Managing cash via Baumol model respecting oncosts

Aplikace Baumolova modelu řízení peněžních prostředků s mimořádnými výdaji

Jiří Valecký[1]

Abstract

Managing cash flows is limited to the "operational" methods generally and the optimalizing models are rarely applied in the general practice. These models suffer sharp criticism concerning the validity of model assumptions. This paper is devoted to the extending the basic Baumol model of managing cash flows by exceptional expenditures and also by costs of lack of cash. Within the paper, we discuss some assumptions and we point out that not all of them are unreal and too simplifying the reality. Both models are applied to real data of Czech stock corporation and the results are compared.

Key words

Cash management, optimization model, money acquisition, Baumol model.

JEL Classification: C50, G39

1 Úvod

Oblasti řízení peněžních prostředků není věnováno příliš pozornosti a aplikované metody v praxi se omezují především na "operativní" způsob řízení v podobě pasivního sledování peněžních toků. Aktivní metody v podobě optimalizačních modelů jsou v ústraní a jsou vystaveny značné kritice aplikovatelnosti a reálnosti předpokladů. Jak je diskutováno v tomto příspěvku, ne všechny předpoklady se zdají být tak nereálné a příliš zjednodušující realitu.

Z těchto důvodů je příspěvek věnován rozšíření Baumolova modelu řízení peněžních prostředků dle Baumol (1952). Toto rozšíření spočívá v zakomponování mimořádných výdajů pomocí Poissonovského procesu a dále o přidání nákladů nedostatku peněžních prostředků v podobě úrokových nákladů.

Cílem příspěvku je tedy aplikace rozšířeného Baumolova modelu na reálná data akciové společnosti a jeho porovnání s modelem původním. Ve druhé části je popsán základní Baumolův model řízení peněžních prostředků a poté je ve třetí kapitole vysvětlen a odvozen rozšířený model s mimořádnými výdaji. Ve čtvrté aplikační části je nalezena optimální výše akvizice pro původní a rozšířený model a výsledky jsou porovnány.

[1] Ing. Jiří Valecký, Ph.D., VŠB – Technická univerzita Ostrava, ekonomická fakulta, katedra financí, Sokolska třída 33, 701 21 Ostrava 1, Česká republika, email: jiri.valecky@vsb.cz.
Tento článek vznikl za finanční podpory Studentské grantové soutěže EkF, VŠB-TU Ostrava v rámci projektu SP2011/38 " Odhad a predikce individuálních rizik ve finančních institucích“.

2 Metody řízení peněžních prostředků

Metody řízení peněžních prostředků lze členit na metody pasivní a aktivní. Pasivní metody jsou soustředěny zejména na běžné sledování peněžních toků s cílem zajistit potřebnou výši peněžních prostředků. Lze tedy hovořit o věcném řízení, v jehož rámci jsou sestavovány např. platební kalendáře. Tyto přístupy spočívají v adaptaci procesu řízení na dané podmínky, v jejichž rámci jde vlastně o snahu pokrýt očekávané výdaje příjmy tak, aby nedošlo k nedostatku hotovosti se všemi jejími následky.

Na druhou stranu, smyslem aktivních metod je takové řízení, které naopak vymezuje a nalézá optimální podmínky pro řízení peněžních prostředků tak, aby celá činnost byla spojena s minimálními náklady. Do této kategorie lze zahrnout optimalizační Baumolův model řízení peněžních prostředků, Baumol (1952).

Mezi oběma kategoriemi stojí Miller-Orrův model, Miller a Orr (1966), který je adaptivní s aktivními prvky zásahu. V rámci tohoto modelu je pasivně sledován vývoj peněžních prostředků a v případě hrozícího nedostatku je hotovost navýšena. Naopak v případě, kdy stav hotovosti je příliš vysoká, dochází k její odčerpání tak, aby nedocházelo k vysokým nákladům držby. Model sice obsahuje tyto aktivní prvky, ale ty nejsou vykonávány za účelem minimalizace nákladů, nýbrž za účelem jejich snížení. Optimální podmínky pro řízení peněžních prostředků tedy nejsou vytvářeny, a proto se přikláníme spíše k zařazení do pasivních metod.

