

Some deterministic methods to estimate reserves in general insurance

Niektoré deterministické metódy odhadu technických rezerv v neživotnom poistení

Ján Gogola¹

Abstract

In the reporting of solvency of insurance companies there are many important variables. One is loss reserves. Reserves are required by law towards fulfilling the commitments of the insurance company. Reserves are an important part of liabilities of insurance company. The present paper provides a survey of some of the well-known methods of loss reservings based on run-off triangles. There is a brief description of the methods and then we apply them to an example. The results are shown in the chart, which may actuary used for determining the best estimate and the range accuracy.

Key words

IBNR reserves, Run-off triangle, Chain Ladder method, de Vylder's least square method, Separation method,

JEL Classification: G22 - Insurance; Insurance Companies

1. Úvod

Technické rezervy na poistné plnenia sú určené na poistné plnenie z poistných udalosti:

- nahlásených do konca bežného účtovného obdobia, ale v tom účtovnom období nevybavených. Táto rezerva často označuje aj ako RBNS rezerva (RBNS – Reported But Not Settled). K tejto technickej rezerve patrí aj rezerva na vybavené poistné udalosti, ale v bežnom účtovnom období neuhradené poistné plnenia;
- vzniknutých ale nenahlásených v bežnom účtovnom období. Označuje sa ako IBNR rezerva (IBNR – Incurred But Not Reported). Spolu IBNR a RBNS rezerva sa zvyčajne označuje ako IBNS rezerva (IBNS – Incurred But Not Settled).

IBNR rezerva sa odhaduje pomocou matematicko-štatistických metód. Vychádzajú z dát usporiadaných do tzv. *vývojových trojuholníkov (run-off triangle)*.

Počas ostatných desaťročí, poistní matematici navrhli veľké množstvo metód odhadu rezerv na základe run-off trojuholníkov. V každej z týchto metód, sa predpokladá, že všetky pohľadávky sú vysporiadané v pevne danom počte vývojových rokov, a že vývoj poistných plnení je známy až do súčasnosti.

Uvažujme portfólio rizík a predpokladajme, že každé poistné plnenie je vyplatené buď v roku keď poistná udalosť nastala (*accident year*) alebo v nasledujúcich *n* rokoch (*development*

¹ Ján GOGOLA, RNDr. PhD., Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave, jan.gogola@euba.sk

years). Portfólio môže byť modelované buď postupnými (nekumulovanými) plneniami alebo kumulatívnymi plneniami.

Tab. 1: Vývojový trojuholník (run-off triangle)

		Rok vývoja						
		0	1	...	j	...	$n-1$	n
Rok poistnej udalosti	0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$...	$C_{0,j}$	$C_{0,n}$
	1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n-1}$	
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots		
	i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$...	$C_{i,j}$			
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots				
	$n-1$	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$					
	n	$C_{n,0}$						

C_{ij} sú kumulatívne poistné plnenia na poistné udalosti, ktoré vznikli v i -tom roku a boli zaplatené do konca vývojového roku j , n je maximálny počet rokov potrebných do zlikvidovania poistnej udalosti od jej vzniku.

Pre poistné plnenie P_{ij} na poistné udalosti, ktoré vznikli v i -tom roku, a boli zaplatené v j -tom vývojovom roku platí

$$P_{ij} = \begin{cases} C_{ij} & \text{ak } j = 0, \\ C_{ij} - C_{i,j-1} & \text{ak } j \neq 0. \end{cases}$$

Pre daný run-off trojuholník, použijeme rôzne metódy na výpočet rezervy na prvý rok a celkové rezervy. Realizácie týchto odhadov sú zobrazené na grafe, ktorý môže aktuár použiť na určenie najlepšieho odhadu a rozsahu presnosti, navyše môže byť použitý pre porovnanie uvažovaného portfólia s trhovým portfóliom, alebo pre kontrolu či poistné je primerané. Uvedieme stručný opis všetkých použitých metód a aplikujeme ich na príklade.

