ZOBECNĚNÉ VÍCE-FAKTOROVÉ REÁLNÉ OPCE A MOŽNOSTI JEJICH APLIKACE VE FINANČNÍM ROZHODOVÁNÍ PODNIKŮ[1]

Zmeškal Zdeněk

ABSTRAKT

Metodologie reálných opcí je jedním z nových konceptů používaných a ověřovaný v oblasti podnikových financí. Metodologie je aplikována v procesech investičního rozhodování, oceňování firem, finančního rozhodování, operativních rozhodnutí, rozhodování v sektoru energetiky atd. Lze říci, že tento přístup zevšeobecňuje přístupy dosud tradičně používané v podnikových financích. Reálné opce zohledňují časovou hodnotu peněz, riziko (pravděpodobnost), manažerskou flexibilitu (dynamické rozhodování), variabilitu ve výplatních funkcích. Při aplikaci reálných opcí jde tedy vždy o řešení komplexnějších úloh. Tyto modely jsou charakteristické tím, že se jedná o modely Amerického typu, vícefaktorové s větším počtem možných voleb. V článku je popsána zobecnělá metodologie založená na aplikaci multifaktorového modelu na bázi ekvivalence statistických momentů. Je popsán jednofaktorový a dvoufaktorový rekombinovaný binomický model založený na rizikově-neutrální pravděpodobnosti a obecně řešitelný na Bellmanově principu optimality za rizika. Je taktéž prezentován zjednodušený ilustrativní příklad týkající se ocenění firmy

ABSTRACT

The real option methodology is one of the new conceptions used and verified in the corporate finance. The methodology is being applied in investment decision process, company valuation, financial decision-making, operational decision, energy sector decision- making etc. We can say that this approach presents the generalisation of well-known previous corporate finance approaches. The real options include time value of money, risk (probability), managerial flexibility (dynamical decision-making), cash-flow pay-off variability. Therefore, under the real option methodology, it is necessary to use and deal with more complex valuation models. These models are characterised as American, multi-factors, with greater number of option variants. There is in the paper described the generalised methodology based on multi-factor models application on the basis of the equivalence of the statistical moments. Described is single-factor and two-factor recombination binomial model, by virtue of the risk-neutral probability and generally solvable by the Bellman principle of optimality under risk. The simplified illustrative example concerning the valuation of the company is also presented.

Úvod

Reálnými opcemi se rozumí pružný (flexibilní) přístup při finančním rozhodování o reálných aktivech (aktiva, dluh, vlastní kapitál, investice, půda, komodity, náklady výzkumu, technologie, proces, produkce) při strategickém

---

[1]Tento příspěvek vznikl v rámci projektu MSM 619891007.

rozhodování nefinančních firem. Oproti tradičním přístupům založeným na pasivních strategiích se uvažuje s aktivními zásahy v budoucnosti při řízení reálných projektů. Například se jedná o opuštění, dočasné zastavení, rozšíření, odložení, změnu parametrů projektu, prodej, koupi, změnu technologie, procesu nebo struktury produkce apod. Metodologie reálných opcí je založena na metodice finančních opcí s tím, že je aplikována na reálná aktiva. V úvahu jsou brány další možnosti rozhodování v budoucnu a tudíž jsou reflektovány další možnosti při stanovení hodnoty reálných aktiv a projektů ve srovnání s pasivním přístupem. Přitom se předpokládá náhodný vývoj podkladových faktorů procesů.

Charakteristickým rysem je, že aplikace reálných opcí má převážně charakter amerických opcí a lze je oceňovat na bázi stochastického dynamického programování založeném na Bellmanově dynamickém principu optimality. Dalším rysem je to, že aplikované modely reálných opcí jsou vzhledem k typu ekonomických procesů a složitosti náhodných procesů a rozhodovacích funkcí převážně opce amerického typu, zpravidla řešeny jako diskrétní modely binomického nebo multinomického typu, s vícenásobnou možností volby (switch opce). Přitom základní přístup k oceňování vychází z replikační strategie na bázi rizikově neutrálního přístupu. Obecně se pak jedná o aplikaci principu martingale při oceňování.