2.1 Baumolův model

Smyslem Baumolova modelu je nalezení optimální výše akvizice peněz, při níž jsou celkové náklady řízení peněžních prostředků minimální. Tento model má vzhledem ke svým omezujícím předpokladům spíše teoretický význam, neboť z nich vyplývá řada nedostatků a omezení v praktické aplikaci. Základními předpoklady modelu lze považovat následující:

- je známa celková potřeba peněz;
- čerpání peněz je rovnoměrné;
- peníze jsou získávány prodejem státních cenných papírů;
- získání peněz je spojeno s akvizičními náklady;
- držba peněz je spojena s náklady ušlého zisku.

Celkové náklady spojené s řízením peněžních prostředků jsou určeny vztahem

$$CN = N_A \cdot \frac{P}{Q} + \acute{u} \cdot \frac{Q}{2}, \tag{1}$$

kde N_A jsou akviziční náklady, P je celková potřeba peněz, Q je velikost akvizice a $\acute{u}$ jsou náklady ušlého zisku. Optimální výše akvizice Q_{opt} je nalezena minimalizací funkce (1), tedy řešením rovnice $\partial CN / \partial Q = 0$, tedy

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot N_A \cdot P}{\acute{u}}}. \tag{2}$$

2.2 Kritika modelu

Jak již bylo zmíněno výše, základní model se potýká s několika nedostatky v podobě naplnění výchozích předpokladů i jiných omezení. Prvé řadě se nepočítá s běžnými příjmy, jednorázovými a značnými investičními výdaji, se sezónní potřebou peněz, předpokládá se rovnoměrnost peněžních výdajů, nepočítá se s "pojistnou zásobou", Valach (1999, str. 145), a

dále se předpokládá konstantní cena peněz, neuvažují se mimořádné příjmy a výdaje a také náklady nedostatku peněz.

Ne však veškerá kritika je oprávněná a všechny předpoklady příliš zjednodušující. Např. potřeba peněz může být známa z finančního plánu podniku, nebo může být subjektivně odhadnuta na základě minulých období. Investiční výdaje jsou mnohdy kryty z jiných zdrojů než z hotovosti, takže je lze ignorovat. Navíc jsou vysoce plánované, takže jejich výše je dopředu známá a je obsažena v dlouhodobých plánech. Dokonce ani předpoklad rovnoměrného čerpání peněžních prostředků a nerespektování běžných výdajů nejsou tak nereálnými předpoklady, jak dokládá aplikační příklad níže.

Rovněž akviziční náklady mohou být nahrazeny obecnými náklady na obstarání peněz, např. získáním úvěru (vyřízení úvěru, transakční náklady apod.) nebo z jiných zdrojů (spořící účet aj.) se kterými náklady na obstarání peněz spojeny jsou. V neposlední řadě i konstantní cena peněz má své odůvodnění, neboť by měla představovat náklady obětované příležitosti, které jsou často stanovovány na roční období v podobě diskontních sazeb (tj. nákladů kapitálu).

Lze tedy obecně říci, že modelem je sice zjednodušena realita, ale toto zjednodušení není zcela nevhodné. Velkým nedostatkem je však nerespektování zmíněné "pojistné zásoby" a mimořádných výdajů v průběhu sledovaného období.

