Delta and Gamma parameter of the Black model of the futures option pricing

Parametre delta a gamma Blackovho modelu oceňovania futures opcií

Marek Ďurica[1], Lucia Švábová[2]

Abstract

The paper deals with analysis of some parameters of the Black model of the option pricing for options which underlying asset is futures contract. It is necessary to check values of parameters delta and gamma to make portfolio immune to changes in the price of the underlying futures contract in the next interval of time. Typical patterns for the variation of delta and gamma with time to maturity for out-of-the-money, at-the-money, and in-the-money futures options is shown in this paper, too.

Key words

F Futures option, delta-hedging, delta parameter, gamma parameter.

JEL Classification: C0

1. Úvod

Obchodovanie s opciami na cenné papiere sa začalo rozvíjať už začiatkom minulého storočia. Likvidita týchto finančných nástrojov však bola veľmi nízka, pretože často neexistovala možnosť uzavretia pozície alebo nasledovného obchodovania s opciami. Výrazný rozmach obchodu s opciami nastal až po objavení Black-Scholesovho modelu oceňovania opcií, ktorý v roku 1973 publikovali F. Black, M. Scholes a R. Merton. Za túto prácu získali Myron Scholes a Robert Merton v roku 1997 Nobelovu cenu za ekonomiku.

Nakoľko je časový vývoj cien aktív často nestály a vykazuje rôzne veľké fluktuácie, ktoré sú zapríčinené pôsobením burzového a mimoburzového trhu na cenu daného aktíva, je snahou investorov minimalizovať možné straty zapríčinené prudkým poklesom cien aktív. Jedným z efektívnych nástrojov na zabezpečenie sa proti tomuto riziku je použitie zaisťovacích nástrojov, ktorými sú rôzne druhy derivátov aktív. Podcenenie zaistenia investičného portfólia pomocou derivátov môže spôsobiť vysoké finančné straty.

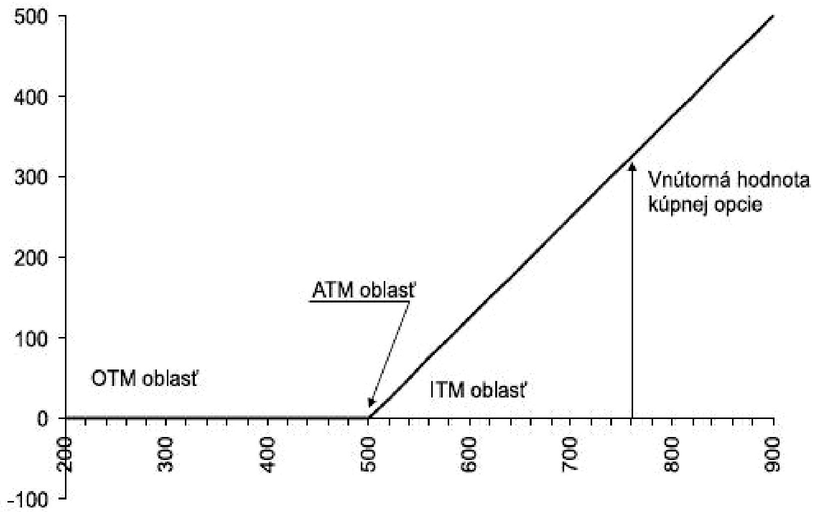
[1] RNDr. Marek Ďurica, PhD., Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Žilinská univerzita v Žiline,
email: marek.durica@fpedas.uniza.sk
[2] RNDr. Lucia Švábová, Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Žilinská univerzita v Žiline,
email: lucia.svabova@fpedas.uniza.sk
Článok bol publikovaný na podporu inštitucionálneho výskumu s názvom Finančná matematika pre každého, číslo projektu 5/ KMaHI /2012.