Problematika reálných opcí je ve středu pozornosti akademické i manažerské komunity a za základní zdroje zpracovávající tuto problematiku lze považovat zejména: Dixit&Pindyck (1994), Sick (1995), Boyle&Longstaff&Ritchken (1995), Trigeorgis (1998), Brennan&Trigeorgis (1999), Dluhošová (2006), Zmeškal (1999, 2001, 2005).

Existuje celá škála druhů a typů finančních derivátů, od jednoduchých (plain vanilla) až po složité varianty derivátů. Složitost je dána zejména kombinacemi typu náhodných procesů (aritmetický, geometrický Brownův, jump diffusion, mean-reversion, Itoův atd.), typem výplatní funkce (call, put, binární, digitální, bariérové, s pamětí atd.), variantností voleb (binární, výběrové, switch atd.), absencí nebo výskytem nesymetrických přepínacích nákladů (switch cost), dobou možného využití (Evropské, Americké, Bermudské, swing atd.), počtem rizikových faktorů (spread, basket, rainbow, portfoliové opce).

Právě aplikace reálných opcí, což je využití metodologie opcí na reálných aktivech, patří mezi nejsložitější typy opcí. Lze je charakterizovat obecně jako opce amerického typu, s pamětí (path dependent), s větší variantností voleb (switch), nesymetrickými přepínacími náklady a jako více-faktorové opce.

Metody pro řešení takto složitých a komplexních opcí nejsou snadné. Analytická řešení (closed form) jsou dostupná pouze v omezeném počtu speciálních případů. Druhou možností je využít numerické metody, mezi které se řadí numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic na bázi metody konečných prvků, metody generování náhodných procesů na bázi simulace monte-carlo, a metody aproximace pomocí svazů (lattice method).

Poslední skupina z těchto metod je obecně považována za nejjednodušší, flexibilní, a pokud se nejedná o příliš velkou dimenzi, také efektivní pro řešení.

Cílem příspěvku je odvodit, popsat a aplikovat metodologii reálných opcí při oceňování firem a hodnocení investičních projektů. Přitom bude popsán, vysvětlen, aplikován a také ověřen zobecněný diskrétní více-faktorový binomický model reálných opcí pomocí lattice metodologie. Předpokládá se, že podkladový proces je na bázi buď aritmetického nebo s ohledem na požadavek, aby ceny byly kladnými čísli geometrického Brownova náhodného procesu. Uvedená metodologie bude prezentována na zjednodušeném ilustrativním příkladu stanovení hodnoty vlastního kapitálu firmy.

1. Jednofaktorový binomický model

Stochastické procesy lze vyjádřit pomocí stochastických diferenciálních rovnic, které mají obecný tvar vyjádřený Itoovou rovnicí $dx = \alpha(x,t)\cdot dt + \sigma(x,t)\cdot dz$. Zvláštním případem je geometrický Brownův proces $dx = \alpha \cdot x \cdot dt + \sigma \cdot x \cdot dz$. V případě logaritmické transformace $y = ln(x)$ a aplikace Itoovy lemmy tento proces přechází v aritmetický Brownův proces $dy = (\alpha - 0{,}5 \cdot \sigma^2)dt + \sigma \cdot dz$. Po substituci za střední hodnotu $g = (\alpha - 0{,}5 \cdot \sigma^2)$, pak

$$dy = g \cdot dt + \sigma \cdot dz .$$

Propočet pomocí numerických lattice (svaz) metod lze provést pomocí replikačních nebo hedgingových přístupů. V případě, že se vychází ze skutečných stochastických procesů, pak základním principem je, že výsledek numerické aproximace musí odpovídat vybraným statistickým momentům.

Přitom je důležité rozlišovat řešení v případě úplného (complete) nebo neúplného (incomplete) trhu. V prvním případě je výsledkem jednoznačné řešení, neboť počet neznámých odpovídá počtu rovnic. Ve druhém případě to splněno není, výsledkem je buď interval hodnot anebo je nutné přidat preference rozhodovatele pomocí užitkových funkcí a používat optimalizační metody řešení.