3 Baumolův model s mimořádnými výdaji

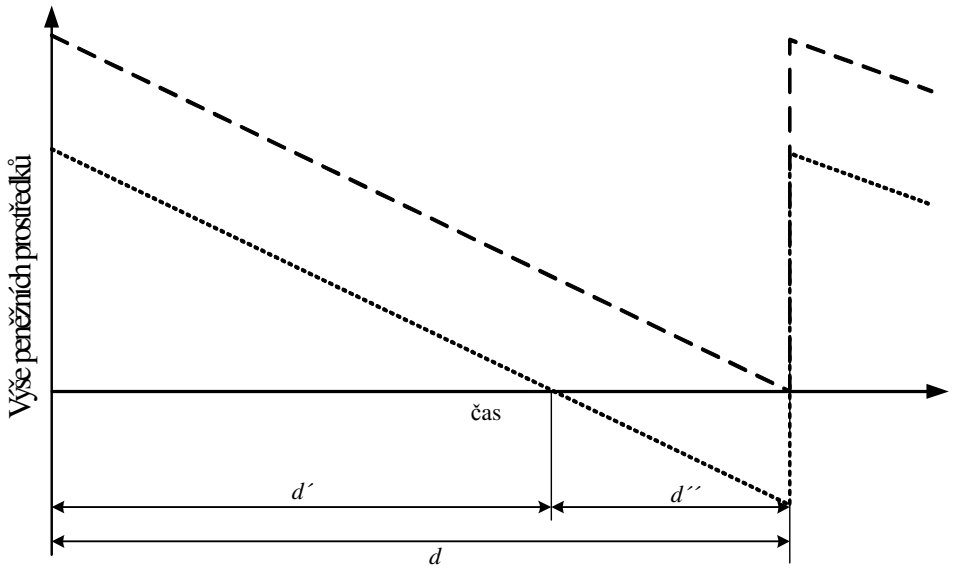
V této části se přesto pokusíme zreálnit Baumolův model tak, že bude rozšířen o neočekávané mimořádné výdaje. V prvé řadě je však nezbytné stanovit a doplnit k původním předpokladům nové, a to:

- výše a četnost mimořádných výdajů jsou určeny na základě minulých období;
- mimořádné výdaje jsou kryty krátkodobým bankovním úvěrem;
- výskyt mimořádných výdajů je řízen Poissonovským procesem;
- skutečná výše akvizice je navýšena o skutečnou výši mimořádného výdaje;
- náklady nedostatků peněžních prostředků jsou vyjádřeny nákladem dluhu;
- očekávaný mimořádný výdaj je uhrazen již na začátku období mezi dvěma akvizicemi.

3.1 Odvození modelu

Pro odvození rozšířeného modelu s mimořádnými výdaji a s náklady nedostatku peněz je vhodné nejprve stanovit potřebné časové úseky mezi dvěma po sobě jdoucími akvizicemi, viz Obr. 1.

Obr. 1: Délka jednotlivých období mezi dvěma akvizicemi



Na Obr. 1 jsou znázorněny tři časové úseky. Úsek d představuje dobu mezi dvěma po sobě jdoucími akvizicemi a lze ji vyjádřit ve tvaru

$$d = D \cdot \frac{Q}{P}, \tag{3}$$

kde D je počet dnů ve sledovaném období (360 pro jeden rok), Q je velikost akvizice, P je potřeba peněz na sledované období, přitom platí $P_A^{-1} = Q/P$, kde P_A je počet akvizicí za sledované období.

Dalším časovým úsekem je doba d', ve které peníze získané akvizicí pokrývají, po uhrazení očekávaného mimořádného výdaje na začátku období, běžné výdaje. Tuto dobu lze vyjádřit ve tvaru

$$d' = D \cdot \frac{Q - E[MV]}{P}, \tag{4}$$

kde $E[MV]$ je očekávaná výše mimořádného výdaje v období mezi dvěma akvizicemi d.

Poslední časový úsek d'' představuje období, v němž dochází k nedostatku peněžních prostředků, a lze jej vyjádřit jako rozdíl období (3) a (4), tedy

$$d'' = D \cdot \frac{E[MV]}{P}. \tag{5}$$

Celkové náklady spojené s řízením peněžních prostředků lze vyjádřit jako součet (a) celkových nákladů na akvizici; (b) nákladů držby peněz a (c) nákladů nedostatku peněz. Funkci celkových nákladů lze tedy zapsat jako

$$CN = N_A \cdot P_A + \frac{ú}{D} \cdot d' \cdot P_A \cdot \max\left(\frac{Q - E[MV]}{2}; 0\right) + \frac{R_D}{D} \cdot d'' \cdot P_A \cdot \frac{E[MV]}{2}, \tag{6}$$

kde N_A jsou náklady na jednu akvizici, P_A je počet akvizic P/Q, Q je velikost akvizice, $ú$ je diskontní sazba vyjadřující náklady držby peněz, $E[MV]$ jsou očekávané mimořádné výdaje v období mezi dvěma akvizicemi a R_D jsou náklady dluhu představující náklady nedostatku peněz.

