

# Z-Metrics methodology and Altman rating models evolution

## Metodologie Z-Metrics a vývoj ratingových modelů dle Altmana

Dana Dluhošová, Zdeněk Zmeškal<sup>1</sup>

### Abstract

The determination of the rating level as the measure of the credit risk is important problem. The paper is focused on the non-profit companies. Various credit models are described including formulation and statistical estimation. The development of Altman models is described and discussed.

### Key words

Rating, pravděpodobnost úpadku, GLM modely (general linear models)

**JEL Classification:** G33

## 1. Úvod

Správné a korektní určení ratingu je významnou úlohou finančního řízení. Důležitost vyplývá z toho, že se jedná o míru pro predikci finanční kredibility firmy, což se odráží v cenách aktiv firmy a rizikové prémii. Průkopnickými modely byly modely vyvinuté a statisticky odhadnuté prof. Altmanem. Cílem příspěvku je dokumentovat vývoj a typy Altmanových modelů.

## 2. Souhrnné predikční ratingové modely

Pro hodnocení finanční pozice se používají kromě jednotlivých skupin poměrových ukazatelů také tzv. souhrnné indexy nebo souhrnné modely hodnocení finanční úrovně podniku. Jedná se o specifické metody ve finančních analýzách, jejichž smyslem je vyjádřit úroveň finanční situace a výkonnost podniku jedním číslem. V odborné literatuře se hovoří o tzv. systému včasného varování nebo predikčních modelech finanční úrovně.

Důvodem vzniku těchto souhrnných modelů byla snaha o včasné rozpoznání příčin nestability podniků, které mohou signalizovat úpadek (bankrot) podniku. Východiskem pro tvorbu těchto modelů je předpoklad, že v podniku již několik let před úpadkem dochází k určitým anomáliím a vývoji, který je charakteristický právě pro ohrožené podniky.

Základními instrumenty pro vyjadřování a měření finanční úrovně jsou *rating* a *pravděpodobnost úpadku* (probability of default). Rating charakterizuje finanční úroveň nebo investiční riziko. Zpravidla se postupuje od nejkvalitnější úrovně po nejhorší, přičemž poslední úroveň znamená, že je firma v úpadku (default). Pro účely hodnocení je možné

---

<sup>1</sup> Prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová, prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal, VŠB-TU Ostrava, Ekonomická fakulta, Sokolská 33, Ostrava, email: dana.dluhosova@vsb.cz, zdenek.zmeskal@vsb.cz.

vytvořit různé škály ratingů. Renomované světové ratingové agentury (Standard & Poor's, Moody's, Fitch) přesně definují jednotlivé ratingové stupně, porovnání je na Tab. 1.

Tab. 1 Porovnání ratingových kategorií dle ratingových kategorií

	S&P	MOODY'S	Fitch	Interpretace
Investiční stupeň	AAA	Aaa	AAA	Nejvyšší kreditní kvalita, výjimečně silná schopnost platit včas
	Aa1	AA+	AA+	
	AA	Aa2	AA	Velmi vysoká kreditní kvalita a silná schopnost platit včas
	Aa3	AA-	AA-	
	A1	A+	A+	
	A	A2	A	Velmi vysoká kreditní kvalita a silná schopnost platit včas, která může být ovlivněna nepříznivými změnami
	A3	A-	A-	
	Baa1	BBB+	BBB+	
	BBB	Baa2	BBB	
	BBB-	Baa3	BBB-	Dobrá kreditní kvalita a schopnost platit včas je považována za adekvátní
Spekulativní stupeň	Ba1	BB+	BB+	Poslední rating v investičním stupni
	BB	Ba2	BB	
	Ba3	BB-	BB-	
	B1	B+	B+	Spekulativní, kreditní riziko roste kvůli nepříznivým ekonomickým změnám
	B	B2	B	
	B3	B-	B-	
	Caa1	CCC+	CCC	
	CC	Caa2	CC	Vysoce spekulativní, kreditní riziko existuje, ale omezená úroveň bezpečnosti zůstává
	Caa3	C	C	
C	C	C		
Defa ult	D	Caa	D	Úpadek, ale existuje možnost částečného obnovení při reorganizaci nebo likvidaci

