

The Influence of the GDP Growth on the Financial Stability of the chosen Czech Banks within Estimated Scoring Model

Analýza vlivu výkonu ekonomiky na finanční zdraví vybraných českých bank dle odhadnutých scoringových modelů¹

Petr Gurný²

Abstract

The paper is devoted to analyze of the economic performance impact on the prediction of Czech banks' financial stability based on a model estimated on a sample of 400 U.S. banks by means of the binary logistic model. The theoretical part is based on so-called Z-metrics methodology, see Altman (2010), which takes into account the macroeconomic indicators when estimating the model in addition to microeconomic indicators. The estimated model is then applied on the portfolio of three Czech banks, where statistically significant indicators are modeled according to the selected multivariate subordinated Variance Gamma process, including capturing of the dependencies. A key part of the paper is then devoted to perform a sensitivity analysis of the probability distribution of PD to change in GDP growth.

Key words

Probabilities of default, binary logistic model, Variance Gamma process, stress testing.

JEL klasifikace: C01, C51, G17.

1. Úvod

Náplní příspěvku je analýza pravděpodobnosti úpadku (PD) komerčních bank. Parametr PD lze nazvat klíčovým při jakémkoliv rozhodování souvisejícím s kreditním rizikem. Tato problematika je v současnosti v centru pozornosti jak akademických, tak firemních kruhů, a to zejména z důvodu nedávné celosvětové finanční krize.

Cílem je příspěvku je dle logit modelu odhadnout model pravděpodobnosti úpadku amerických bank, aplikovat ho na portfolio tří českých bank a pomocí stresového testování ukázat vliv změny HDP na predikci jejich stability.

Pro naplnění cíle příspěvku bude nejprve na vzorku 298 amerických bank odhadnut scoringový model pro určování PD komerčních bank, ten bude následně verifikován na vzorku 100 bank a poté aplikován na vybrané portfolio českých bank s cílem určit predikci rozložení pravděpodobnosti jejich PD. Pro simulaci pak bude využit vybraný stochastický proces.

¹ Tento článek vznikl za finanční podpory Studentské grantové soutěže EkF, VŠB-TU Ostrava v rámci projektu SP2011/166 „Analýza vlivu výkonu ekonomiky na kreditní ratingy a pravděpodobnosti úpadku bank“.

² Ing. Petr Gurný, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Ekonomická fakulta, katedra Financí, Sokolská 33, 701 21 Ostrava 1, e-mail: petr.gurny.ekf@vsb.cz.

1.1 Binární logit model

Metodologie odhadu scoringového modelu v tomto příspěvku vychází ze Z-metrics metodologie, která byla představena profesorem Altmanem v roce 2010, Altman (2010). Tento přístup je založen na kombinaci metodologie RiskMetrics a logistické regrese. Klíčovým bodem je pak zahrnutí makroekonomických ukazatelů mezi nezávislé proměnné s cílem zachytit jejich vliv na PD.

Nejprve tedy budeme definovat binární logistický model, což je technika umožňující na základě empirických pozorování pomocí nezávislých proměnných určit pravděpodobnost, zda daná situace nastane či nikoliv.

Nezávislá veličina, y_i , je definována takto

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{jestliže default nastane, s pravděpodobností } P_i \\ 0 & \text{jestliže default nenastane, s pravděpodobností } 1-P_i \end{cases}$$

Cílem je tedy modelovat pravděpodobnost P_i , že default nastane, specifikováním následujícího modelu

$$P_i = f(\alpha + \beta x_i),$$

kde x_i jsou jednotlivé nezávislé proměnné a α, β jsou odhadnuté parametry.

