí, že získáme i průměrnou hodnotu výstupní (tj. hodnotu podniku). Navíc se tím připravujeme o informaci o rizicích či nejistotách, kterou máme přímo k dispozici.

Využijeme-li pro ocenění simulaci Monte Carlo, můžeme analyzovat naši nejistotu ohledně odhadu hodnoty podniku pomocí následujících grafů či tabulkových výstupů (Obr. č. 1 a 2) – analogických metodice *Value-at-Risk*. Jelikož vstupem do modelu byla různá pravděpodobnostní rozdělení, bude i kriteriální výstupní veličina – hodnota podniku – charakterizována pomocí pravděpodobnostního rozdělení. Obrázek č. 1 zachycuje rozdělení pravděpodobnosti hodnoty podniku, resp. správněji řečeno rozdělení neurčitosti[5] ohledně odhadu hodnoty podniku včetně různých statistických charakteristik. První základní statistikou je střední hodnota rozdělení – tj. současná hodnota podniku (30 948). Další zajímavou veličinou je šikmost, která indikuje zřejmé sešikmení doprava, což je určitě pro případného investora do podniku příznivá zpráva. Z grafu lze snadno vyčíst i míry rizika typu "at-risk", tj. v našem případě *PV-at-Risk* (Present-Value-at-Risk), které jsou reprezentovány nejčastěji 5% příp. 1% kvantilem rozdělení.

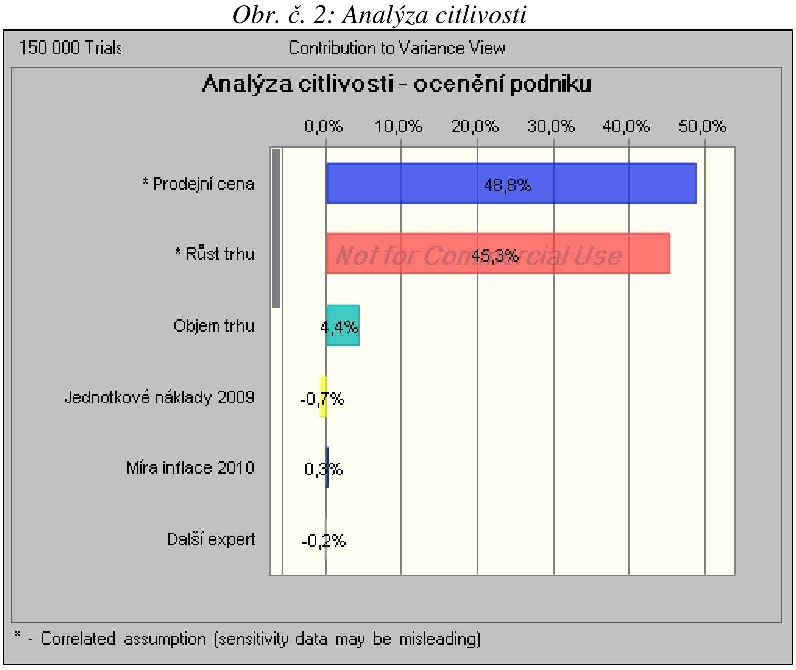
[5] Hodnota podniku vychází z diskontování středních hodnot *FCF* a představuje určitou cenu, která je jedna (*PV*, resp. *NPV*). Vstupní veličiny jsou ale ovlivněny jak rizikem (inherentní nahodilostí systému), tak i nejistotou (naší neznalostí ohledně parametrů pravděpodobnostních rozdělení apod.). Kombinovaný efekt rizika a nejistoty označujeme jako neurčitost. Blížeji k pojmům riziko a nejistota viz (HNILICA, J. - FOTR, J., 2009), resp. (VOSE, D., 2000).

Obr. č.1: Hodnota podniku



Další důležitá analýza ukazuje, jak jednotlivé vstupní veličiny ovlivňují veličinu kriteriální. Z ilustračního obrázku č. 2 např. vidíme, že prodejní cena a růst trhu[6] přispívá s 94 % k celkovému rozptylu[7]. Těmto dvěma veličinám by pak analytik měl věnovat největší pozornost.

Obr. č. 2: Analýza citlivosti



[6] Hvězdička u obou vstupních veličin signalizuje, že veličiny jsou korelované a že nemusí být zřejmá kauzalita, tj. zda je nejistota odhadu prodejní ceny příčinou či následkem nejistoty růstu trhu.

[7] Obvykle se počítá jako míra pořadové korelace mezi kriteriální veličinou a danou vstupní proměnnou (samozřejmě při zahrnutí vlivu ostatních vstupních proměnných). Na Obrázku 2 je sice analýza citlivosti charakterizovaná pomocí podílu na celkovém rozptylu, nicméně jedná se o přepočet z měr pořadové korelace.

Literatura

[1] HIRSCHLEIFER, J.: Investment Decision under Uncertainty: Choice-Theoretic Approaches. *Quaterly Journal of Economics*, 1965, 79, November, s. 506 – 536.

[2] HNILICA, J. - FOTR, J.: *Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování.* 1. vydání : Grada Publishing. Praha 2009.

[3] VOSE, D.: *Risk Analysis. A Quantitative Guide*. New York : John Wiley and Sons, 2000.

[4] COCHRANE, J. H.: *Asset Pricing – revised edition*. New Jersey : Princeton University Press, 2005.

[5] GROENENDAAL, H., ZAGMUTT, F.: Spin of the Wheel: The Role and Reality of Monte Carlo Simulations. *Risk Management Managazine*, Volume 53, August, 2006.

Summary

This paper, *Business Valuation and Monte Carlo Simulations*, focuses its attention on practices of business valuation in which habitually and most frequently only point estimates of inputs are regarded. It shows that under many common conditions that process may be misleading and incorrect. Instead it suggests that all the estimates be based upon interval estimates (probability distributions) and Monte Carlo Simulations should be applied to arrive both, at the business value estimate, and at the risk and uncertainty it is surrounded by.