Jednou z často kladených podmínek je, že má být splněna rekombinace, tedy že hodnota podkladového faktoru při růstu je opakem při poklesu, tedy $\Delta y + (-\Delta y) = 0$.

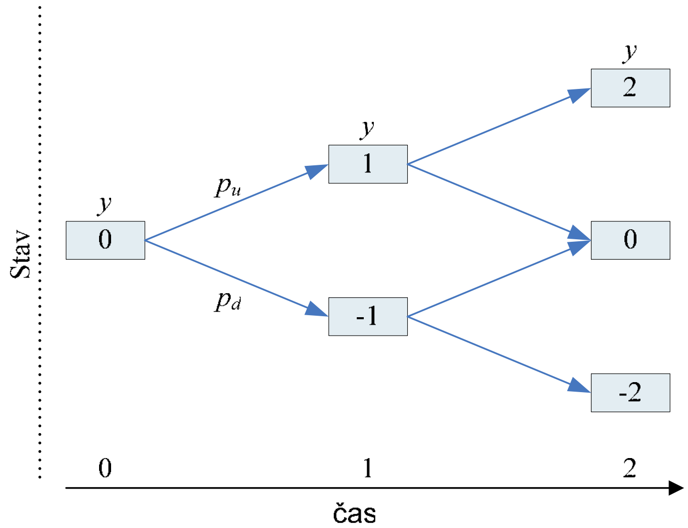
Je známo, že aby řešení odpovídalo principu nemožnosti arbitráže, pak stanovené pravděpodobnosti přechodu musejí být kladná čísla v intervalu [0, 1].

Dalším základním konceptem je, že oceňování se provádí za rizikově-neutrální pravděpodobnosti, tedy že výnos podkladových aktiv (faktorů) musí být bezrizikový, r. Za této podmínky transformovaný geometrický Brownův proces je následující,

$$dy = g \cdot dt + \sigma \cdot dz \text{, kde } g = (r - 0{,}5 \cdot \sigma^2).$$

Vývoj hodnoty aktiv lze tedy vyjádřit následovně $y_{t+1} = y_t + u \cdot \Delta y$, kde u vyjadřuje počet vzrůstu hodnoty za dané období. Vývoj pro dvě období pomocí binomického modelu je znázorněn na Obr. 1, přitom každý uzel je charakterizován stavem a časem (u, t).

Obr.č. 1: Rekombinační binomický model



Vzhledem k tomu, že je geometrický Brownův proces založen na normálním rozdělení, v tomto případě jsou odpovídajícími momenty střední hodnota a rozptyl. Tedy

$$p_u \cdot (\Delta y) + p_d \cdot (-\Delta y) = g \cdot \Delta t \,,$$

$$p_u \cdot (\Delta y)^2 + p_d \cdot (-\Delta y)^2 = \sigma^2 \cdot \Delta t + (g \cdot \Delta t)^2 \,,$$

$$p_u + p_d = 1 \,.$$

Jde tedy o tři rovnice o třech neznámých, $p_u, p_d, \Delta y$, což jsou pravděpodobnosti růstu, poklesu a přírůstek hodnoty. Řešení je následující

$p_u = \dfrac{g \cdot \Delta t - \Delta y}{\Delta y - (-\Delta y)}$ nebo jinak vyjádřeno $p_u = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{g \cdot \Delta t}{\Delta y} + 1 \right)$, $\Delta y = \sqrt{\sigma^2 \cdot \Delta t + (g \cdot \Delta t)^2}$.