Po dosazení výrazů (4) a (5) do rovnice celkových nákladů (6) získáme

$$CN = N_A \cdot P_A + ú \cdot \frac{Q - E[MV]}{P} \cdot P_A \cdot \max\left(\frac{Q - E[MV]}{2}; 0\right) + R_D \cdot \frac{E[MV]}{2} \cdot P_A \cdot \frac{E[MV]}{P} \quad (7)$$

a po úpravě, pokud $P_A = P / Q$,

$$CN = N_A \cdot P_A + ú \cdot \left(1 - \frac{E[MV]}{Q}\right) \cdot \max\left(\frac{Q - E[MV]}{2}; 0\right) + R_D \cdot \frac{E[MV]}{2} \cdot \frac{E[MV]}{Q}, \quad (8)$$

kde $E[MV]/Q$ představuje podíl očekávaných mimořádných výdajů na akvizici, $(Q - E[MV])/2$ je průměrná výše peněz při rovnoměrném čerpání a při očekávané výši mimořádných výdajů hrazených na začátku období mezi akvizicemi, $E[MV]/2$ reprezentuje průměrný stav čerpaného úvěru ke krytí $E[MV]$ a funkce $\max(.)$ zajišťuje, že náklady držby peněz jsou počítány pouze z průměrného kladného zůstatku. Optimální výše jedné akvizice při minimálních nákladech na akvizici, držby peněz a nedostatku peněz je poté nalezena minimalizací funkce (8).

3.2 Postup řešení

Obecný postup řešení a výpočtu optimální velikosti akvizice lze získat v následujících krocích:

1. určí se kritérium pro určení mimořádného výdaje;
2. stanoví se průměrná výše mimořádného výdaje;
3. propočte se pravděpodobnost výskytu mimořádných výdajů v období mezi dvěma akvizicemi[2];
4. pomocí průměrné výše mimořádného výdaje a pravděpodobnosti výskytu se vypočte očekávaný mimořádný výdaj mezi dvěma akvizicemi;
5. provede se minimalizace funkce celkových nákladů.

Kritérium mimořádného výdaje lze zvolit jako pevnou prahovou hodnotu h, jež může být určena zcela subjektivně nebo objektivizovaným způsobem v podobě percentilu. Mimořádný výdaj je poté určen jako $\max(V_i - h; 0)$ pro $i = 1, 2, ..., N$, kde N je počet dnů ve sledovaném období a V_i je výdaj v i-tém dni. Je také možné u každého výdaje mechanicky určit, zda se jedná o mimořádný výdaj či o mimořádnou výši.

Průměrná výše mimořádného výdaje se spočítá jako střední hodnota, tedy $\overline{MV} = \max(V_i - h; 0)/|N|$, kde $|N|$ je počet mimořádných výdajů ve sledovaném období.

Výpočet pravděpodobnosti výskytu mimořádných výdajů v období mezi dvěma akvizicemi je určeno na bázi Poissonovského procesu ve tvaru

$$P(S(t+d) - S(t) = k_j) = \frac{e^{-\lambda d} (\lambda d)^{k_j}}{k_j!}, \text{ pro } j = 1, 2, \ldots, \quad (9)$$

kde $S(t+d) - S(t)$ vyjadřuje množství mimořádných výdajů mezi dvěma akvizicemi, k_j je počet mimořádných výdajů v tomto období, d je délka období mezi dvěma akvizicemi (3) ve

[2] Pravděpodobnost výskytu mimořádných výdajů je závislá na délce období mezi akvizicemi. S rostoucí velikosti akvizice se prodlužuje délka tohoto období a pravděpodobnosti výskytu vyššího počtu výdajů se tak zvyšuje a pravděpodobnost vzniku nižšího počtu výdajů se naopak snižuje.

dnech a λ je parametr Poissonovského rozdělení pravděpodobnosti, jenž je nutné odhadnout z historických dat metodou maximální věrohodnosti dle

$$\hat{\lambda}_{MLE} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i \,, \tag{10}$$

kde N je počet dnů ve sledovaném období a k_i je počet mimořádných výdajů v i-tém dni.