1.1 Základné pojmy

Finančným derivátom je finančný nástroj, ktorého hodnota závisí na hodnote iného tzv. podkladového aktíva, napr. akcie, burzového indexu, výmenného kurzu, atď. *Opcia* je finančný derivát, ktorý dáva vlastníkovi tejto opcie právo kúpiť resp. predať dané podkladové aktívum v pevne stanovenom čase T za vopred dohodnutú realizačnú cenu X. Vyrovnanie opcie teda nie je povinné, opcia môže vypršať bez uplatnenia. Existujú dva základné typy opcií a to kúpna a predajná opcia. *Call* opcia je kúpna opcia a teda zaisťuje vlastníkovi právo na kúpu podkladového aktíva, *put* opcia je predajná opcia a dáva vlastníkovi právo predať podkladové aktívum. *Vnútorná hodnota* opcie v prípade call opcie predstavuje rozdiel medzi spotovou (okamžitou) cenou podkladového aktíva a realizačnou cenou opcie v prípade, ak je tento rozdiel kladný. Inak je vnútorná hodnota nulová. V prípade put opcie predstavuje rozdiel medzi realizačnou cenou opcie a spotovou cenou podkladového aktíva, ale opäť len pre prípad, že tento rozdiel je kladný. Inak je opäť vnútorná hodnota nulová.

Podľa toho, či by okamžité uplatnenie opcie viedlo k zisku alebo strate, opcie klasifikujeme na ATM, ITM, resp. OTM opcie. ATM opcia (at the money) je opcia, ktorej vnútorná hodnota je v podstate nulová. To je vtedy, ak sa realizačná cena opcie zhoduje (alebo takmer zhoduje) s trhovou cenou podkladového aktíva. ITM opcia (in the money) je opcia, ktorá má vnútornú hodnotu. V prípade kúpnej opcie je to vtedy, ak je cena podkladového aktíva na trhu vyššia ako realizačná cena opcie. V prípade predajnej opcie je to vtedy, ak je cena podkladového aktíva na trhu nižšia ako realizačná cena opcie. OTM opcia (out of the money) je opcia bez vnútornej hodnoty. V prípade kúpnej opcie je to vtedy, ak je cena podkladového aktíva na trhu nižšia ako realizačná cena opcie. V prípade predajnej opcie je to vtedy, ak je cena podkladového aktíva na trhu vyššia ako realizačná cena opcie. Podľa vnúrtornej hodnoty opcie sa niekedy hovorí, že opcia sa nachádza v oblasti ATM, ITM alebo OTM s významom ako predtým.

Obrázok 1: Oblasti ATM, ITM, OTM a vnútorná hodnota kúpnej opcie s realizačnou cenou $500



Futures je ďalším typom finančného derivátu. Ide o dohodu medzi dvoma stranami o kúpe alebo predaji daného aktíva v budúcnosti za vopred dohodnutú cenu. Realizuje sa zvyčajne na burze, ktorá špecifikuje štandardné podmienky tohoto obchodu a garantuje účastníkom, že obchod bude realizovaný. Futures sú štandardizované kontrakty. Množstvá, čas, kvalita obchodovateľného aktíva, metódy uzatvorenia kontraktu, určenie minimálnej a maximálnej ceny sú stanovené pevne vopred. Obchodovať s nimi sa dá iba v určité dni v roku. Futures nemajú presne stanovený dátum dodávky podkladového aktíva, určený je len mesiac, v ktorom sa dodanie musí uskutočniť. Burza určí, v akom období počas tohto mesiaca sa musí aktívum dodať. Futures sa od opcií líšia v tom, že ich vyrovnanie je povinné, na rozdiel od opcií, pri ktorých sa môže ich držiteľ rozhodnúť, či danú opciu uplatní alebo ju nechá vypršať bez uplatnenia. Vyrovnanie pri futures prebieha každý deň, to znamená, že každý deň sa obchodovanie uzavrie, prebehne vyrovnanie medzi účastníkmi futures kontraktu a ráno sa obchodovanie znovu otvorí pri novej cene.