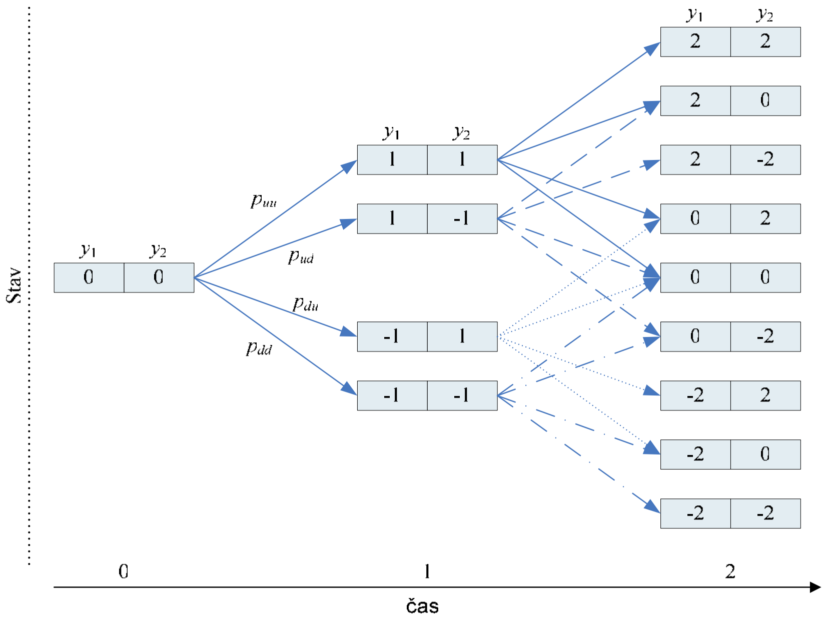
Aby byla splněna podmínka nemožnosti arbitráže, pak musí platit, že $-\Delta y \leq g \cdot \Delta t \leq \Delta y$.

2. Dvoufaktorový binomický model

Předpokládáme podobně jako u jednofaktorového modelu logaritmicky transformovaný geometrický Brownův proces, rizikově-neutrální pravděpodobnost. Navíc se předpokládá, že jsou dány dva náhodné faktory y1, y2, včetně jejich kovariance $\sigma_{1,2}$ (korelace $\rho_{1,2}$).

Graficky je model vývoje pro dva faktory, kde každý uzel je charakterizován stavem (počet vzrůstů za dané období u obou aktiv) a časem (u1, u2, t), znázorněn na Obr. 2.

Obr.č. 2: Dvoufaktorový rekombinovaný binomický model



V tomto případě jsou odpovídajícími momenty střední hodnoty, rozptyly a kovariance, neboť se jedná o geometrický Brownův proces založený na normálním rozdělení. Takže

$$p_{uu}\cdot(\Delta y_1)+p_{ud}\cdot(\Delta y_1)+p_{du}\cdot(-\Delta y_1)+p_{dd}\cdot(-\Delta y_1)=g_1\cdot\Delta t\,,$$

$$p_{uu}\cdot(\Delta y_2)+p_{ud}\cdot(-\Delta y_2)+p_{du}\cdot(\Delta y_2)+p_{dd}\cdot(-\Delta y_2)=g_2\cdot\Delta t\,,$$

$$p_{uu}\cdot(\Delta y_1)^2+p_{ud}\cdot(\Delta y_1)^2+p_{du}\cdot(-\Delta y_1)^2+p_{dd}\cdot(-\Delta y_1)^2=\sigma_1^2\cdot\Delta t+(g_1\cdot\Delta t)^2\,,$$

$$p_{uu}\cdot(\Delta y_2)^2+p_{ud}\cdot(-\Delta y_2)^2+p_{du}\cdot(\Delta y_2)^2+p_{dd}\cdot(-\Delta y_2)^2=\sigma_2^2\cdot\Delta t+(g_2\cdot\Delta t)^2\,,$$

$$p_{uu}\cdot(\Delta y_1\cdot\Delta y_2)+p_{ud}\cdot(\Delta y_1\cdot-\Delta y_2)+p_{du}\cdot(-\Delta y_1\cdot\Delta y_2)+p_{dd}\cdot(-\Delta y_1\cdot-\Delta y_2)=$$
$$=\sigma_{1,2}\cdot\Delta t+g_1g_2\cdot\Delta t^2\,,$$