Nyní specifikujme pravděpodobnost P_i jako logistickou transformaci

$$p_i = E(Y|x)$$

$$\log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = w_0 + w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_px_p = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^T, \quad (1)$$

kde $\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \in (0; \infty)$ a $\log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \in (-\infty; \infty)$. Tedy

$$p_i = \frac{e^{\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}}}{1 + e^{\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{e^{\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}}}} = \frac{1}{1 + e^{-(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x})}}. \quad (2)$$

K odhadu parametrů je pak nutné vzhledem k nelineárním vlastnostem logit modelu využít metodu maximální věrohodnosti. Při dané pravděpodobnosti P_i můžeme formulovat logaritmus pravděpodobnostní funkce jako

$$\ln L = \sum_{i=1}^n y_i \ln P_i + \sum_{i=1}^n (1 - y_i) \ln(1 - P_i). \quad (3)$$

Pro selekci jednotlivých nezávislých veličin bude v tomto příspěvku použita stepwise metoda, pro testování významnosti modelu a parametrů log-likelihood ratio test a Waldův test a pro ověření úspěšnosti odhadu modelu potom bude využita ROC křivka, viz jakákoliv ekonometrická literatura.

1.2 Variance Gamma proces

V tomto příspěvku budeme při simulování významných nezávislých proměnných využívat Variance Gamma proces, což je stochastický proces patřící do široké skupiny Lévyho procesů. Oproti klasickým stochastickým procesům, které jsou založeny na normálním rozložení náhodné složky, dokážou Lévyho procesy zachytit také vyšší momenty pravděpodobnostního rozdělení, a tedy mohou lépe zachytit vývoj podkladové veličiny.

Lévyho proces $\{X(t)\}_{t \geq 0}$ můžeme obecně definovat jako cádlág stochastický proces, jež je stochasticky spojitý a má stacionární nezávislé přírůstky, s $X(0) = 0$.³ Důležitým rysem Lévyho procesů je pak jejich nekonečná dělitelnost, viz Sato (1999). Říkáme, že pravděpodobnostní rozložení je nekonečně dělitelné, pokud k jakémukoliv celému číslu $n \geq 1$ existuje nezávisle identicky rozložená (iid) náhodná veličina $Y_1, \dots, Y_n$ taková, že $Y_1 + \dots + Y_n$ je opět nekonečně dělitelné rozložení. Jinými slovy, pokud je $\{X(t)\}_{t \geq 0}$ Lévyho proces, pak každá hodnota $X(t)$ je nekonečně dělitelná a naopak. Z toho lze pak odvodit, že Lévyho

³ cádlág proces – funkce zprava spojitá s limitou zleva

proces $\{X(t)\}_{t \geq 0}$ má jedinečný tzv. charakteristický exponent ve formě spojitě funkce $\psi : R \rightarrow R$ takové, že

$$E\{e^{iuX(t)}\} = e^{t\psi(u)} \quad \text{pro } u \in R \text{ a } t \geq 0,$$

kde $\psi(u)$ je kumulant charakteristické funkce, $\psi(u) = \log \phi(u)$, který vyhovuje tzv. Lévy-Khintchine formuli, viz Schoutens (2003).

V tomto příspěvku bude využit podřízený VG proces, jež můžeme definovat následovně. Nechť je X Brownův pohyb. Jestliže nahradíme standardní čas t v Brownově pohybu X ,

$$X(t; \mu, \sigma) = \mu dt + \sigma Z(t), \quad (4)$$

vhodnou funkcí $\ell(t)$ následovně

$$X(\ell(t); \theta, \vartheta) = \theta \ell(t) + \vartheta Z(\ell(t)) = \theta \ell(t) + \vartheta \varepsilon \sqrt{\ell(t)}, \quad (5)$$

dostaneme podřízený Lévyho proces. Vhodným kandidátem pro tuto funkci je např. dvouparametrický gamma proces, který následně vede k Variance Gamma procesu.

2. Analýza stability portfolia tří českých bank

V této části příspěvku budou východiska představená v metodologické části aplikována na portfolio tří českých bank (ČSOB a. s., KB a. s., GE Money bank a.s.) s cílem určit predikci rozložení pravděpodobnosti jejich PD. Nejprve bude z empirických dat za pomoci binárního logistického modelu odhadnut a verifikován model pro predikci PD, následně budou simulovány potřebné finanční ukazatele vybraných českých bank dle vícerozměrného podřízeného VG procesu a budou vloženy do odhadnutého modelu pro stanovení budoucího pravděpodobnostního rozložení PD. Závěrem bude provedeno stresové testování vlivu změny HDP na pravděpodobnost úpadku.