Futures opcia je špeciálnym typom opcie, ktorej podkladovým aktívom je futures. Pri uplatnení call futures opcie jej vlastník získava dlhú pozíciu vo futures kontrakte (kontrakt na kúpu) plus hotovosť, ktorú predstavuje posledná uzatváracia cena futures z predchádzajúceho obchodného dňa. Pri uplatnení put futures opcie jej majiteľ získava krátku pozíciu vo futures kontrakte (na predaj aktíva) plus hotovosť vo výške poslednej uzatváracej ceny futures z predchádzajúceho obchodného dňa. Futures opcie sú pre obchodníkov výhodnejšie ako klasické opcie, pretože majú nižšie transakčné náklady, uplatnenie opcie ešte nevedie priamo k dodávke aktíva a často je jednoduchšie dodať futures kontrakt ako aktívum.

2. Blackov model oceňovania futures opcií

Blackov model oceňovania futures opcií vychádza zo zovšeobecneného Black–Scholes-Mertonovho modelu pre klasické európske opcie, ktoré poskytujú dividendový výnos.

Budeme používať nasledujúce označenia. Bezrizikovú úrokovú mieru budeme označovať *r*. Cena podkladového aktíva bude *S*, *q* bude dividendový výnos z tohto aktíva a σ bude volatilita. Cenu oceňovanej opcie budeme označovať *f* a *t* bude čas do splatnosti tejto opcie. Black–Scholes-Mertonova parciálna diferenciálna rovnica má nasledujúci tvar

$$r\,f = \frac{\partial f}{\partial t} + (r-q)S\,\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\,\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}.$$

Pri futures opciách v tejto rovnici nahradíme cenu akcie *S* cenou futures *F* a dividendový výnos *q* nahradíme úrokovou mierou *r*, pretože musí platiť $r = q$ z dôvodu zabránenia možnosti bezrizikovému zisku – arbitráži. Tým dostávame tzv. Blackovu rovnicu pre cenu futures opcie

$$r\,f = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 F^2\,\frac{\partial^2 f}{\partial F^2}.$$

Stanovením okrajových podmienok a počiatočnej podmienky, ktoré musí spĺňať cena call futures opcie *c* získame riešenie tejto rovnice

$$c = Fe^{-r(T-t)}N(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2),$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{\ln\frac{F}{X} + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}.$$

Funkcia $N(x)$ je distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia.

Cenu futures opcie môžu ovplyvniť rôzne parametre a to najmä vstupné parametre modelu, tj. cena podkladového futures kontraktu *F* na spotovom trhu, doba splatnosti opcie *t*, realizačná cena *X*, atď. Všetky uvedené parametre ovplyvňujú cenu kúpnej i predajnej opcie, ale každý iným spôsobom a v inej miere. Pre obchodníka, ktorý používa finančné deriváty ako spôsob zaistenia sa voči riziku zmien ceny aktív na spotovom trhu, je potrebné zistiť, ktorý parameter maximálne ovplyvňuje cenu opcie a nájsť spôsob ako minimalizovať jeho prípadné nepriaznivé dôsledky na hodnotu portfólia alebo na výsledok investície.

3. Delta hedging

Investor, ktorý deriváty používa na zaistenie, sa snaží svoje portfólio zostaviť tak, aby bolo odolné voči malým zmenám v cenách aktív v nasledujúcom malom časovom okamihu. Tento spôsob zaistenia sa nazýva *delta hedging*. Parameter *delta* Δ sa definuje ako miera zmeny ceny finančného derivátu v závislosti od zmeny ceny podkladového aktíva. Snahou investora je teda zostaviť svoje portfólio tak, aby bolo tzv. *delta-neutrálne*. Je to portfólio zložené z akcií a opcií v takom pomere, aby sa zisk, resp. strata z pozície v opciách vyrovnal stratou, resp. ziskom v pozícii v akciách. Delta-neutrálne portfólio investor vytvorí tak, že predá jednu futures opciu a ďalej zakúpi Δ podkladových akcií. Výnos tohto portfólia v krátkodobom časovom horizonte bude potom rovný bezrizikovej úrokovej miere.