Očekávaná výše mimořádných výdajů v období mezi dvěma akvizicemi se poté spočte dle

$$E\left[MV\right] = \sum_{j=1}^{\infty} P\left(S\left(t+d\right) - S\left(t\right) = k_j\right) \cdot k_j \cdot \overline{MV} \,. \tag{11}$$

3.3 Kritika modelu

Rozšířený model je postižen stejnými nedostatky jako model původní. Jeho vylepšení spočívá pouze v respektování mimořádným výdajů a zakomponování nákladů nedostatku peněz do optimalizačního procesu. V modelu se sice nadále neuvažují neočekávané příjmy, ty však lze zanedbat, neboť model má sloužit především k zajištěním potřebných peněz na očekávané a mimořádné výdaje a spolehnutí na mimořádné příjmy může být z hlediska řízení peněz kritické. Rovněž lze podotknout, že mimořádné příjmy lze ošetřit a zakomponovat do modelu analogickým postupem jako mimořádné výdaje.

V modelu se však ani zde nepočítá s investičními náklady, a to ze stejného důvodu. Prezentované modely však mají sloužit k "operativnímu" řízení peněžních prostředků a plánování prostředků na investice lze považovat za strategické.

Model však i v rozšířené podobě nepočítá s pojistnou zásobou a další problém vzniká při výpočtu očekávaného mimořádného výdaje (11). Zde je nutné výpočet aproximovat tak, že se určí konečný počet mimořádných výdajů. Dalším omezení modelu je skutečnost, že mimořádný výdaj je uhrazen na začátku období mezi akvizicemi a nikoliv v jeho průběhu. Pokud je toto období krátké, lze toto zjednodušení považovat za ne příliš zkreslující konečný výsledek.

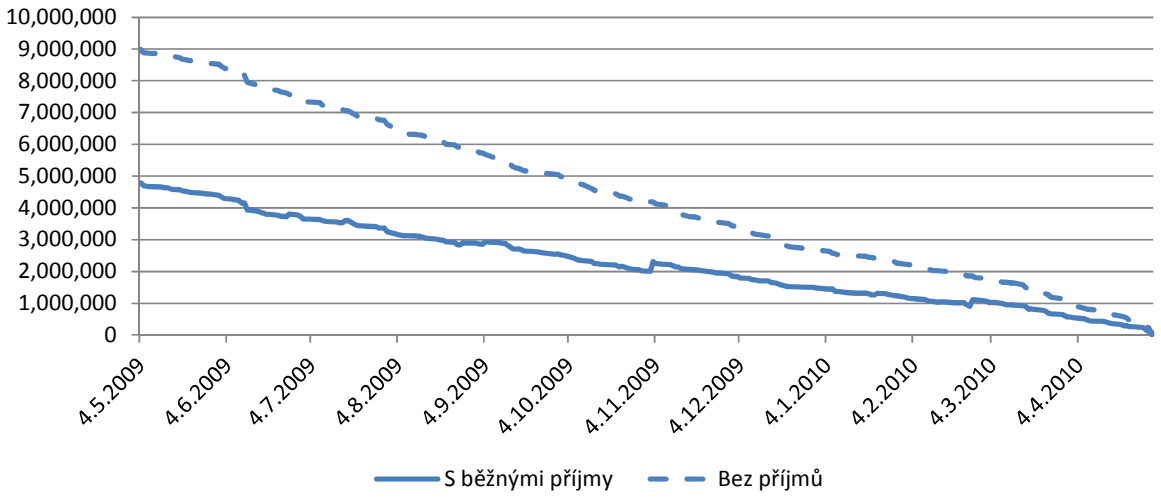
Poslední poznámka je věnována nákladům nedostatku peněz, jež představují náklady dluhu krátkodobého úvěru. Tyto lze nahradit úrokovou sazbou či ušlým výnosem tehdy, pokud jsou prostředky čerpány ze spořících či termínovaných účtů namísto krátkodobého úvěru.

4 Aplikace modelu ve společnosti XY

Nyní aplikujme původní i rozšířený model řízení peněžních prostředků na společnost XY, jež je akciovou společností a její hospodářský rok je od 1.5. do 30.4. Oba modely budou aplikovány na data získaná z peněžního deníku společnosti z hospodářského roku 2010. Náklady na akvizici jsou předpokládány ve výši 1.500 p.j.; náklady ušlého zisku jsou 5 % p.a. a úroková sazba z krátkodobého úvěru je stanovena na 12,5 % p.a. Úkolem je nalezení optimální výši akvizice pro původní a rozšířený model řízení peněžních prostředků při minimálních celkových nákladech.