2.1 Empirická data

Při odhadu modelu budeme pracovat se vzorkem celkem 398 amerických komerčních bank, z nichž 298 bude sloužit k odhadu modelu a 100 bude následně použito k jeho verifikaci. Empirický vzorek pro odhad modelu obsahuje banky zdefaultované a zdravé a to v poměru uvedeném v popisné Tabulce 1.

	počet	podíl (%)	kumul. podíl (%)
zdravé banky	137	45,97	45,97
zdefaultované banky	161	54,03	100
celkem	298		

Tabulka 1: Základní charakteristiky empirického vzorku

Default byl v tomto příspěvku definován jako likvidace nebo restrukturalizace dané banky. Všechny subjekty byly vybírány náhodně podle veřejně dostupných informací.⁴ Následně byly určeny nezávislé proměnné charakterizující dané banky, které byly rozděleny do dvou skupin. První skupina obsahovala finanční indikátory, viz Karminsky a Peresetsky (2007), jejichž základní popisné charakteristiky obsahuje Tabulka 2, kde jsou v levém sloupci uvedeny hodnoty zdravých a v pravém hodnoty zkrachovalých bank.

⁴ www.federalreserve.gov, www.failedbankreporter.com

proměnná	stř.hodnota	smodch	min	max	proměnná	stř.hodnota	smodch	min	max
LTA	15,804	1,748	11,122	21,500	LTA	11,917	1,874	2,944	16,560
YAEA	0,058	0,011	0,017	0,138	YAEA	0,067	0,011	0,040	0,103
CIBL	0,033	0,019	0,004	0,125	CIBL	0,037	0,009	0,012	0,100
NIM	0,036	0,007	0,010	0,055	NIM	0,032	0,011	-0,003	0,058
ROAA	0,011	0,022	-0,042	0,098	ROAA	-0,043	0,042	-0,231	0,014
ROAE	0,076	0,110	-0,236	0,467	ROAE	-0,681	2,897	-36,850	0,195
IE II	0,379	0,095	0,046	0,668	IE II	0,554	0,135	0,257	1,064
CIR	0,868	0,307	0,497	3,121	CIR	1,155	0,589	0,292	4,529
PE OI	0,232	0,070	0,048	0,627	PE OI	0,266	0,168	0,069	1,800
PL GL	0,037	0,025	0,000	0,112	PL GL	0,152	0,096	0,002	0,615
LLR GL	0,020	0,009	0,001	0,055	LLR GL	0,032	0,042	0,004	0,500
PL EQ LLR	0,274	0,255	0,000	1,196	PL EQ LLR	0,391	10,507	-131,612	8,242
T1	0,107	0,023	0,037	0,260	T1	0,078	0,044	-0,165	0,273
EQ TA	0,109	0,026	0,064	0,189	EQ TA	0,056	0,029	-0,046	0,126
CAR	0,126	0,021	0,070	0,271	CAR	0,083	0,126	-1,408	0,286
DEQ	7,862	2,868	0,603	26,794	DEQ	15,317	31,547	-162,893	282,565

Tabulka 2: Základní charakteristiky finančních ukazatelů

Druhá skupina potom obsahovala makroekonomické ukazatele, jejichž vývoj můžeme pozorovat v Tabulce 3.

	growth of GDP	interest rate	unemployment rate
I.08	2,5%	3,66%	5,0%
II.08	2,1%	3,89%	5,3%
III.08	0,0%	3,86%	6,0%
IV.08	-1,9%	3,25%	6,9%
I.09	-3,3%	2,74%	8,2%
II.09	-3,8%	3,31%	9,3%
III.09	-2,7%	3,52%	9,7%
IV.09	0,2%	3,46%	10,0%
I.10	2,4%	3,72%	9,7%
II.10	3,0%	3,49%	9,6%
III.10	3,2%	2,79%	9,6%
IV.10	2,8%	2,86%	9,6%