Možným problémom v tomto portfóliu je to, že parameter delta závisí od času a ak sa jeho hodnota zmení, musí investor prehodnotiť portfólio, aby zostalo delta–neutrálne, tj. prikúpiť alebo predať časť futures kontraktov. V praxi sa používajú dva typy delta hedgingu. Dynamický delta hedging, pri ktorom sa portfólio sa pravidelne prehodnocuje, aby zostalo delta–neutrálne, čo sa však nedá robiť spojite a vyžaduje to vysoké transakčné náklady. Naproti tomu je statický delta hedging, keď sa na začiatku vytvorí delta–neutrálne portfólio a ďalej sa neprehodnocuje, predpokladá sa, že hodnota parametra delta zostane konštantná. Tento predpoklad je však samozrejme veľmi zjednodušený.

3.1 Parameter delta pre futures opcie

Ide vlastne o analýzu vplyvu zmeny ceny podkladového futures kontraktu na zmenu ceny futures opcie. Cena futures na spotovom trhu je jedným z rozhodujúcich faktorov ovplyvňujúcich cenu call futures opcie. Ak predpokladáme, že ostatné vstupné parametre zostanú na konštantnej úrovni, pri zvýšení ceny futures na spotovom trhu pri rovnakej realizačnej cene musí stúpnuť aj cena call opcie. Teda za rovnakú realizačnú cenu máme právo kúpiť futures s vyššou cenou a musíme za to aj viac zaplatiť. Stúpne aj vnútorná hodnota kúpnej opcie. Investor potrebuje vedieť, o akú hodnotu sa zmení cena kúpnej opcie pri určitej zmene ceny futures na spotovom trhu. Táto zmena, a teda aj parameter delta, sa dá vyjadriť pomocou parciálnej derivácie funkcie ceny kúpnej futures opcie podľa parametra F.

Po zderivovaní teda dostávame

$$\frac{\partial c}{\partial F} = e^{-r(T-t)}N(d_1) + Fe^{-r(T-t)}N'(d_1)\frac{\partial d_1}{\partial F} - Xe^{-r(T-t)}N'(d_2)\frac{\partial d_2}{\partial F},$$

odkiaľ po dosadení a následných úpravách dostaneme hodnotu parametra Δ

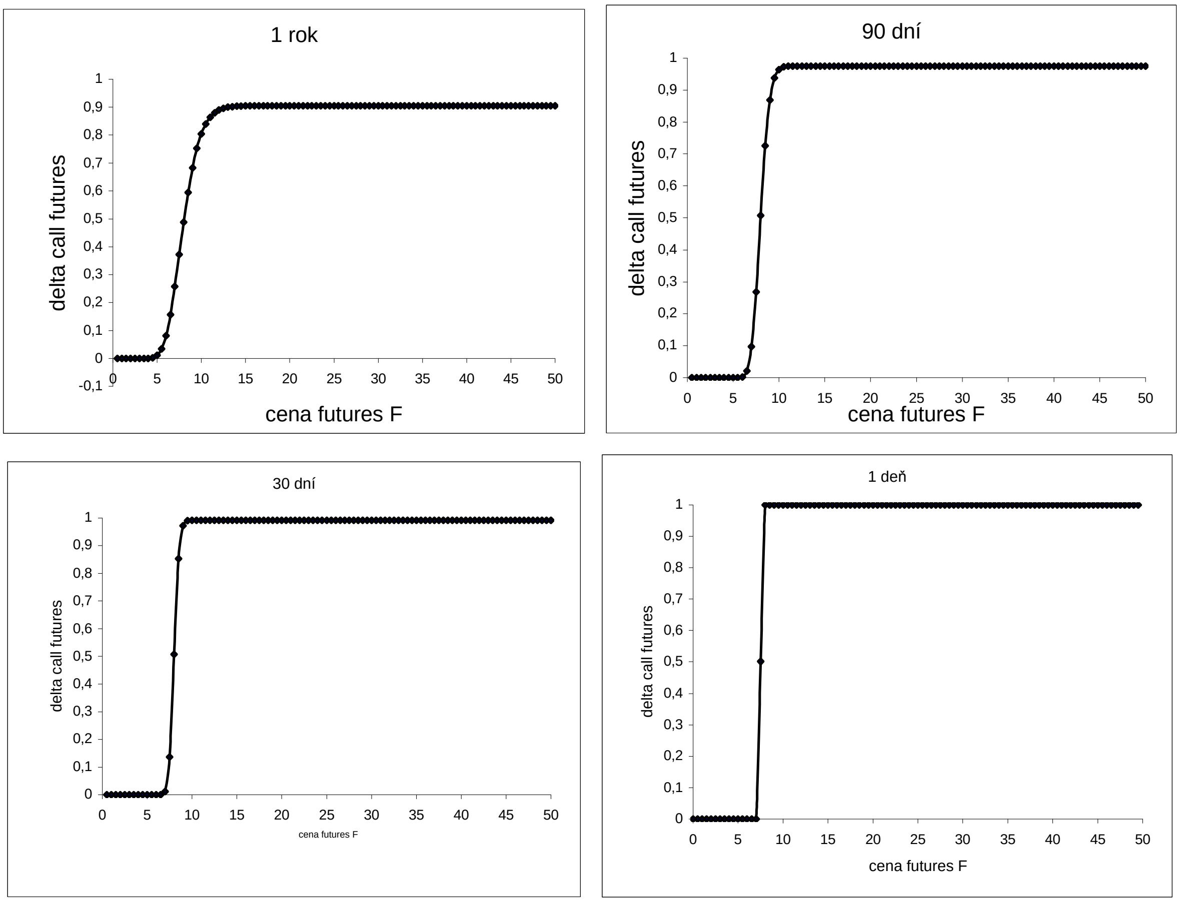
$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial F} = e^{-r(T-t)}N(d_1).$$