1.1 Metóda Chain Ladder

Ide o asi najznámejšiu metódu na odhad technických rezerv v neživotnom poistení. Vychádza z predpokladu, že pomer kumulatívnych poistných plnení medzi nasledujúcimi rokmi vývoja je pre jednotlivé roky vzniku približne rovnaký. Pre kumulatívny trojuholník sa vypočítajú tzv. vývojové koeficienty (alebo vývojové faktory).

$$b_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{ij}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j-1}} = \sum_{i=0}^{n-j} \frac{C_{i,j-1}}{\sum_{h=0}^{n-j} C_{h,j-1}} \cdot d_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \text{ kde } d_{ij} = \frac{C_{i,j}}{C_{i,j-1}}.$$

Pomocou týchto vývojových faktorov môžeme doplniť kumulatívny vývojový trojuholník na obdĺžnik.

Pre odhad kumulatívnych poistných plnení na nasledujúce roky platí:

$$C_{ij} = C_{i,n-i} \prod_{k=n-i+1}^j b_k = C_{i,j-1} b_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = n-i+1, n-i+2, \dots, n.$$

Príklad 1. V nasledujúcej tabuľke sú zaznamenané poistné plnenia (v tis. €) na poistné udalosti vzniknuté v rokoch 2000 až 2006, ktoré boli vyplatené v roku vzniku poistnej udalosti, resp. neskôr. Predpokladá sa, že každá poistná udalosť bude zlikvidovaná do šiestich rokov od jej vzniku. Vypočítajte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok (čo sú rezervy pre nasledujúci kalendárny rok).

Vo všetkých príkladoch použijeme rovnaký run-off trojuholník.

Tab. 2: Vývojový trojuholník (run-off triangle)

Cumulative run-off triangle							
	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541		
2003	2 320	4 180	4 851	5 314			
2004	2 462	4 372	5 108				
2005	2 651	4 809					
2006	3 084						

Riešenie.

Vývojové faktory b_j	1,8143901	1,1648028	1,0979531	1,0711175	1,0571681	1,0429217
--	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Tab. 3.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 703,74
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 857,77	6 109,19
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 691,92	6 017,31	6 275,59
2004	2 462	4 372	5 108	5 608,34	6 007,20	6 350,62	6 623,19
2005	2 651	4 809	5 601,54	6 150,22	6 587,61	6 964,21	7 263,13
2006	3 084	5 595,58	6 517,75	7 156,18	7 665,11	8 103,31	8 451,12

Technické rezervy na poistné plnenia **11 100,96**.

Rezerva na prvý rok: **4 733,89**.

1.1.1 Rôzne variácie metódy Chain Ladder

I. Existuje viacero zovšeobecnení metódy Chain Ladder. Jedno zo zovšeobecnení vychádza

zo vzorca
$$b_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{ij}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j-1}} = \sum_{i=0}^{n-j} \frac{C_{i,j-1}}{\sum_{h=0}^{n-j} C_{h,j-1}} \cdot d_{ij}$$
 a jeho zovšeobecnenia na vzťah

$$b_j = \sum_{i=0}^{n-j} w_{ij} d_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$
 na výpočet vývojových faktorov b_j , kde w_{ij} sú váhy spĺňajúcu

rovnosť
$$\sum_{i=0}^{n-j} w_{ij} = 1.$$

Ak položíme $w_{ij} = \frac{C_{i,j-1}^2}{\sum_{h=0}^{n-j} C_{h,j-1}^2}$, dostávame metódu, ktorá je známa pod názvom *London Chain*.

Príklad 2. Pomocou metódy London Chain určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

	1	2	3	4	5	6
b_j	1,81328	1,164838	1,097848	1,07111	1,057197	1,042922

Tab. 4.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 703,74
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 857,93	6 109,36
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 691,88	6 017,44	6 275,72
2004	2 462	4 372	5 108	5 607,81	6 006,58	6 350,14	6 622,70
2005	2 651	4 809	5 601,71	6 149,82	6 587,14	6 963,90	7 262,80
2006	3 084	5 592,15	6 513,95	7 151,33	7 659,87	8 097,99	8 445,57

Technické rezervy na poistné plnenia **11094,88**.

Rezerva na prvý rok: **4 730,22**.