Druhou významnou informací je, jaká je pravděpodobnost, že za daný interval přejde podnik z jedné ratingové kategorie do druhé. To je zachycováno pomocí ratingové pravděpodobnostní matice přechodu. V posledním sloupci jsou hodnoty pravděpodobnosti úpadku, pokud je firma v určité ratingové kategorii. V Tab. 2 je uveden příklad roční matice přechodu ratingové agentury Standard & Poor's pro evropské podniky. V Tab. 3 je roční přechodová globální matice agentury Moody's. V jednotlivých polích matice je pravděpodobnost přechodu za jeden rok z ratingu i do ratingu j. V posledním sloupci je pravděpodobnost úpadku.

Tab. 2 Roční přechodová S&P ratingová matice, podniky Evropa, 1981 až 2008 (v %)

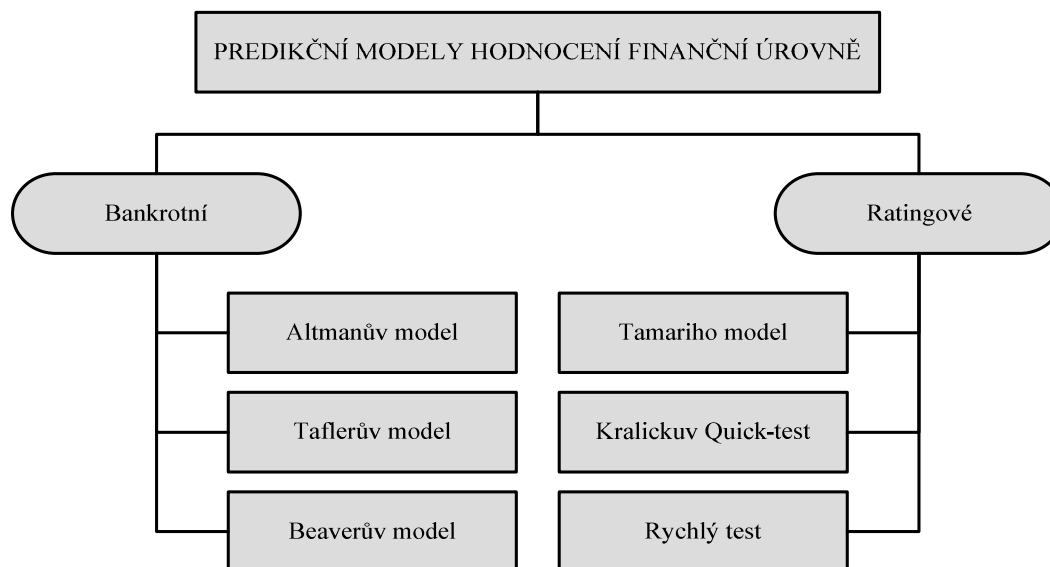
z/do	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C	D
AAA	100,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
AA	0,000	80,570	19,430	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
A	0,000	0,455	93,572	5,731	0,000	0,000	0,000	0,233
BBB	0,000	0,000	3,821	86,256	9,159	0,377	0,377	0,000
BB	0,000	0,000	0,000	4,344	76,086	18,485	0,000	1,086
B	0,000	0,000	0,000	0,000	4,549	72,731	12,126	10,606
CCC/C	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	12,403	86,855
D	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100,000

Tab. 3 Roční přechodová Moody's ratingová matice, globální, 1970 až 2008 (v %)

z/do	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa	Ca-C	D
Aaa	91,400	7,870	0,670	0,030	0,030	0,000	0,000	0,000	0,000
Aa	1,100	91,090	7,430	0,300	0,040	0,020	0,010	0,000	0,020
A	0,070	2,960	91,150	5,180	0,490	0,090	0,030	0,000	0,030
Baa	0,050	0,200	5,050	89,070	4,400	0,820	0,210	0,020	0,170
Ba	0,010	0,060	0,430	6,240	83,620	7,770	0,600	0,070	1,190
B	0,010	0,040	0,150	0,390	5,630	82,730	5,700	0,690	4,660
Caa	0,000	0,030	0,040	0,250	0,560	10,240	69,710	4,120	15,050
Ca-C	0,000	0,000	0,000	0,000	0,400	3,400	11,510	48,100	36,590
D	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100,000

Ke stanovení ratingu se dá přistupovat různě. V principu se ratingové modely dají rozdělit do několika skupin, viz Obr. 1.