Tento výsledok vyjadruje, že pri zmene ceny futures na spotovom trhu o jednu jednotku sa cena opcie zmení o hodnotu parametra $N(d_1)$ odúročenú o čas do splatnosti $T-t$. Hodnota parametra Δ je z otvoreného intervalu (*0,1*).

3.1.1 Priebeh parametra delta z hľadiska času

Nasledujúci Obrázok 2 ukazuje priebeh parametra delta call futures opcie pri zmene času do expirácie futures opcie. Zobrazený je parameter delta s meniacou sa cenou podkladového futures kontraktu 1 rok, 3 mesiace, 1 mesiac a 1 deň pred expiráciou. Cena futures kontraktu sa mení od $0 do $50 s krokom $0,5.

Obrázok 2: Delta call futures opcie s realizačnou cenou \$8



Z Obrázku 2 je zrejmé, že keď sa cena futures nachádza v blízkosti realizačnej ceny \$8 (teda opcia sa nachádza v oblasti ATM), je cena call futures opcie najcitlivejšia na zmeny ceny podkladového futures kontraktu a tiež, že hodnota parametra delta je najviac citlivá na zmenu času do expirácie. Napr. pre cenu futures F = \$8 pri čase 1 rok do expirácie je hodnota $\Delta = 0{,}488$, pri čase 90 dní do expirácie je $\Delta = 0{,}507$, rovnako aj pri čase 30 dní do expirácie $\Delta = 0{,}507$ a pri čase do expirácie 1 deň je $\Delta = 1$. To znamená, že na udržanie rizikovo neutrálneho portfólia v prípade, že sa cena futures F zmení o \$1, cena zodpovedajúcej call futures opcie sa zmení o hodnotu Δ, teda v čase 1 rok do expirácie sa zmení o \$0,488, ale v čase 1 deň do expirácie už o \$1. V oblastiach OTM a ITM je cena opcie na zmenu ceny podkladového aktíva na spotovom trhu menej citlivá.

Ako sme už uviedli v predchádzajúcom texte je dôležité analyzovať priebeh parametra delta z časového hľadiska pri nezmenenej cene futures na cenu opcie v oblastiach OTM, ITM, ATM.

Ak sa cena call futures opcie nachádza v oblasti OTM, platí:

$Fe^{-r(T-t)} < X$, teda $\dfrac{Fe^{-r(T-t)}}{X} < 1$. Z toho vyplýva, že $\ln\dfrac{Fe^{-r(T-t)}}{X} \to -\infty$, teda aj $d_{1,2} \to -\infty$. Potom $N(d_{1,2}) \to 0$. Keďže $\Delta = \dfrac{\partial c}{\partial F} = \dfrac{\Delta c}{\Delta F} = N(d_1)e^{-r(T-t)}$, platí $\Delta c = N(d_1)e^{-r(T-t)} \cdot \Delta F \to 0$. Z toho vyplýva, že ak sa cena futures kontraktu zmení o jednotku, cena zodpovedajúcej call futures opcie sa zmení len veľmi málo.