Ještě než bude aplikován postup popsaný výše, je nejprve nutné upravit údaje z peněžního deníku. V prvé řadě je potřeba naakumulovat výdaje za jednotlivé dny a vypustit příjmy peněžních prostředků čerpaných z banky, kterými si firma doplňuje hotovost. Běžné příjmy je možné odečíst od běžných výdajů. Následující obrázek zachycuje vývoj čerpání peněz s běžnými příjmy a bez nich.

Obr. 2: Průběh čerpání peněžních prostředků



Jak je z obrázku zřejmé, čerpání peněz v obou případech lze opravdu proložit přímkou. Tímto je splněn předpoklad rovnoměrného čerpání peněz, jenž bývá často považován za nereálný. Dokonce i po očištění výdajů o běžné příjmy je tento předpoklad v platnosti. V aplikačním příkladu je dále počítáno pouze s "hrubými" výdaji.

Prahovou hodnotou pro určení neočekávaného mimořádného výdaje byla určena jako průměrný výdaj zvýšený o jednonásobek směrodatné odchylky. Za této podmínky bylo během hospodářského roku 2010 celkem 28 těchto mimořádných výdajů o průměrné výši 38.496 p.j. Celková plánovaná potřeba byla stanovena jako součet všech výdajů snížených o mimořádné, tedy 7.906.880 p.j.

V dalším kroku je dále odhadnut parametr intensity Poissonovského rozdělení pravděpodobnosti výskytu mimořádných výdajů dle (10), a to ve výši 0,1197. Dále jsou spočteny pravděpodobnosti výskytu mimořádných výdajů v období mezi dvěma akvizicemi (9) a poté očekávaný mimořádný výdaj mezi dvěma akvizicemi dle (11). V posledním kroku je minimalizována funkce celkových nákladů rozšířeného (8) a původního modelu (1). Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab.1: Porovnání výsledků

Baumolův model	Naklady na akvizici	Náklady držby	Náklady nedostatku peněz	Náklady celkem	Q_{opt}	Počet akvizic	Doba mezi akvizicemi
- původní	17 219	17 219	-	34 439	688 776	11,48	31,36
- s mim. výdaji	14 807	12 542	2 178	29 527	800 991	9,87	36,47

Náklady na akvizici jsou o 2.412 p.j. nižší a náklady držby peněz o 4.677 p.j. Náklady nedostatku peněz v podobě úroků z úvěru jsou ve výši 2.178 p.j. a celkové náklady jsou nižší o 4.912 p.j. proti původního modelu, přitom velikost akvizice je vyšší při nižším počtu akvizic za rok a s delší dobou mezi akvizicemi.

Celkové nižší náklady můžeme vysvětlit především tím, že v daném případě očekávaný mimořádný výdaj odčerpá hotovost hned na začátku období mezi akvizicemi a sníží tak výrazně náklady držby peněz. Předpokladem, že nedostatek peněz je ihned vyrovnán na konci období mezi akvizicemi, nepřevýší úrokové náklady úsporu nákladů držby. Navíc toto období, je výrazně kratší, 7,6 dne, kdežto období trvajícího kladného zůstatku peněz je dlouhé 28,9

dne. Nižší náklady v daném případě nejsou rozhodně způsobeny levnějším zdrojem financování (náklady dluhu jsou stanoveny na vyšší úrovni než náklady obětované příležitosti).

Pro úplnost jsou v následující tabulce uvedeny výsledné pravděpodobnosti výskytu mimořádných výdajů v období mezi dvěma akvizicemi včetně očekávané výše mimořádného výdaje pro jednotlivé scénáře (tj. pro počet výdajů za období mezi akvizicemi).