Obr. 1 Přehled vybraných predikčních modelů finanční úrovně



U bankrotních a ratingových modelů se vychází ze stejného předpokladu, že existují jevy ve vývoji finanční situace podniku, které jsou identifikovatelné se symptomy zhoršující se finanční situace v podniku, která může vyústit ve vyhlášení bankrotu podniku. Společné všem typům modelů je přiřazení koeficientu hodnocení, který vyjadřuje určitou úroveň finanční situace podniku.

Podstatným rozdílem těchto dvou skupin finančních predikčních modelů je to, že u bankrotních modelů se hodnotí možnost úpadku, u ratingových se hodnotí možnost zhoršení finanční úrovně podniku.

Metody, které jsou používány při tvorbě těchto modelů, zahrnují lineární a nelineární regresi, modely diskrétní volby, diskriminační analýzu, expertní systémy, fuzzy modely a neuronové sítě. Určitou nevýhodou finančních predikčních modelů je absence řady nefinančních charakteristik, které mohou velmi významně ovlivnit finanční pozici podniku.

Kromě výše uvedených predikčních modelů, existují i tzv. *nefinanční modely*, příkladem nefinančního predikčního modelu je např. Argentioho model, který se na rozdíl od výše uvedených modelů opírá pouze zčásti o kvantifikovatelné finanční informace.

Všechny predikční modely nemohou zcela nahradit základní finanční analýzu, která je zaměřena detailněji na zkoumání jednotlivých oblastí finančního hospodaření podniků. Přesto mají svůj význam i v hospodářské praxi, neboť poskytují rychlý obraz o globální finanční pozici podniku. Důležité je i to, že všechny potřebné informace pro ratingové modely jsou z veřejně dostupných zdrojů. Oproti tomu, u detailní finanční analýzy se předpokládá, že jsou k dispozici detailní i neveřejně dostupné informace.

### 3. Metody a modely pro měření kreditního rizika

Ratingové modely kreditního rizika jsou řešitelné třemi přístupy: diskriminační modely, GLM modely (generalised linear models), a Mertonův model.

#### 3.1 Diskriminační modely

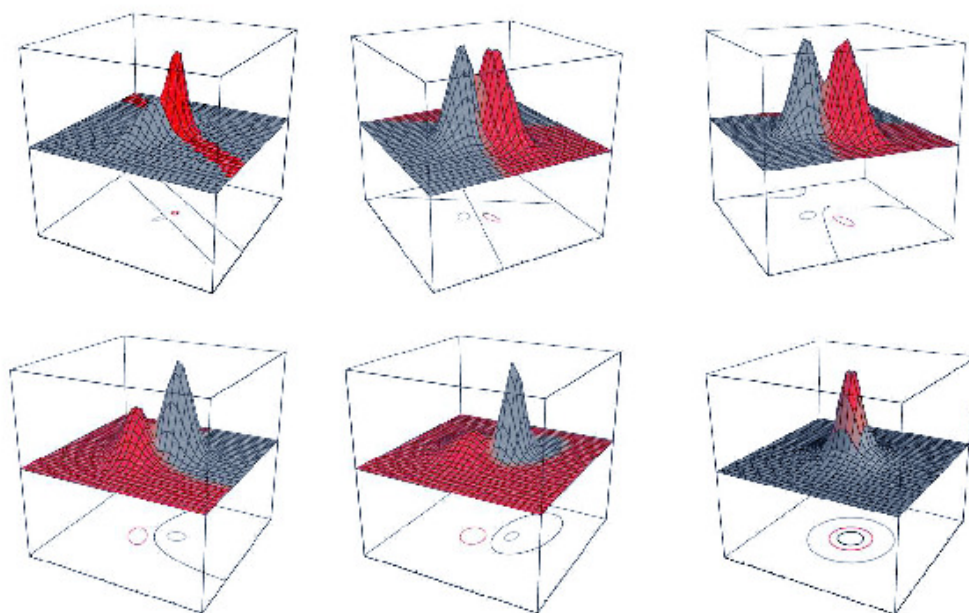
Smyslem diskriminační analýzy je minimalizovat vzdálenosti bodů uvnitř shluků a maximalizovat vzdálenost mezi shluky pomocí diskriminační funkce, viz Obr 2.