Ak sa cena call futures opcie nachádza v oblasti ITM, platí:

$Fe^{-r(T-t)} > X$, teda $\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} > 1$. Z toho vyplýva, že $\ln \frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} \to \infty$, teda aj $d_{1,2} \to \infty$.

Potom $N(d_{1,2}) \to 1$ a teda $\Delta c = N(d_1) e^{-r(T-t)} \cdot \Delta F \to e^{-r(T-t)} \Delta F$. Z toho vyplýva, že ak sa cena futures kontraktu zmení o jednotku, cena zodpovedajúcej call futures opcie sa zmení jednotku odúročenú bezrizikovou úrokovou mierou r o čas do splatnosti $T-t$. Ak však $t \to T$, tak cena call futures opcie sa zmení tiež o jednotku.

Ak sa cena call futures opcie nachádza v oblasti ATM, platí:

$Fe^{-r(T-t)} = X$, teda $\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} = 1$. Z toho vyplýva, že $\ln \frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} = 0$, teda $d_{1,2} \to \frac{(r \pm \sigma^2/2)\sqrt{T-t}}{\sigma}$ a ak $t \to T$, potom $d_{1,2} \to 0^+$. Potom $N(d_{1,2}) \to 0{,}5$ a $\Delta c \to 0{,}5 e^{-r(T-t)} \Delta F$. Z toho vyplýva, že ak sa cena futures kontraktu zmení o jednotku, cena zodpovedajúcej call futures opcie sa zmení o $0{,}5 e^{-r(T-t)}$. Keďže uvažujeme $t \to T$, tak cena call futures opcie sa zmení tiež o jednotku.

3.2 Parameter gamma pre futures opcie

Parameter gamma Γ derivátového portfólia je miera zmeny parametra Δ v závislosti od zmeny ceny podkladového aktíva tohto derivátu. Ak gamma je malé, tak sa parameter delta mení len minimálne a teda investor nemusí často prehodnocovať portfólio, ak ho chce zachovať delta-neutrálne. Naopak, ak je hodnota parametra gamma väčšia, tak parameter delta tohto portfólia je citlivý na zmeny ceny podkladového aktíva. Je teda riskantné dlhšiu dobu toto delta-neutrálne portfólio neprehodnocovať.

Z toho ako je parameter gamma zadefinovaný je jasné, že ak chceme vypočítať parameter gamma pre futures opcie, tak je potrebné vypočítať parciálnu deriváciu parametra delta pre futures opcie podľa premennej *F*, tj. podľa ceny podkladového futures kontraktu. Parameter gamma je teda tiež druhou parciálnou deriváciou ceny tejto futures opcie podľa ceny podkladového futures kontraktu. Takže parameter gamma Γ pre futures opcie je rovný

$$\Gamma = \frac{\partial^2 c}{\partial F^2} = \frac{\partial \Delta}{\partial F} = \frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}} N'(d_1),$$