$$p_{uu}+p_{ud}+p_{du}+p_{dd}=1\,.$$

Jde tedy o šest rovnic o šesti neznámých, $p_{uu}, p_{ud}, p_{du}, p_{dd}, \Delta y_1, \Delta y_2$, což jsou pravděpodobnosti pro kombinace růstu a poklesu obou aktiv (faktorů), dále přírůstky hodnot obou faktorů. Řešení je následující,

$$p_{uu}=\frac{1}{4}\cdot\left(1+\frac{g_1\cdot\Delta t}{\Delta y_1}+\frac{g_2\cdot\Delta t}{\Delta y_2}+\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{\Delta y_1\cdot\Delta y_2}\right),$$

$$p_{ud}=\frac{1}{4}\cdot\left(1+\frac{g_1\cdot\Delta t}{\Delta y_1}-\frac{g_2\cdot\Delta t}{\Delta y_2}-\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{\Delta y_1\cdot\Delta y_2}\right),$$

$$p_{du}=\frac{1}{4}\cdot\left(1-\frac{g_1\cdot\Delta t}{\Delta y_1}+\frac{g_2\cdot\Delta t}{\Delta y_2}-\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{\Delta y_1\cdot\Delta y_2}\right),$$

$$p_{dd} = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{g_1 \cdot \Delta t}{\Delta y_1} - \frac{g_2 \cdot \Delta t}{\Delta y_2} + \frac{\sigma_{12} \cdot \Delta t + g_1 \cdot g_2 \cdot \Delta t^2}{\Delta y_1 \cdot \Delta y_2} \right),$$

$$\Delta y_1 = \sqrt{\sigma_1^2 \cdot \Delta t + (g_1 \cdot \Delta t)^2}\ ,\ \Delta y_2 = \sqrt{\sigma_2^2 \cdot \Delta t + (g_2 \cdot \Delta t)^2}\ .$$

Podmínky nemožnosti arbitráže jsou následující,

$$\rho_{1,2} \geq \frac{(-1 + A + B) \cdot \Delta y_1 \cdot \Delta y_2 - g_1 \cdot g_2 \cdot \Delta t^2}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \Delta t},$$

$$\rho_{1,2} \leq min\left[\frac{(-1 - A + B) \cdot \Delta y_1 \cdot \Delta y_2 - g_1 \cdot g_2 \cdot \Delta t^2}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \Delta t} ; \frac{(-1 + A - B) \cdot \Delta y_1 \cdot \Delta y_2 - g_1 \cdot g_2 \cdot \Delta t^2}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \Delta t} \right],$$

kde $A = \frac{g_1 \cdot \Delta t}{\Delta y_1}$, $B = \frac{g_2 \cdot \Delta t}{\Delta y_2}$.

3. Ilustrativní příklad stanovení hodnoty vlastního kapitálu firmy

Možnosti aplikace dvou-faktorového binomického modelu budou ukázány na příkladu vyhodnocení reálné opce stanovení hodnoty vlastního kapitálu podniku pro čtyři období. Předpokládá se, že hodnota cash-flow je zjednodušeně určena dvěma náhodnými faktory jako rozdíl náhodných tržeb a náhodných nákladů. Přitom, první charakterizuje výstupy (tržby) x1 a druhý vstupy (náklady) x2, s výchozími hodnotami x1=300 p.j., x2=100 p.j. Nominální hodnota dluhu D je stanovena na 150 p.j., bezriziková sazba r=0,1. Dále jsou známy další vstupní údaje . $\sigma_1 = 0{,}3,\ \sigma_2 = 0{,}3, \rho_{12} = -0{,}5$. Postup výpočtu v souladu se stochastickým dynamickým programováním je v daném případě následující.

Procedura řešení pro dvoufaktorový model:

[1] Stanovení rizikově-neutrální hodnoty růstu aktiv g1, g2.

[2] Vyjádření vývoje podkladových rizikových aktiv (faktorů) x_1, x_2, kde po zpětné transformaci za $y = ln(x)$ a dosazením do rovnice $y_{t+1,u} = y_t + u \cdot \Delta y$, dostáváme $x_{t+1,u} = x_t \cdot e^{u \cdot \Delta y}$.