V případě lineární diskriminační analýzy má diskriminační funkce tento tvar,

$$Z_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_n \cdot x_n = \vec{\beta}^T \cdot \vec{x}, \text{ přičemž } \vec{x} \text{ jsou diskriminátory.}$$

Parametry  $\vec{\beta}^T$  se pak dají najít pomocí Fisherova diskriminačního skóre, tedy maximalizací podílu rozptylů, tedy meziskupinové variability k vnitroskupinové variabilitě.

Obr. 2 Příklady možností diskriminace



### 3.2 GLM (generalised linear models) modely

GLM modely tvoří skupinu modelů, u nichž lze transformací závislé proměnné převést nelineární funkce závislosti na lineární. Výchozí rovnice vypadá následovně:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_n \cdot x_n = \vec{\beta}^T \cdot \vec{x}$$

Funkční transformace je následující,

$$g[E(Y)] = g(\mu) = \vec{\beta}^T \cdot \vec{x}$$

Podle typu transformace se rozlišují tyto modely:

- *Identita*  $g(\mu) = \mu$ ,
- *Logaritmická*  $g(\mu) = \log(\mu)$ ,
- *Logistická*  $g(\mu) = \log[\mu / (1 - \mu)]$ ,
- *Probit*  $g(\mu) = F[\mu]$ ,  $F(\cdot)$  je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení,

$$\text{Tobit} \quad g(\mu) = \begin{cases} \mu, & \text{pokud } Y > 0, \\ 0, & \text{pokud } Y \leq 0 \end{cases}$$

Kombinace nezávislých a závisle proměnných včetně transformační funkce vedoucí ke kategorizaci modelů je v Tab. 4.

Tab. 4 Typy GLM modelů pro statistickou analýzu

Závislá náhodná proměnná $Y$	Transformační funkce $g$	Nezávislé proměnné $x$	Typ modelu
Normální	Identita	Spojité	Regrese
Normální	Identita	Kategoriální	ANOVA
Normální	Identita	Smíšená	MANOVA
Binomické	Logit	Smíšená	Logistická regrese
Multinomické	Logits	Smíšená	Multinomická závislost
Poissonovo	Log	Smíšená	Loglineární

U ratingových modelů je závislá proměnná  $Y$  binární (kategoriální) a nezávisle proměnné  $x$  jsou zpravidla spojité. Závisle proměnná  $Y = \begin{cases} 1 & \text{s pravděpodobností } \pi; \\ 0 & \text{s pravděpodobností } 1 - \pi \end{cases}$ ,

Střední hodnota pro binární data,  $E(Y) = \mu = \pi$  pak pro jednotlivé modely platí

$$\text{Lineární } \pi(x) = \vec{\beta}^T \cdot \vec{x}$$

Logit:

$$\text{Logit } \pi(x) = \text{EXP}(\vec{\beta}^T \cdot \vec{x}) / [1 + \text{EXP}(\vec{\beta}^T \cdot \vec{x})],$$

Nebo

$$\text{logit}[\pi(x)] = \log[\pi(x) / (1 - \pi(x))] = \vec{\beta}^T \cdot \vec{x}$$

Probit:

$$\text{probit}[\pi(x)] = F[\pi(x)] = \vec{\beta}^T \cdot \vec{x}$$

### 3.3 Mertonův model

Mertonův model stanovení pravděpodobnosti úpadku (probability of default)  $PD$  vychází z Black-Scholesova-Mertonova modelu (BSM) oceňování opcí.

$$E = A \cdot N(d_1) - X \cdot e^{rT} \cdot N(d_2),$$
$$\text{kde } d_1 = \frac{\ln(A \cdot e^{rT} / X)}{\sigma_A \cdot \sqrt{T}} - 0,5 \cdot \sigma_A \cdot \sqrt{T},$$

$$d_2 = d_1 - T \cdot \sigma_A.$$

Přitom  $E$  je hodnota vl. kapitálu,  $A$  je hodnota aktiv,  $X$  je hodnota dluhu,  $\sigma_A$  je volatilita aktiv,  $T$  je doba do splatnosti dluhu.