II. Vychádzajúc z pôvodného kumulatívneho trojuholníka môžeme zostrojiť iný trojuholník tzv. D-trojuholník, ktorý bude obsahovať veličiny d_{ij} , nazývané spojovacie pomery (*link ratios*) alebo koeficienty vývoja:

$$d_{ij} = \frac{C_{ij}}{C_{i,j-1}}, \text{ pre } j = 1, 2, \dots, n \text{ a } i = 0, 1, 2, \dots, n-j.$$

Predpokladajme, lineárny trend v stĺpcoch D-trojuholníka. Pomocou metódy najmenších štvorcov určíme zvyšné hodnoty D-trojuholníka (okrem posledných dvoch). Prvky predposledného stĺpca položíme rovné aritmetickému priemeru koeficientov vývoja v $n-1$ -om stĺpci a prvky posledného stĺpca položíme rovné d_{1n} .

Príklad 3. Pomocou predchádzajúcej metódy určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

Tab. 5.: D-trojuholník s doplnenými hodnotami

D - triangle							
		0	1	2	3	4	5
2000	0	1,790010	1,1579518	1,0985026	1,072630	1,0548054	1,0429217
2001	1	1,839488	1,1723769	1,1020548	1,0694013	1,0594731	1,0429217
2002	2	1,871996	1,1646507	1,0962272	1,0713457	1,0571392	1,0429217
2003	3	1,801724	1,1605263	1,0954442	1,0698411	1,0571392	1,0429217
2004	4	1,775792	1,168344	1,0943066	1,0691987	1,0571392	1,0429217
2005	5	1,814032	1,167450	1,0928063	1,0685563	1,0571392	1,0429217
2006	6	1,801382	1,1683435	1,091306	1,0679139	1,0571392	1,0429217

Tab. 6.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 703,74
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 857,61	6 109,03
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 685,14	6 009,98	6 267,94
2004	2 462	4 372	5 108	5 589,72	5 976,52	6 318,01	6 589,19
2005	2 651	4 809	5 614,27	6 135,31	6 555,92	6 930,52	7 227,99
2006	3 084	5 555,46	6 490,69	7 083,33	7 564,39	7 996,61	8 339,84

Technické rezervy na poistné plnenia **10 912,72**.

Rezerva na prvý rok: **4 680,93**.

III. Uvažujme vážený priemer pozorovaných d hodnôt v k -tom stĺpci $\hat{d}_k = \frac{\sum_{j=1}^{n-k+1} w_{jk} \cdot d_{jk}}{\sum_{j=1}^{n-k+1} w_{jk}}$.

Poznamenajme, že ak $w_{jk} = C_{jk}$ dostávame pôvodnú metódu Chain Ladder.

Vo výpočtoch použijeme $w_{jk} = (j+k+1)^2$, resp. $w_{jk} = j+k+1$.

Príklad 4. Pomocou predchádzajúcej metódy pre $w_{jk} = (j+k+1)^2$, určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

	0	1	2	3	4	5
\hat{d}_k	1,807950	1,165457	1,097222	1,070981	1,057560	1,042922

Tab. 7.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 703,74
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 859,94	6 111,46
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 691,19	6 018,78	6 277,12
2004	2 462	4 372	5 108	5 604,61	6 002,43	6 347,93	6 620,40
2005	2 651	4 809	5 604,68	6 149,58	6 586,09	6 965,18	7 264,14
2006	3 084	5 575,72	6 498,26	7 130,03	7 636,13	8 075,67	8 422,29

Technické rezervy na poistné plnenia **11 074,14**.

Rezerva na prvý rok: **4 714,89**.

Príklad 5. Pomocou predchádzajúcej metódy pre $w_{jk} = j+k+1$, určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

	0	1	2	3	4	5
\hat{d}_k	1,812144	1,165217	1,097640	1,071040	1,057351	1,042922

Tab. 8.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 703,74
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 858,78	6 110,25
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 691,51	6 017,92	6 276,22
2004	2 462	4 372	5 108	5 606,75	6 005,05	6 349,45	6 621,98
2005	2 651	4 809	5 603,53	6 150,66	6 587,60	6 965,41	7 264,38
2006	3 084	5 588,65	6 511,99	7 147,82	7 655,61	8 094,67	8 442,10

Technické rezervy na poistné plnenia **11 093,67**.