[3] Stanovení rizikově-neutrálních pravděpodobností $p_{uu}, p_{ud}, p_{du}, p_{dd}$.

[4] Potom je propočtena hodnota aktiv (cash-flow) $V = x_1 - x_2$.

[5] Dalším krokem je stanovení vnitřní hodnoty $VH = max(V - D;\ 0)$.

[6] V době realizace T se cena opce rovná vnitřní hodnotě, $f_T = VH_T$.

[7] Dále následuje propočet ceny americké opce. Zpětným postupem od doby realizace se stanoví cena opce pro jednotlivé uzly, které jsou dány časem a stavem až k počáteční hodnotě.

[8] V jednotlivých uzlech se cena opce určí jako současná hodnota střední hodnoty ceny opce v následujícím období, $f_t = max\left[e^{-r \cdot dt} \cdot \widehat{E}(f_{t+dt}); VH_t\right]$, kde $\widehat{E}(f_{t+dt})$ je rizikově-neutrální střední hodnota, $\widehat{E}(f_{t+dt}) = \left[f_{t+dt}^{uu} \cdot p_{uu} + f_{t+dt}^{ud} \cdot p_{ud} + f_{t+dt}^{du} \cdot p_{du} + f_{t+dt}^{dd} \cdot p_{dd}\right]$.

[9] Hledaná cena opce f_0 odpovídá ceně na počátku celého období, v daném případě hodnotě vlastního kapitálu firmy.

[10] Stanovení typu rozhodnutí, Q_t, tedy buď využít nebo nevyužít opci, $Q_t = \underset{q}{arg\,max}\left[e^{-r \cdot dt} \cdot \widehat{E}\left(f_{t+dt}\right); VH_t\right]$

[11] Analýza citlivosti na vstupní data

Konkrétní propočtené hodnoty rizikově-neutrálních pravděpodobností pro daný příklad jsou následující, $p_{uu} = 13{,}3436\,\%,\ p_{ud} = 37{,}4896\,\%, p_{du} = 37{,}4896\,\%,\ p_{dd} = 11{,}6772\,\%$. Hodnoty rizikově-neutrálního růstu jsou $g_1 = 0{,}005,\ g_2 = 0{,}005$.

Na Obr. 3 je znázorněn postup výpočtu. V kořenu dvoufaktorového modelu je hledaná hodnota vlastního kapitálu firmy stanovená za podmínek rizika a flexibility, která činí 123 p.j.

4. Závěr

Záměrem příspěvku bylo uvést problematiku reálných opcí jakožto zobecněného přístupu při finančním rozhodování korporací. Tato metodologie může být využita při investičním rozhodování firem, jejich oceňování, při finančním rozhodování a rovněž při operačním rozhodování firem. Velké uplatnění je taktéž v oblasti energetiky. Přístup zahrnuje zobecnění základních přístupů při rozhodování korporací. Jedná se zejména o zahrnutí časové hodnoty peněz, rizika (pravděpodobnostní a náhodný vývoj podkladových faktorů), manažerské flexibility (dynamická a vícenásobná nereverzibilní rozhodnutí) a variability výplatních funkcí na základě cash-flow.

Příspěvek byl zaměřen mimo jiné zejména na popis, vysvětlení a možnosti aplikace více-faktorových modelů, které nejsou ve velké míře dosud aplikovány, i když složitost finančního a ekonomického rozhodování je ve svém základě určitě multi-faktorová. V příspěvku byl vysvětlen a popsán postup pro aplikaci metodologie reálných opcí na bázi více-faktorového re-kombinovaného binomického modelu. Nejprve byl vysvětlen tradiční jedno-faktorový model a následně více-faktorový model. Oceňovacím základem je přitom splnění podmínky nemožnosti arbitráže a rizikové neutrálnosti, což znamená, že rizikově-neutrální pravděpodobnosti musí být v intervalu[0, 1] a musí odpovídat bezrizikovému výnosu. Dále za předpokladu úplného trhu musí platit ekvivalence náhodného procesu a jeho statistických momentů. Ukázalo se, že je dostatečné pro úplný trh u více-faktorového binomického modelu, aby byla splněna rovnost u středních hodnot, rozptylů a kovariance.