Vyjádříme-li zadluženost (leverage),  $L = \frac{X}{A}$ , pak z BSM modelu se pravděpodobnosti úpadku vyjádří takto,

$$PD = N(-d_2)$$

$$\text{kde } d_2 = \frac{-\ln(L)}{\sigma_A \cdot \sqrt{T}} - 0,5 \cdot \sigma_A \cdot \sqrt{T}.$$

## 4. Altmanovy modely – bankrotní a ratingové modely

Altmanovy modely byly prvními, které se staly úspěšnými a široce používanými. Prošly vývojem, přičemž autor se svým týmem reagoval na nové skutečnosti hospodářského vývoje.

### 4.1 Z-Score modely a Zeta modely

Tyto modely jsou na bázi diskriminačních modelů. E. Altman prováděl predikci bankrotu s použitím skupiny 66 výrobních firem rovnoměrně rozdělených na bankrotující a nebankrotující. Z původního souboru 22 poměrových ukazatelů odhadl Z-Score model.

Tento model se již od svého počátku stal východiskem pro další výzkum v této oblasti. Hraniční skóre, u kterého byla minimální klasifikační chyba, bylo 2,675. Pokud měla firma skóre menší než je tato hodnota, byla zařazena mezi skupinu bankrotujících firem, jinak byla zařazena do skupiny nebankrotujících firem. Na různých výběrech (souborech zbankrotovaných a úspěšných firem, které se používaly k odhadu tohoto modelu) byla přesnost predikce modelu 80 %.

#### Akcie obchodované (kótované) na kapitálovém trhu Altmanův model (1968)

$$Z = 1,2 X_1 + 1,4 X_2 + 3,3 X_3 + 0,6 X_4 + 1,0 X_5,$$

kde  $Z$  je skóre,  $X_1$  pracovní kapitál/aktiva celkem,  $X_2$  nerozdělený zisk/aktiva celkem,  $X_3$  zisk před úroky a daněmi/aktiva celkem,  $X_4$  tržní cena akcií/dluhy celkem,  $X_5$  tržby celkem/aktiva celkem.

Podniky s minimální pravděpodobností bankrotu mají  $Z > 2,99$ , podniky s vysokou pravděpodobností bankrotu mají  $Z < 1,81$ , podniky v šedé zóně  $1,81 \leq Z \leq 2,99$ .

#### Akcie neobchodované (kótované) na kapitálovém trhu, Altmanův model (1968)

$$Z' = 0,717 X_1 + 0,847 X_2 + 3,107 X_3 + 0,420 X_4 + 0,998 X_5,$$

přičemž interpretace jednotlivých symbolů je stejná jako v předchozím případě s výjimkou proměnné  $X_4$  účetní hodnota vlastního kapitálu/dluhy celkem.

Podniky s minimální pravděpodobností bankrotu mají  $Z > 2,90$ , podniky s vysokou pravděpodobností bankrotu mají  $Z < 1,20$ , podniky v šedé zóně  $1,20 \leq Z \leq 2,90$ .

#### Analogií těchto modelů v ČR je Index IN dle Inky a Ivana Neumaierových (1995)

Na základě souboru 1000 českých podniků byl sestaven index důvěryhodnosti  $IN$ . Tento index odráží zvláštnosti českých účetních výkazů a ekonomické situace v ČR.

$$IN = V_1 \frac{A}{CZ} + V_2 \frac{EBIT}{U} + V_3 \frac{EBIT}{A} + V_4 \frac{Výnosy}{A} + V_5 \frac{OA}{KZ + KBU} - V_6 \frac{ZPL}{Výnosy},$$

kde  $V_1$  až  $V_6$  jsou váhy jednotlivých ukazatelů,  $A$  aktiva,  $CZ$  cizí zdroje,  $EBIT$  hospodářský výsledek před daněmi a úroky,  $U$  nákladové úroky,  $OA$  oběžná aktiva,  $KZ$  krátkodobé závazky,  $KBU$  krátkodobé bankovní úvěry a  $ZPL$  závazky po lhůtě splatnosti. Index  $IN$  je vhodný pro roční hodnocení finančního zdraví firmy. Hodnota indexu  $IN$  větší než 2 představuje podnik s dobrým finančním zdravím. Podnik s  $IN$  mezi 1 a 2 není „ani zdravý ani nemocný“, tzn. je to podnik, který by mohl mít problémy.  $IN$  menší než 1 znamená podnik finančně slabý.