Rezerva na prvý rok: **4 727,96**.

1.2 De Vylderová metóda najmenších štvorcov

Uvažujme trojuholník nekumulovaný hodnôt poistných plnení. Použijeme multiplikatívny model. Nech x_j je celkový počet poistných plnení vzťahujúcich sa k roku poistnej udalosti j a v_k označuje podiel celkových plnení vybavených vo vývojom roku k . Predpokladáme, že $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1$.

Potom našou úlohou je určiť hodnoty x_j a v_k tak, aby $\sum (C_{jk} - x_j \cdot v_k)^2$ bolo čo najmenšie.

Sumuje sa cez všetky dostupné údaje.

Riešením tejto optimalizačnej úlohy dostávame rovnice $x_j = \frac{\sum_k C_{jk} \cdot v_k}{\sum_k v_k^2}$; $v_k = \frac{\sum_j C_{jk} \cdot x_j}{\sum_j x_j^2}$.

Tento systém rovníc riešime numericky-iteráciou, pričom počiatočné hodnoty v_k položíme rovné: $v_1 = v_2 = \dots = v_n = \frac{1}{n}$.

Hodnoty v_k je nutné počas výpočtu preškalovať tak, aby platilo $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1$.

Príklad 6. Pomocou de Vylderovej metódy najmenších štvorcov určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

Tab. 9.: Vývojový trojuholník nekumulovaných hodnôt

Non-cumulative run-off triangle							
	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	1 629	583	421	341	276	228
2001	2 031	1 705	644	447	335	307	
2002	2 164	1 887	667	454	369		
2003	2 320	1 860	671	463			
2004	2 462	1 910	736				
2005	2 651	2 158					
2006	3 084						

	1	2	3	4	5	6	7
x_j	5568,892	5654,971	6095,822	6304,795	6625,039	7262,742	8447,915
v_k	0,365061	0,297075	0,109150	0,075474	0,060337	0,051961	0,040942

Tab. 10.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 700,52
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 857,75	6 107,32
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 694,41	6 022,02	6 280,14
2004	2 462	4 372	5 108	5 608,02	6 007,75	6 352,00	6 623,24
2005	2 651	4 809	5 601,73	6 149,88	6 588,09	6 965,47	7 262,82
2006	3 084	5 593,67	6 515,76	7 153,36	7 663,08	8 102,04	8 447,92

Technické rezervy na poistné plnenia **11 096,96**.

Rezerva na prvý rok: **4 731,10**.

1.3 Separačná metóda

Predpokladáme, že portfólio rizík poisťovne je stacionárne, resp. proporcionálne zastúpenie jednotlivých typov rizík v portfóliu za predchádzajúce obdobia, z ktorých vychádzame pri odhade rezerv, sa nemení a také zostane aj v nasledujúcich n rokoch (n je maximálny počet rokov potrebných na likvidáciu poistných udalostí).

Predpokladáme, že run-off trojuholník je modelovaný parametrami, ako je to v Tab. 11.

Tab. 11.: Trojuholník očakávaných hodnôt separačnej metódy

Rok vzniku poistnej udalosti i	Vývojový rok j						
	1	1	...	j	...	$n-1$	n
1	$r_1\lambda_1$	$r_2\lambda_2$...	$r_j\lambda_j$...	$r_{n-1}\lambda_{n-1}$	$r_n\lambda_n$
2	$r_1\lambda_2$	$r_2\lambda_3$...	$r_j\lambda_{j+1}$...	$r_{n-1}\lambda_n$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
i	$r_1\lambda_i$	$r_2\lambda_{i+1}$					
⋮	⋮	⋮					
$n-1$	$r_1\lambda_{n-1}$	$r_2\lambda_n$					
n	$r_1\lambda_n$						

Určenie parametrov λ a r si vyžaduje ešte jednu podmienku, a to buď $\sum r_k = 1$, vtedy hovoríme o *aritmetickej separačnej metóde*, alebo $\prod r_k = 1$, vtedy hovoríme o *geometrickej separačnej metóde*. Potom hodnoty parametrov λ a r je možné dostať mechanickým výpočtom.

i. Aritmetická separačná metóda

Pre λ_n platí: $\lambda_n = \sum_{j=1}^n P_{j,n+1-j}$. Jedná sa o súčet prvkov na hlavnej diagonále nekumulatívneho

trojuholníka. Potom $r_n = \frac{P_{1n}}{\lambda_n}$.