Tab. 2: Pravděpodobnost a výše mimořádných výdajů mezi dvěma akvizicemi

Počet mim. výdajů - scénář	Pravděpodobnost scénáře	Celková výše mim. výdaje pro daný scénář	Očekávaná výše mim.výdaje pro daný scénář
0	0,0127	0	0
1	0,0555	38 496,27	2 138,46
2	0,1212	76 992,54	9 331,86
3	0,1763	115 488,81	20 361,30
4	0,1923	153 985,08	29 617,72
5	0,1679	192 481,36	32 311,64
6	0,1221	230 977,63	28 200,46
7	0,0761	269 473,90	20 510,32
8	0,0415	307 970,17	12 786,20
9	0,0201	346 466,44	6 974,59
10	0,0088	384 962,71	3 381,77
11	0,0035	423 458,98	1 475,74
		Očekávaný mim. výdaj:	167 090,06

Dle výsledků lze říci, že s největší pravděpodobností (0,1923) nastanou v období mezi akvizicemi čtyři mimořádné výdaje. V tomto případě by celkový mimořádný výdaj činil 153.985 p.j. Za povšimnutí stojí taktéž ta skutečnost, že pravděpodobnost výskytu jednoho výdaje je blízká pravděpodobnosti sedmi nebo osmi výdajů za období.

Pravděpodobnost, že nastane nejméně jeden mimořádný výdaj je součtem řádku pravděpodobnosti scénáře 1 až 11, tedy 0,9854. Celkový očekávaný mimořádný výdaj dle rovnice (11) ve sledovaném období činí přibližně 167.090 p.j.

5 Závěr

Příspěvek byl věnován rozšíření Baumolova modelu řízení peněžních prostředků o mimořádné výdaje a náklady nedostatku peněz. Nejprve byl vysvětlen základní Baumolův model a poté byla vysvětlena a odvozena rozšířená varianta. Oba modely byly podrobeny kritice a jednotlivé předpoklady byly diskutovány. Oba modely byly poté aplikovány na reálná data české akciové společnosti a výsledky byly porovnány.

Jak se na reálných datech ukázalo, ne všechny předpoklady jsou příliš zjednodušující. Dle aplikačního příkladu lze skutečně přepokládat rovnoměrné čerpání peněžních prostředků a nerespektování běžných příjmů lze snadno zakomponovat tak, že běžné výdaje jsou o tyto očištěny. Zanedbání mimořádných příjmů má zde především bezpečnostní charakter. Při srovnání výsledků se ukázalo, že celkové náklady jsou u rozšířeného modelu dokonce nižší, přestože tento model počítá s náklady nedostatku peněz. Nižší náklady držby peněz jsou způsobeny především mimořádnými výdaji a náklady na akvizice jsou nižší především z důvodu větší akvizice.

Navržený model má však ještě řadu možností vylepšení. Jednak lze do něj zakomponovat mimořádné příjmy a "pojistnou zásobu" peněz, ale především je možné modelovat velikost očekávaného mimořádného výdaje, neboť ta je ve skutečnosti náhodnou veličinou s určitým pravděpodobnostním rozdělením. Dále je nutné předpokládat statistickou (ne)závislost veličin výskytu a výše mimořádného výdaje. Taktéž se zde otvírá prostor pro aplikaci zejména simulačních technik, s jejichž pomocí by bylo relativně snadné určit očekávané rozdělení pravděpodobnosti minimálních celkových nákladů a velikosti akvizice, dále identifikovat extrémní scénáře a stanovit hodnoty Value at Risk na extrémně vysokých hladinách spolehlivosti.

Literatura

[1] BAUMOL, W.J., 1952. *The Transactions Demand for Cash: AN Inventory Theoretic Approach*. Quarterly Journal of Economics.

[2] MILLER, M.H., Orr, D., 1966. *A Model of the Demand for Money by Firms*. Quartely Journal of Economics.

[3] VALACH, J. a kol., 1999. *Finanční řízení podniku.* Praha: Ekopress.

Summary

Řízení peněžních prostředků se v podnikové praxi omezuje především na "operativní" metody řízení v podobě sledování peněžních toků. Aktivní metody zastoupené optimalizačními modely nenacházejí velké uplatnění a čelí značné kritice týkající se výchozích předpokladů. Tento článek je věnován rozšíření a "zreálnění" původního Baumolova modelu řízení peněžních prostředků o mimořádné výdaje a náklady nedostatku peněžních prostředků. V rámci příspěvku jsou rovněž diskutovány předpoklady původního modelu a je ukázáno, že ne všechny předpoklady lze považovat za nereálné a příliš zjednodušující. Oba modely jsou aplikovány na reálná data české akciové společnosti a výsledky jsou porovnány.