### Nevýrobní firmy a emerging markets (1995)

Další modifikace modelu, publikována v roce 1995, je určena pro nevýrobní firmy a emerging markets, v tomto případě se neuvažuje s pátou proměnnou,  $X_5$  tržby celkem/aktiva celkem, charakterizující produkční sílu,

$$Z'' = 6,56 X_1 + 3,26 X_2 + 6,72 X_3 + 1,05 X_4.$$

Podniky s minimální pravděpodobností bankrotu mají  $Z > 2,6$ , podniky s vysokou pravděpodobností bankrotu mají  $Z < 1,1$ , podniky v šedé zóně  $1,1 \leq Z \leq 2,6$ .

### ZETA modely

Předchozí modely byly určeny pro predikci na jeden rok. Další modely, které tvoří kategorii ZETA modelů, publikované v roce 1977, jsou ratingové modely s předpovědí na pět let.

### 4.2 Z-Metrics modely

Tento typ modelu je na bázi logistické regrese a Logit modelu. V roce 2010 bylo oznámeno, že E. Altman ve spolupráci se skupinou RiskMetrics (J. P. Morgan) vyvinuli Z-metrics modely. Tyto modely jsou výsledkem předchozího vývoje Z modelů a reakcí na hospodářskou krizi a predikční schopnost modelů. Tyto modely jsou určeny jak pro roční, tak pětiletou predikci. Jsou navrženy pro velké kotované firmy, velké nekotované firmy, malé kotované firmy v USA a Kanadě, dále velké a malé firmy mimo USA a Kanadu. Hodnota kreditního skóre podniku se určí takto,

$$CS_i = \alpha + \sum \beta_j \cdot X_{i,j},$$

kde  $\alpha$  je úroňová konstanta,  $CS_i$  hodnota kreditního (ratingového) skóre podniku  $i$ ,  $\beta_j$  je koeficient  $j$ -té proměnné,  $X_{i,j}$  je hodnota  $j$ -té proměnné  $i$ -tého podniku.