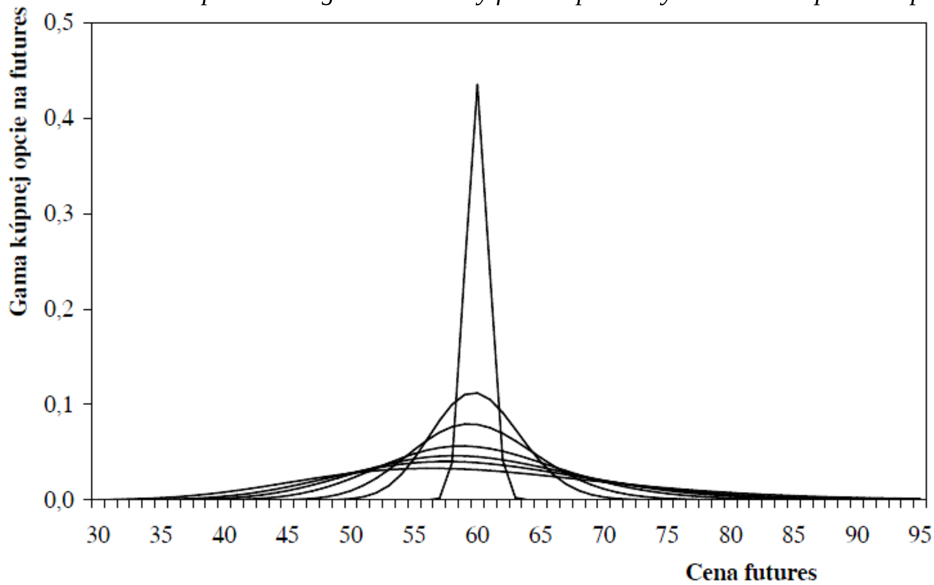
pričom význam všetkých symbolov je taký ako predtým a $N'(x)$ je vlastne hustota pravdepodobnosti normovaného normálneho rozdelenia. Tento parameter teda udáva o koľko sa zmení hodnota parametra delta pri zmene ceny podkladového aktíva o jednotku.

3.2.1 Priebeh parametra gamma z hľadiska času

Obrázok 3 ukazuje ako ovplyvňuje čas do expirácie opcie hodnotu parametra gamma tejto futures opcie. Na tomto obrázku najvyššia krivka zodpovedá 1 dňu do expirácie a najnižšia 180 dňom do expirácie. Za realizačnú cenu opcie bolo zvolené *X* = \$60. Z obrázku je zrejmé, že parameter delta je najcitlivejší na zmenu ceny podkladového kontraktu práve vtedy, keď je táto cena blízka realizačnej cene opcie \$60, tj. vtedy, keď sa opcia nachádza v oblasti ATM. To platí bez ohľadu na dobu expirácie tejto opcie, aj keď so znižujúcou sa dobou expirácie opcie sa táto citlivosť znižuje.

V oblastiach OTM a ITM je hodnota parametra delta menej citlivá na zmenu ceny podkladového futures kontraktu. V oblastiach OTM a ITM citlivosť parametra delta na zmenu ceny futures s približujúcim sa dátumom expirácie klesá.

Obrázok 3: Závislosť parametra gamma od ceny futures pri rôznych dobách expirácie opcie



Ako už vyplýva z predchádzajúceho textu, je dôležité analyzovať priebeh parametra gamma z časového hľadiska pri nezmenenej cene futures na cenu opcie v oblastiach OTM, ITM, ATM.

Ak sa cena call futures opcie nachádza v oblasti OTM, platí:

$Fe^{-r(T-t)} < X$, teda $\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} < 1$. Z toho vyplýva, že $\ln\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} \to -\infty$, teda aj $d_{1,2} \to -\infty$. Potom $N'(d_{1,2}) \to 0$. Keďže $\Gamma = \frac{\partial\Delta}{\partial F} = \frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}N'(d_1)$, platí $\Delta\Delta = \frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}N'(d_1)\cdot\Delta F \to 0$. Z toho vyplýva, že ak sa cena futures kontraktu zmení o jednotku, tak sa hodnota parametra delta zodpovedajúcej call futures opcie sa zmení len veľmi málo, tj. portfólio zostavené z takýchto opcií má tendenciu zostávať delta-neutrálne pri malých zmenách ceny podkladového futures kontraktu.

Ak sa cena call futures opcie nachádza v oblasti ITM, platí:

$Fe^{-r(T-t)} > X$, teda $\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} > 1$. Z toho vyplýva, že $\ln\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} \to \infty$, teda aj $d_{1,2} \to \infty$.

Potom $N'(d_{1,2}) \to 0$ a teda $\Delta\Delta = \frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}N'(d_1)\cdot\Delta F \to 0$. To znamená, že podobne ako pre prípad OTM, portfólio zostavené z takýchto opcií má tendenciu zostávať delta-neutrálne pri malých zmenách ceny podkladového futures kontraktu.