Na závěr byl rovněž prezentován pro čtyři období zjednodušený ilustrativní příklad stanovení hodnoty vlastního kapitálu podniku na bázi dvoufaktorového binomického modelu. Ukázalo se, že v daném případě je vlastní propočet poměrně jednoduchý a že je možné reálněji zachytit podmínky rozhodování.

Aplikace metodologie reálných opcí, jak bylo ukázáno, vysvětleno a popsáno, představuje zobecnění dosavadních tradičních přístupů při finančním rozhodování podniků, neboť zahrnuje časový aspekt, riziko, manažerskou flexibilitu. Přitom zahrnuje v sobě i tradiční metody jako jsou metodu upraveného nákladu kapitálu a metodu jistotních ekvivalentů (aspekty rizika) metodu dynamického programování za určitosti (aspekt manažerské flexibility). V případě nízké flexibility a malého rizika jsou pro rozhodování adekvátní a zcela dostačující tradiční metody. Naopak s růstem rizika podkladových procesů a s růstem manažerské flexibility je nezbytné aplikovat metodologii reálných opcí, která je adekvátní a vede ke správným závěrům. Neboť, pokud by nebyly tyto aspekty brány v úvahu, dochází k podhodnocené projektů, hodnot podniků a tedy k nežádoucímu zúžení portfolia rozhodovacích možností a variant a taktéž k podcenění budoucích příležitostí, což znamená a vede v konečném důsledku k nesprávným finančním a ekonomickým rozhodnutím.

LITERATURA

1. BLACK, F., SCHOLES, M.: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy*, Vol. 81., 637-659, 1973.
2. BOYLE, P., LONGSTAFF, F.A., RITCHKEN, P.: *Advances in Futures and Options Research.* JAI Press, Vol. 8, 1995.
3. BRENNAN, M. J., TIGEORGIS, L.: *Project, Flexibility, Agency and Product Market Competition: New Development in the Theory and Application of real Options Analysis.* Oxford university Press, 1999.
4. DIXIT, A. K., PINDYCK, R.S.: *Investment under Uncertainty.* University Press, 1994.
5. DLUHOŠOVÁ, D.: Přístupy k analýze finanční výkonnosti firem a odvětví na bázi metody EVA – Economic Value Added, *Finance a úvěr - Czech Journal of Economics and Finance*, 11-12 2004, roč. 54
6. DLUHOŠOVÁ, D.: *Finanční řízení a rozhodování.* Ekopress Praha, 2006
7. DUFFIE, D.: *Security Markets - Stochastic Models.* Academic press, Inc, 1988.
8. HULL, J. C.: *Options, Futures, and other Derivatives*. Prentice Hall, 2000.
9. MUSIELA, M., RUTKOWSKI, M.: *Martingale Methods in Financial Modelling*. Springer-Verlag, 48-50, 1997.
10. SICK, G.: Real Options. In JARROW, R et all, *Handbooks in OR and MS*, Vol. 9, Elsevier Science B.V., 631-691., 1995.
11. TRIGEORGIS, L.: *Real Options - Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, Harvard University, 1998.
12. ZMESKAL, Z.: Application of the fuzzy - stochastic Methodology to Appraising the Firm Value as a European Call Option. *European Journal of Operational Research*, Vol. 135/2, pp 303-310, 2001.
13. ZMEŠKAL, Z.: Možnosti stanovení hodnoty firmy jako bariérové americké call opce. Sborník Mezinárodní konference In: *Ekonomika firem 1999*, Ekonomická univerzita Bratislava, 1999.
14. ZMEŠKAL. Z.: Fuzzy-stochastický odhad hodnoty firmy jako call opce. *Finance a úvěr*, Economia a. s. Praha, 3, 1999.
15. ZMEŠKAL, Z. a kol.: *Finanční modely*. 2. upravené vydání, Praha: Ekopress Praha, 2004.
16. ZMEŠKAL, Z.: Přístupy k eliminaci finančních rizik na bázi finančních hedgingových strategií. *Finance a Úvěr - Czech Journal of Economics and Finance*, 2004, roč. 54, (č. 1.-2.), s. 50-63.
17. ZMEŠKAL, Z.: Approach to Soft Binomial Real Option Model Application (fuzzy - stochastic approach). The 12th Global Finance Conference, Dublin, Irsko, 2005.