Pomocí tohoto modelu lze určit přímo pravděpodobnost úpadku  $PD_i$  podniku,

$$PD_i = \frac{1}{1 + EXP(-CS)}$$

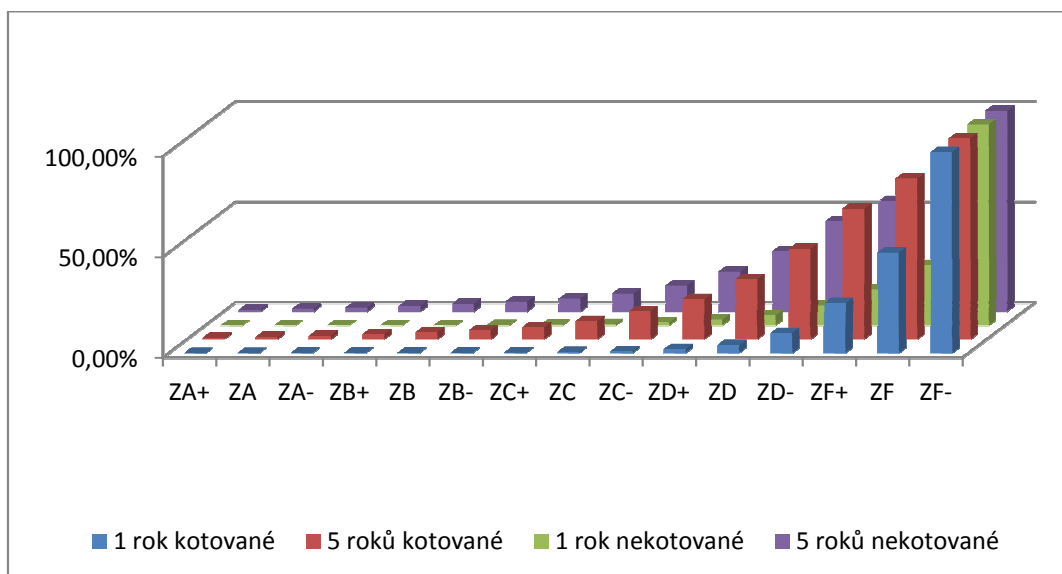
Aplikované proměnné jsou trojí: ukazatele finanční analýzy, ukazatele kapitálového trhu (hodnota akcií, úrokový spread apod.) a makroekonomické ukazatele (nezaměstnanost, růst HDP apod.). Data jsou roční, čtvrtletní a klouzavé průměry proto, aby predikce ratingu odrážela změnu fáze hospodářského cyklu a rychle reagovala na vývoj podniku. Ratingy jsou značeny od ZA+ po ZF- a rozděleny na tři stupně (vysoký, střední, nízký). Kritériem je pravděpodobnost úpadku. Roztřídění kategorií včetně pravděpodobností úpadku je v Tab. 5. Ratingy jsou značeny od ZA+ po ZF- a rozděleny na tři stupně. Kritériem je pravděpodobnost

úpadku. Roztřídění kategorií včetně pravděpodobností úpadku je v Tab. 5, grafické znázornění pro pravděpodobnost lepšího ratingu na Obr. 4 a horšího ratingu na Obr. 5.

Tab. 5 Z-metrics (stupně, ratingy a pravděpodobnosti úpadku)

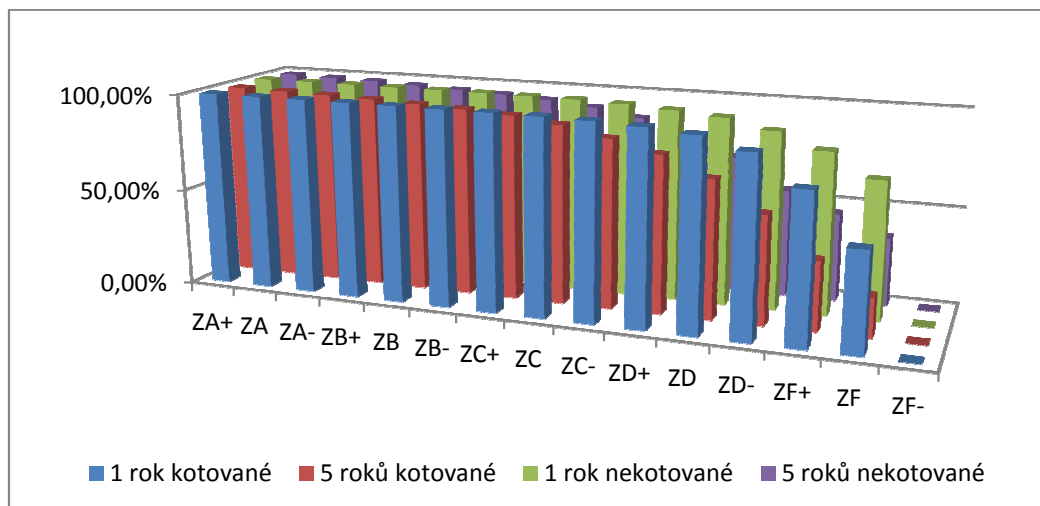
Stupeň	Rating	Kotované firmy		Nekotované firmy	
		1 rok	5 roků	1 rok	5 roků
Vysoký	ZA+	0,02%	0,75%	0,03%	1,0%
	ZA	0,04%	1,25%	0,05%	1,5%
	ZA-	0,06%	1,75%	0,08%	2,0%
	ZB+	0,09%	2,50%	0,13%	3,0%
	ZB	0,14%	3,50%	0,20%	4,0%
	ZB-	0,20%	4,50%	0,30%	5,0%
Střední	ZC+	0,30%	6,00%	0,45%	6,5%
	ZC	0,50%	9,00%	0,70%	9,0%
	ZC-	1,00%	14,00%	1,50%	13,0%
Nízký	ZD+	2,00%	20,00%	3,00%	20,0%
	ZD	4,00%	30,00%	5,00%	30,0%
	ZD-	10,00%	45,00%	10,00%	45,0%
	ZF+	25,00%	65,00%	18,00%	55,0%
	ZF	50,00%	80,00%	30,00%	65,0%
	ZF-	100,00%	100,00%	100,00%	100,0%