Tabulka 3: Základní charakteristiky makroekonomických ukazatelů⁵

2.2 Odhad logit modelu

Pomocí metodologie popsané v teoretické části byl z empirických údajů odhadnut následující model:

Logistic regression	Number of obs	=	298
	LR chi2(4)	=	340.80
	Prob > chi2	=	0.0000
Log likelihood = -35.190074	Pseudo R2	=	0.8288

Status	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
x17_GDP	-154.0935	39.94292	-3.86	0.000	-232.3802 -75.80681
x5_ROAA	-66.6987	18.24757	-3.66	0.000	-102.4633 -30.93411
x10_PL_GL	42.02622	9.718514	4.32	0.000	22.97828 61.07416
x2_YAEA	46.32679	22.38053	2.07	0.038	2.461753 90.19183
_cons	-4.485473	1.69872	-2.64	0.008	-7.814904 -1.156043

Note: 0 failures and 18 successes completely determined.

Z výsledků je zřejmé, že z původního počtu nezávislých proměnných zůstali po selekci pouze čtyři, které jsou na 5% hladině významnosti spolehlivé. Rovněž model jako celek je dle LR testu statisticky významný. Výsledný model tedy vypadá takto

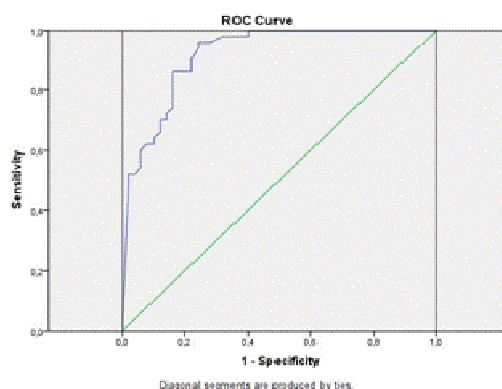
$$\hat{y}_i = PD_i = \frac{1}{1 + e^{-(4,5 - 154GDP - 67ROAA + 42PLGL + 46YAEA)}}$$

kde GDP značí meziroční míru růstu HDP, ROAA je rentabilita průměrných celkových aktiv, PL GL jsou problémové na celkových půjčkách a YAEA je úrokový výnos z průměrných aktiv vydávajících úroky.

⁵ zdroj: Eurostat, OECD Key Economic Indicators (KEI) Database

Odhadnutý model byl následně testován na kontrolním vzorku 100 bank, z nichž 50 bylo zdravých a 50 zdefaultovaných. Pro testování úspěšnosti predikce byla využita ROC křivka, viz následující Obrázek 1.

Obrázek 1: ROC křivka



ROC křivka určuje úspěšnost odhadu modelu a čím je větší plocha pod křivkou, tím je model úspěšnější. Statistický popis uvedené ROC křivky uvádí Tabulka 4.

Area Under the Curve				
Test Result Variable(s) predicted				
Area	Std. Error ^a	Asymptotic Sig. ^b	Asymptotic 95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
.918	.027	.000	.865	.971

The test result variable(s) predicted has at least one tie between the positive actual state group and the negative actual state group. Statistics may be biased.

a. Under the nonparametric assumption

b. Null hypothesis: true area = 0.5

Tabulka 4: Statistický popis ROC křivky

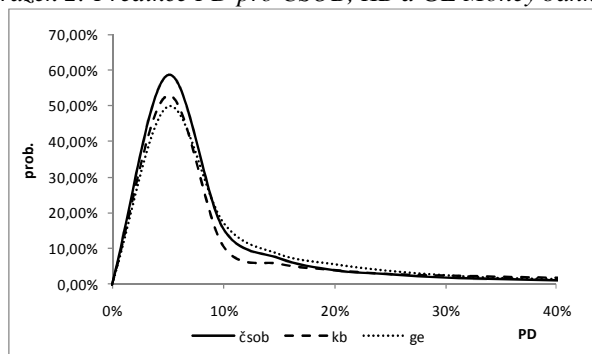
2.3 Predikce rozložení pravděpodobnosti PD vybraných českých bank