KONTAKT

prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal,
katedra financí, Ekonomická fakulta, VŠB-TU Ostrava,
Sokolská 33, Ostrava
zdenek.zmeskal@vsb.cz

Obr.č. 3: Propočet ceny opce pomocí dvoufaktorového rekombinovaného binomického modelu

Stav

0

u_1	u_2	x_1	x_2	V	VH	f	Q
0	0	300	100	200	50	123	ne

1

u_1	u_2	x_1	x_2	V	VH	f	Q
1	1	405	135	270	120	177	ne
1	-1	405	74,1	331	181	214	ne
-1	1	222	135	87,2	0	46	ne
-1	-1	222	74,1	148	0	64,7	ne

2

u_1	u_2	x_1	x_2	V	VH	f	Q
2	2	547	182	364	214	254	ne
2	0	547	100	447	297	314	ne
2	-2	547	54,9	492	342	355	ne
0	2	300	182	118	0	62,1	ne
0	0	300	100	200	50	95,4	ne
0	-2	300	54,9	245	95,1	123	ne
-2	2	165	182	-18	0	6,36	ne
-2	0	165	100	64,6	0	16,6	ne
-2	-2	165	54,9	110	0	24,7	ne

3

u_1	u_2	x_1	x_2	V	VH	f	Q
3	3	738	246	492	342	349	ne
3	1	738	135	603	453	460	ne
3	-1	738	74,1	664	514	521	ne
3	-3	738	40,7	697	547	554	ne
1	3	405	246	159	8,98	84,7	ne
1	1	405	135	270	120	139	ne
1	-1	405	74,1	331	181	188	ne
1	-3	405	40,7	364	214	221	ne
-1	3	222	246	-24	0	0	ano
-1	1	222	135	87,2	0	17,8	ne
-1	-1	222	74,1	148	0	40,3	ne
-1	-3	222	40,7	182	31,6	54,8	ne
-3	3	122	246	-124	0	0	ano
-3	1	122	135	-13	0	0	ano
-3	-1	122	74,1	47,9	0	0	ano
-3	-3	122	40,7	81,3	0	0	ano

4

u_1	u_2	x_1	x_2	V	VH	f	Q
4	4	996	332	664	514	514	ano
4	2	996	182	814	664	664	ano
4	0	996	100	896	746	746	ano
4	-2	996	54,9	941	791	791	ano
4	-4	996	30,1	966	816	816	ano
2	4	547	332	215	64,6	64,6	ano
2	2	547	182	364	214	214	ano
2	0	547	100	447	297	297	ano
2	-2	547	54,9	492	342	342	ano
2	-4	547	30,1	517	367	367	ano
0	4	300	332	-32	0	0	ano
0	2	300	182	118	0	0	ano
0	0	300	100	200	50	50	ano
0	-2	300	54,9	245	95,1	95,1	ano
0	-4	300	30,1	270	120	120	ano
-2	4	165	332	-167	0	0	ano
-2	2	165	182	-18	0	0	ano
-2	0	165	100	64,6	0	0	ano
-2	-2	165	54,9	110	0	0	ano
-2	-4	165	30,1	135	0	0	ano
-4	4	90,3	332	-242	0	0	ano
-4	2	90,3	182	-92	0	0	ano
-4	0	90,3	100	-9,7	0	0	ano
-4	-2	90,3	54,9	35,5	0	0	ano
-4	-4	90,3	30,1	60,2	0	0	ano

čas