Obr. 4 Pravděpodobnost, že reating bude lepší





Obr. 5 Pravděpodobnost, že rating bude horší



## 5. Závěr

Jednou z důležitých oblastí finančního řízení je souhrnné posouzení finanční úrovně podniku včetně jeho perspektiv. Zde lze využít řadu ratingových a bankrotních modelů. V příspěvku byly popsány ratingové modely kreditního rizika. Dále byly uvedeny tři základní způsoby statistického odhadu modelů: diskriminační analýza, GLM modely a Mertlův model. Hlavní pozornost je soustředěna na vývoj Altmanových modelů jako reakce na vývoj ekonomik. V závěru jsou popsány nejnovější typy kreditních modelů dle Altmana, nazývané *Z-metrics*. Je ukázáno, že tyto modely jsou vyústěním a završením předchozího vývoje a zkušeností.

## Literatura

- [1] ALTMAN, E. (1968). *Financial Ratios, Discriminate Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*. Journal of Finance, č 23(4).
- [2] ALTMAN, E., RIJKEN, H. (2004). *How rating Agencies Achieve Rating Stability*. Journal of Banking and Finance, č. 28.
- [3] ALTMAN, E., HOTCHKISS, E. (2006). *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*. John Wiley & Sons.
- [4] ČULÍK, M. *Company Valuation Models Comparison Under Risk and Flexibility*. In Finanční řízení podniků a finančních institucí. Ostrava, 2011.
- [5] DLUHOŠOVÁ, D. (2004b). *Přístupy k analýze finanční výkonnosti firem a odvětví na bázi metody EVA – Economic Value Added*. Finance a úvěr – Czech Journal of Economics and Finance, č. 11-12, roč. 54.
- [6] DLUHOŠOVÁ, D. a kol. (2010) *Finanční řízení a rozhodování podniku*. Ekopress.
- [7] GURNÝ, P. The stability investigation of the three large Czech banks within Z - metrics methodology. In *Mathematical Methods in Economics 2011*. Prague : University of Economics, Faculty of Informatics and Statistics, 2011.
- [8] HULL, J. C. (2006). *Options, futures, and other derivatives*. 7th ed. Upper Saddle River:
- [9] ZMEŠKAL, Z. *Finanční modely*. Ekopress Praha, 2004.

- [10] ZMEŠKAL, Z. (2008). *Application of the American Real Flexible Switch Options Methodology A Generalized Approach*. Finance a úvěr-Czech Journal of Economics and Finance, č. 5-6, roč. 58.
- [11] ZMEŠKAL, Z. (2010). *Generalized soft binomial American real option pricing model (fuzzy-stochastic approach)*. European Journal of Operational Research, č. 207 (2).
- [12] ZMEŠKAL, Z. *Soft Approach to Company Financial Level Multiple Attribute Evaluation*. Conference Information: 21st International Conference on Mathematical Methods in Economics, SEP 10-12, 2003 Prague, CZECH REPUBLIC. PROCEEDINGS OF THE 21ST INTERNATIONAL CONFERENCE MATHEMATICAL METHODS IN ECONOMICS 2003 pp 273-280 Published: 2003
- [13] ZMEŠKAL, Z.: *Application of the American Real Flexible Switch Options Methodology A Generalized Approach*. Finance a Úvěr - Czech Journal of Economics and Finance 58 (2008), pp. 261-275.

## **Acknowledgement**

This paper has been elaborated in the framework of the IT4Innovations Centre of Excellence project, reg. no. CZ.1.05/1.1.00/02.0070 supported by Operational Programme 'Research and Development for Innovations' funded by Structural Funds of the European Union and state budget of the Czech Republic.