Ak sa cena call futures opcie nachádza v oblasti ATM, platí:

$Fe^{-r(T-t)} = X$, teda $\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} = 1$. Z toho vyplýva, že $\ln\frac{Fe^{-r(T-t)}}{X} = 0$, teda $d_{1,2} \to \frac{(r \pm \sigma^2/2)\sqrt{T-t}}{\sigma}$ a ak $t \to T$, potom $d_{1,2} \to 0^+$. Potom $N'(d_{1,2}) \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ a $\Delta\Delta = \frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}N'(d_1)\cdot\Delta F \to \frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\Delta F$. Z toho vyplýva, že ak sa cena futures kontraktu zmení o jednotku, hodnota parametra delta zodpovedajúcej call futures opcie sa zmení o $\frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, čo je v prípade $t \to T$ veľké číslo, lebo $\frac{e^{-r(T-t)}}{F\sigma\sqrt{T-t}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \to \infty$.

Pri väčších zmenách ceny futures na trhu, predovšetkým v oblasti ATM, je spoľahlivosť parametra delta obmedzená a treba presnejší odhad zmeny ceny opcie použiť parameter gamma, využívajúc vlastnosti Taylorovho rozvoja. Očakávanú zmenu ceny opcie dostaneme ako súčet

$$\Delta + \tfrac{1}{2}\Gamma .$$

Uvedený spôsob je výrazne presnejší, čo sa môže prejaviť najmä pri portfóliu so značnou hodnotou a pri väčších zmenách ceny futures kontraktu.

4. Záver

Z uvedených analýz je evidentná citlivosť cien futures opcií na zmeny v cene podkladového futures kontraktu a to najmä v oblasti ATM. Ďalej je zrejmé, že táto citlivosť rastie s blížiacou sa dobou expirácie danej opcie.

Pokiaľ sa teda opcia nachádza v oblasti ITM alebo OTM, tj. cena podkladového futures je dostačne vzdialená od realizačnej ceny opcie, tak investorovi postačuje na zabezpečenie portfólia statický delta-hedging, a teda stačí vytvoriť delta neutrálne portfólio a ďalej ho prehodnocovať iba v prípade väčších zmien v cene futures kontraktu. Ak sa však cena podkladového futures kontraktu dostane bližšie k realizačnej cene opcie, tj. opcia sa dostane do oblasti ATM, tak je lepšie využiť dynamický delta-hedging a teda častejšie prehodnocovať portfólio, čo však môže byť spojené s vysokými transakčnými nákladmi. S blížiacou sa dobou expirácie uvažovanej futures opcie je samozrejme potrebné pozornejšie sledovať zmeny v cene podkladového futures kontraktu, kedže cena opcie je v tomto prípade veľmi citlivá na tieto zmeny.

Samozrejme je potrebné sledovať aj závislosť ceny opcie od ostatných parametrov Blackovho modelu, napr. závislosť od zmeny bezrizikovej úrokovej miery, atď.

References

[1] Demjan, V., 2007. Black-Scholesov model oceňovania opcií. In *Finančné trhy*. Derivat s.r.o., Bratislava.

[2] Ďurica, M., Švábová, L., 2012. Použitie metódy konečných diferencií na stanovenie ceny futures opcií. In *IMEA 2012*. Univerzita Hradec Králové.

[3] Hull, J.C., 1997. *Options, Futures, and Other Derivatives*, Prentice Hall. New York, 3rd edition.

[4] Chovancová, B., Jankovská, A., Šturc, B., Kotlebová, 2002. *Finančný trh: nástroje, transakcie, inštitúcie*, Eurounion. Bratislava, 2. vydanie.

[5] Merton, R.C., 1973. Theory of Rational Option Pricing. In *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1. Springer.

[6] Ševčovič, D., Stehlíková, B., Mikula, K., 2009. *Analytické a numerické metódy oceňovania finančných derivátov*, Nakladateľstvo STU. Bratislava, 1. vydanie.

[7] Vrábelová, L., 2006. Analýza Black-Scholesovho modelu pre futures opcie. In *Pošta, Telekomunikácie a Elektronický obchod*, číslo 3/2006. Žilinská univerzita v Žiline.