Pre λ_{n-1} platí: $\lambda_{n-1} = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} P_{j,n-j}}{1-r_n}$. Ide o súčet prvkov nad hlavnou diagonálou nekumulatívneho trojuholníka. Potom $r_{n-1} = \frac{P_{1,n-1} + P_{2,n-1}}{\lambda_n + \lambda_{n-1}}$, atď.

ii. Geometrická separačná metóda

Namiesto súčtu prvkov P_{ij} budeme uvažovať budeme uvažovať ich súčin.

Potom pre λ_n platí: $\lambda_n = \left(\prod_{j=1}^n P_{j,n+1-j} \right)^{1/n}$. Ide o n -tú odmocninu súčinu prvkov na hlavnej diagonále nekumulatívneho trojuholníka. Potom $r_n = \frac{P_{1n}}{\lambda_n}$.

Pre λ_{n-1} platí: $\lambda_{n-1} = \left(r_n \cdot \prod_{j=1}^{n-1} P_{j,n-j} \right)^{1/(n-1)}$. Potom $r_{n-1} = \left(\frac{P_{1,n-1} \cdot P_{2,n-1}}{\lambda_n \cdot \lambda_{n-1}} \right)^{\frac{1}{2}}$, atď.

V oboch metódach sa odhad budúcich hodnôt λ môže určiť buď lineárnou extrapoláciou alebo exponenciálnou extrapoláciou.

Príklad 7. Pomocou aritmetickej separačnej metódy určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

a) Lineárna extrapolácia hodnôt λ .

Tab. 12.: Hodnoty parametrov λ a r .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
λ	5163,1	5213,4	5520,7	6026,6	6232,9	6498,7	7345,0	7404,2	7755,2	8106,2	8457,2	8808,3	9159,3
r	0,3993	0,3026	0,1043	0,0683	0,0520	0,0421	0,0310						

Tab. 13.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 698,84
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 852,81	6 093,54
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 699,39	6 025,98	6 277,61
2004	2 462	4 372	5 108	5 614,31	6 017,97	6 359,35	6 621,88
2005	2 651	4 809	5 581,87	6 112,18	6 534,12	6 890,27	7 163,70
2006	3 084	5 324,90	6 134,41	6 688,73	7 128,93	7 499,87	7 784,19

Technické rezervy na poistné plnenia **10 314,75**.

Rezerva na prvý rok: **4 447,12**.

b) Exponenciálna extrapolácia hodnôt λ .

Tab. 14.: Hodnoty parametrov λ a r .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
λ	5163,1	5213,4	5520,7	6026,6	6232,9	6498,7	7345,0	7508,7	7955,9	8429,6	8931,6	9463,4	10026,9
r	0,3993	0,3026	0,1043	0,0683	0,0520	0,0421	0,0310						

Tab. 15.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 702,08
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 857,22	6 104,18
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 704,83	6 039,88	6 301,55
2004	2 462	4 372	5 108	5 621,47	6 035,57	6 390,57	6 667,82
2005	2 651	4 809	5 592,78	6 136,82	6 575,59	6 951,72	7 245,48
2006	3 084	5 356,55	6 187,01	6 763,44	7 228,34	7 626,87	7 938,12

Technické rezervy na poistné plnenia **10 634,22**.

Rezerva na prvý rok: **4 509,93**.

Príklad 8. Pomocou geometrickej separačnej metódy určte celkové technické rezervy na poistné plnenia a rezervy na prvý rok.

Riešenie.

a) Lineárna extrapolácia hodnôt λ .