Odhadnutý model bude dále aplikován na portfolio výše uvedených českých bank. Abychom mohli modelovat jednotlivé významné finanční ukazatele, je nejprve nutné znát jejich časové řady. Z finančních výkazů byly spočítány čtvrtletní časové řady pro období let 1998 - 2009, jejichž základní charakteristiky uvádí Appendix A. Následně bylo nutné pomocí metody momentů určit parametry VG rozložení, $x_i \in VG(v; \theta, \vartheta)$, které jsou uvedeny v Appendixu B. Závislost mezi jednotlivými ukazateli pak byla zachycena dle Gaussovy copula funkce, viz např. Rank (2007). Při simulaci bylo využito 300 000 scénářů. Výsledky shrnuje Tabulka 5 a Obrázek 2.

čsob	KB	GE Money bank
E(PD) 10,53%	E(PD) 18,17%	E(PD) 13,09%
stdev(PD) 0,175116	stdev(PD) 0,276025	stdev(PD) 0,196736

Tabulka 5: Odhadnuté očekávané hodnoty a smodch PD

Obrázek 2: Predikce PD pro ČSOB, KB a GE Money bank

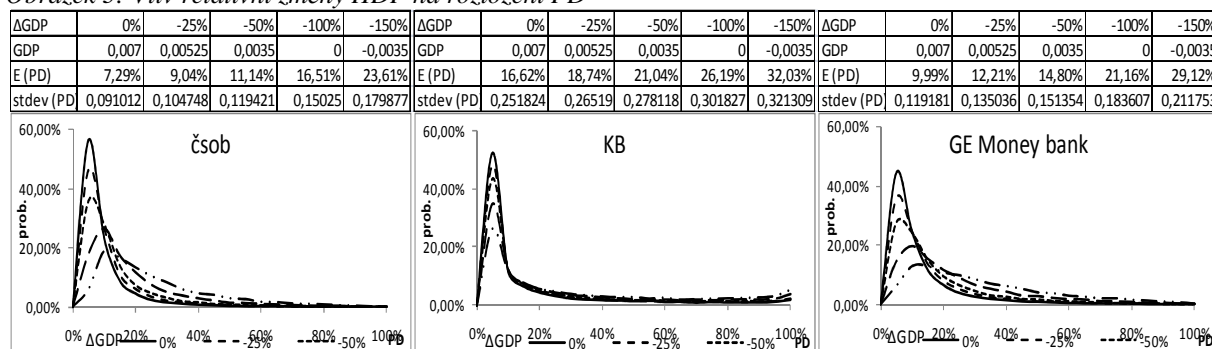


Z uvedených výsledků je pak zřejmé, že analyzovaná české banky jsou dle odhadnutého modelu na dobré úrovni, co se týče rizika defaultu. Jejich očekávaná pravděpodobnost úpadku se pohybuje do 18 %, přičemž nejlepších výsledků dosahuje ČSOB. Je obtížné určit hranici, pod kterou se již očekávaná hodnota PD stává nebezpečnou, nicméně přesto je podle těchto výsledků možno říct, že analyzované banky vykazují finanční stabilitu, což může být způsobeno dobrou regulací na českém bankovním trhu.

2.4 Stress testing

V této části se pokusíme analyzovat vliv změny HDP na rozložení pravděpodobnosti PD výše uvedených bank. Toto bude uskutečněno prostřednictvím analýzy citlivosti, kdy budeme postupně snižovat očekávaný vývoj HDP až relativní výše - 150 % v následujícím čtvrtletí a bude sledovat změny očekávané PD. Výsledky můžeme pozorovat v následujícím Obrázku 3.

Obrázek 3: Vliv relativní změny HDP na rozložení PD



Z výsledků můžeme říct, že analyzované banky zůstanou stabilní i při relativně velké recesi, kdy, kdy se i přes čtvrtletní relativní pokles výkonu ekonomiky o 150 % bude jejich očekávaná hodnota PD pohybovat do 30 %. Ale i přes tuto relativně velkou stabilitu je pořád šance, že default nastat může, alespoň v podmínkách pravděpodobnosti.