Tab. 16.: Hodnoty parametrov λ a r .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
λ	484,18	489,28	518,03	568,43	592,47	604,45	666,75	682,29	712,74	743,18	773,63	804,08	834,52
r	4,2587	3,2452	1,1196	0,7348	0,5609	0,4585	0,3419						

Tab. 17.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 702,32
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 853,85	6 097,58
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 696,75	6 023,56	6 277,70
2004	2 462	4 372	5 108	5 609,32	6 009,15	6 349,92	6 614,47
2005	2 651	4 809	5 572,88	6 096,56	6 513,48	6 868,21	7 143,17
2006	3 084	5 298,17	6 096,14	6 642,19	7 076,18	7 444,87	7 730,25

Technické rezervy na poistné plnenia **10 240,48**.

Rezerva na prvý rok: **4 408,29**.

b) Exponenciálna extrapolácia hodnôt λ .

Tab. 18.: Hodnoty parametrov λ a r .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
λ	484,18	489,28	518,03	568,43	592,47	604,45	666,75	691,91	730,43	771,09	814,02	859,33	907,17
r	4,2587	3,2452	1,1196	0,7348	0,5609	0,4585	0,3419						

Tab. 19.: Vývojový trojuholník (run-off triangle) s výsledkami

	0	1	2	3	4	5	6
2000	2 062	3 691	4 274	4 695	5 036	5 312	5 540
2001	2 031	3 736	4 380	4 827	5 162	5 469	5 705,61
2002	2 164	4 051	4 718	5 172	5 541	5 858,26	6 108,04
2003	2 320	4 180	4 851	5 314	5 702,15	6 037,07	6 300,75
2004	2 462	4 372	5 108	5 616,38	6 026,14	6 379,71	6 658,07

2005	2 651	4 809	5 583,65	6 120,33	6 552,90	6 926,15	7 220,00
2006	3 084	5 329,39	6 147,15	6 713,72	7 170,36	7 564,39	7 874,61

Technické rezervy na poistné plnenia **10 542,08**.

Rezerva na prvý rok: **4 470,43**.

2. Súhrn výsledkov

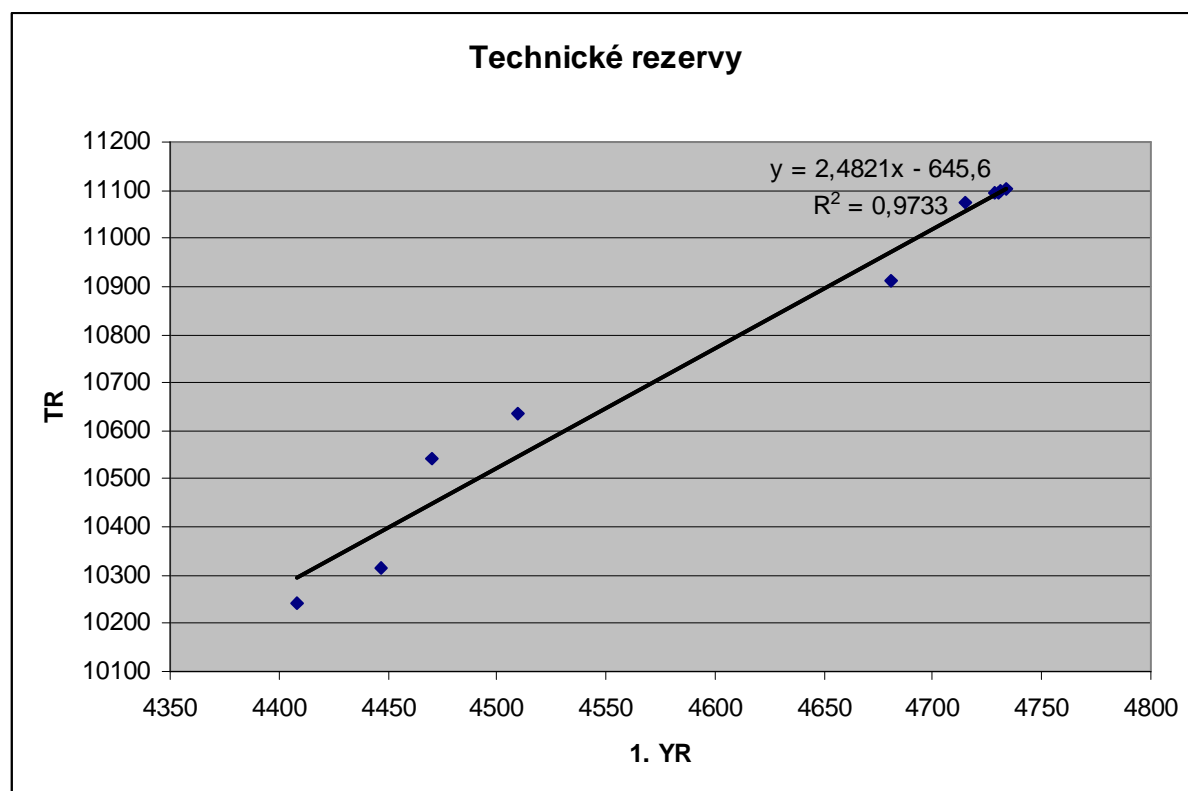
Vypočítali sme celkové technické rezervy a rezervu na prvý rok pri rôznych metódach. Výsledky zhrňme do tabuľky:

	1.	2.	3.	4.	5.
IBNR metóda	Chain-Ladder (CL)	CL - I	CL - II i	CL - II ii	ASM - LE
1. YR	4 733,89	4 680,93	4 727,96	4 714,89	4 447,12
TR	11 100,96	10 912,72	11 093,67	11 074,14	10 314,75
IBNR metóda	6.	7.	8.	9.	10.
1. YR	ASM - EE	GSM - LE	GSM - EE	DeVyl LSM	London Chain
TR	4 509,93	4 408,29	4 470,43	4 731,10	4 730,22
	10 634,22	10 240,48	10 542,08	11 096,96	11 094,88

Maximum	4 733,885	11 100,96
Minimum	4 408,286	10 240,48

Výsledky si znázorníme aj graficky.

Z grafu je vidieť pozitívnu koreláciu medzi rezervou na prvý rok a celkovými technickými rezervami.



Graf 1. Celkové technické rezervy – rezerva po prvom roku

Výsledky môžeme posúdiť za spoľahlivé. Ukazuje sa, že dané metódy poskytujú spoľahlivé výsledky, ktoré majú pomerne malý rozsah (asi 6,9% odchýlka minima z maximálnej hodnoty pri rezerve na prvý rok a 7,8% minima z maximálnej hodnoty pri celkových technických rezervách).

Rezervy sú určené, problém je vybrať metódu, ktorú môžeme považovať za najlepšiu. Napríklad obzvlášť opatrný aktuár by si vybral klasickú verziu metódy Chain Ladder. Samozrejme, že aktuárske rozhodnutie môže viesť k výberu inej metóde pri iných vstupných hodnotách. Teda vo všeobecnosti neexistuje najlepšia metóda.

Okrem deterministických metód existujú aj stochastické metódy, ktoré sa poslednom období začínajú používať v aktuárskej praxi. Tieto v ostatných rokoch vyvinuté metódy boli uznané erudovanými odborníkmi v oblasti aktuárskych vied za veľmi perspektívne na výpočet rezerv v neživotnom poistení.

Literatúra

- [1] Cipra, T.: *Kapitálová príťažnosť ve financiách a solventnost v poistovníctví*, Ekopress, Praha 2002.
- [2] Fecenko, J.: *Neživotné poistenie*, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2006.
- [3] Fecenko, J.: Rezervy v neživotnom poistení a Chain Ladder metódy vyššieho rádu. In: Ekonomické a adaptační procesy 2002 pro české průmyslové regiony před vstupem do EU. Modelování a řízení finančních rizik (Sekce 9). Sborník vybraných příspěvků vydaný v rámci mezinárodní vědecké konference pořádané při příležitosti 25. výročí založení ekonomické fakulty. Ostrava, 3.-5. září 2002 s.43-49.. - Ostrava : EkF VŠB-TU 2002.- 246 s. ISBN [80-248-0129-9](https://doi.org/10.2478/978-80-248-0129-9)
- [4] Goovaerts, M. J., Kaas, R., van Heerwaarden, A. E., Bauwelinckx, T.: *Effective actuarial methods*, North-Holland, Amsterdam 1990.