3. Závěr

V příspěvku byla analyzována finanční stabilita portfolia tří českých bank na základě odhadnutého logit modelu odvozeného z údajů amerického bankovního trhu. Model byl odvozen z empirických charakteristik jednotlivých bank, přičemž nezávislými proměnnými byly jak mikro (finanční ukazatele), tak makroekonomické údaje. Výsledný model pak obsahoval 4 významné finanční ukazatele, z nichž jeden byl ukazatel výkonu ekonomiky (růst HDP). Tento model byl následně testován a verifikován a dále aplikován na portfolio vybraných českých bank s cílem určit jejich predikci rozložení pravděpodobnosti PD, a to za použití vícerozměrného podřízeného Variance Gamma procesu. Dle dosažených výsledků je

pak možno říct, že všechny analyzované banky prokazovaly za daných předpokladů finanční stabilitu. Hlavním cílem příspěvku pak bylo analyzovat vliv změny HDP na rozložení pravděpodobnosti PD, čehož bylo dosaženo za pomoci citlivostní analýzy. Z výsledků je pak zřejmé, že analyzované banky jsou schopny přežít i relativně velký negativní výkyv ekonomiky.

Literatura

- [1] ALTMAN, E., 2010. *The Z-Metrics Methodology For Estimating Company Credit Ratings And Default Risk Probabilities*. RiskMetrics Group.
- [2] ALTMAN, E., 1968. Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *Journal of Finance*, September, 589-609.
- [3] CHERUBINI, G., LUCIANO, E., VECCHIATO, W., 2004. *Copula Methods in Finance*. Wiley.
- [4] CONT, R., TANKOV, P., 2004. *Financial Modelling with Jump Processes*. 2nd Printing, Chapman & Hall/CRC Press, London.
- [5] GURNÝ, P., GURNÝ, M., 2010. Comparison of the credit scoring models on PD estimation of US banks. *Mathematical Methods in Economics*. University of South Bohemia in České Budějovice, 2010.
- [6] KARMINSKY, A., PERESETSKY, 2007. A. Models for Moody's bank rating, *BOFIT Discussion Papers 17*.
- [7] NELSEN, R. B., 2006. *An Introduction to Copulas*. 2nd ed. Springer.
- [8] RANK, J., 2007. *Copulas. From theory to application in finance*. Risk books.
- [9] SATO, K., 1999. *Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [10] SCHOUTENS, W., 2003. *Lévy Processes in Finance: Pricing Financial Derivates*. Wiley.

Appendix A

		YAEA	ROAA	PL GL	GDP
ČSOB	mean	0,0608	0,0110	0,0230	0,0070
	variance	0,0004	0,0000	0,0001	0,0001
	smodch	0,0209	0,0044	0,0097	0,0092
	skewness	0,7863	0,6608	1,5164	-1,8156
	kurtosis	3,9945	3,2969	6,4973	10,7607
KB	mean	0,0569	0,0197	0,0558	
	variance	0,0006	0,0002	0,0006	
	smodch	0,0240	0,0143	0,0246	
	skewness	1,2327	0,0880	0,4051	
	kurtosis	5,4396	3,8364	4,2010	
GE BANK	mean	0,0480	0,0308	0,0639	
	variance	0,0002	0,0002	0,0005	
	smodch	0,0139	0,0129	0,0221	
	skewness	1,2968	0,4792	0,4736	
	kurtosis	6,2185	3,4358	3,6464	

Základní charakteristiky pravděpodobnostního rozložení finančních ukazatelů

Appendix B

		YAEA	ROAA	PL GL	GDP
ČSOB	Θ	0,0319	0,0085	0,0111	-0,00331
	σ	0,0154	0,0038	0,0045	0,00804
	v	0,1955	0,0689	0,5973	1,82573
KB	Θ	0,0274	0,0015	0,0181	
	σ	0,0157	0,0143	0,0457	
	v	0,4466	0,2771	0,3623	
GE BANK	Θ	0,0098	0,0259	0,0226	
	σ	0,0112	0,0104	0,0202	
	v	0,6826	0,0913	0,1629	

Parametry VG procesu odhadnuté dle GMM