

# Kvantifikace akciového a měnového rizika pomocí metodologie Value at Risk

Petr Gurný<sup>1</sup>

## Abstrakt

V příspěvku je diskutována problematika kvantifikace rizika v portfoliu akciového fondu. Pomocí metodologie VaR je určeno jak akciové, tak i měnové riziko tohoto fondu. Stěžejní část příspěvku je pak věnována modelování jednotlivých marginálních rozložení pomocí Geometrického Brownova procesu a Variance Gamma procesu a zejména modelování závislosti mezi nimi. Závislost je popsána a aplikována pomocí Gaussovy kopule.

## Klíčová slova

Geometrický Brownův proces, Variance Gamma proces, Gaussovy kopule, Value at Risk.

## 1 Úvod

Stanovení výše rizika je pro finanční a investiční společnosti prvořadým úkolem. Jedním ze základních způsobů, jak tuto kvantifikaci provést, je využít simulací a následně metodologie VaR, kdy se určuje možná výše ztráty na dané hladině pravděpodobnosti. Problémy nastávají ve chvíli, kdy je nutné určit riziko portfolia aktiv, jež mezi sebou vykazují závislost. Jeví se jako nezbytné nalézt takový postup, který umožní modelovat jednotlivé procesy aktiv každý zvlášť a zároveň odděleně pracovat se závislostní strukturou těchto aktiv. Přístup, který toto umožňuje, je aplikace kopula funkcí. Kopuly slouží ke spojení jednotlivých marginálních distribucí do vícerozměrných distribucí s požadovanou závislostí a navíc umožňují modelovat také nelineární závislost. Kopula funkce jsou detailně matematicky popsány např. v Cherubini, Luciano, Vecchiato [6] nebo Nelsen [9].

Co se týká jednotlivých marginálních procesů, je nutné přejít od klasického Gaussova světa k realističtějším modelům umožňujícím modelovat také vyšší momenty pravděpodobnostních rozdělení. Toto obecně umožňují tzv. Lévyho procesy, podrobněji např. Cont, Tankov [1] nebo Schoutens [10], přičemž v článku bude použit jeden ze skupiny těchto procesů a to konkrétně Variance Gamma proces (VG proces).

Cílem příspěvku je kvantifikovat akciové a měnové riziko akciového fondu České spořitelny „ESPA Stock Europe Emerging“ na různých hladinách pravděpodobnosti za použití Gaussovy kopula funkce a zároveň demonstrovat rozdíly mezi použitými simulačními modely ve vztahu k empirickým datům.

## 2 Charakteristika a popis jednotlivých procesů

Obecně je pro finanční aktiva charakteristický náhodný vývoj v čase, přičemž se tento průběh označuje jako stochastický proces. V zásadě je možné tento proces popsat diskrétně s aplikacemi při simulacích nebo spojitě s využitím zejména při analytickém řešení. V tomto

---

<sup>1</sup> Ing. Petr Gurný, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Ekonomická fakulta, katedra Financí, Sokolská 33, 701 21 Ostrava 1, e-mail: petr.gurny.ekf@vsb.cz.  
Tento příspěvek vznikl v rámci projektu GAČR 402/08/1237.

příspěvku budeme k popisu jednotlivých marginálních distribucí pracovat se dvěma procesy a to s klasickým Geometrickým Brownovým procesem a VG procesem.

## 2.1 Geometrický Brownův proces (GBM)

Základním prvkem GBM je Wienerův proces, někdy také označovaný jako specifický Wienerův proces. Vychází ze dvou předpokladů,

- predikované ceny jsou ovlivněny pouze aktuální cenou a ne cenami historickými,
- změny cen jsou v čase nezávislé.

Wienerův proces je pak definován takto,

$$dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \quad (1)$$

kde  $\tilde{z}$  je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení  $N[0;1]$  a  $dt$  je délka jednoho kroku.

Pokud budeme uvažovat aktivum  $S$  s výchozí cenou  $S_t$ , pak po uplynutí nekonečně malého časového okamžiku dojde ke kotaci nové ceny ve výši  $S_{t+dt}$ . Odpovídající relativní výnos, lze pak spojitě vyjádřit takto,

$$\frac{dS}{S_t} = \ln \frac{S_{t+dt}}{S_t}. \quad (2)$$

Zohledněním náhodné složky, která v sobě obsahuje jak střední hodnotu výnosu, tak zdroj nejistoty, vyjádříme dynamiku ceny aktiva v čase. Tu vyjadřuje stochastická diferenciální rovnice (SDE):

$$dS = \mu \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dz, \quad (3)$$

kteou lze chápat jako Itôův proces s přírůstkem  $\mu \cdot S_t$  a směrodatnou odchylkou změny proměnné  $\sigma \cdot S_t$ . Dále definujme Itôovu lemu, jejímiž proměnnými je stochastický proces dle (3) a čas,  $G = f(S, t)$

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S dz. \quad (4)$$

S využitím Itôvy lemmy pro funkci  $G = \ln S$  dále dostaneme

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial t} = 0$$

a dosazením do (4) a upravením dostaneme model, který je klasickým prostředkem vyjadřujícím reálnou dynamiku ceny finančních aktiv.

*Geometrický Brownův proces (GBM) s logaritmičnými cenami:*

$$S_{t+dt} = S_t \cdot \exp \left[ \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma \cdot \tilde{z} \cdot \sqrt{dt} \right]. \quad (5)$$

## 2.2 Variance Gamma (VG) proces

VG proces lze obecně definovat jako Brownův pohyb, který není řízený klasickým časem, ale gama procesem,  $G \left[ \frac{t}{\nu}; \nu \right]$ , a lze ho zachytit takto:

$$VG(t) = \theta \cdot g(t) + \sigma \cdot \sqrt{g(t)} \cdot \tilde{\varepsilon}. \quad (6)$$

Zde  $\tilde{\varepsilon} \in N[0;1]$ ,  $g(t)$  je gama proces (vyjadřuje obchodní čas) a  $t$  je skutečný čas. VG proces je proces o třech parametrech, přičemž  $\theta$  představuje drift procesu (mean) a primárně řídí

šikmost (skewness), podobně  $\nu$  primárně řídí špičatost (kurtosis) procesu a  $\sigma$  určuje volatilitu. Parametr  $\nu$  lze navíc interpretovat jako měřítko globální tržní volatility. Model vývoje ceny finančního aktiva pak lze definovat jako

$$S_{t+dt} = S_t \cdot \exp(\mu \cdot dt + VG(t) - \omega \cdot dt), \quad (7)$$

kde  $\mu$  je konstantní hodnota průměrného výnosu (počítána z historických cen),  $VG(t)$  je VG

$$\text{proces a } \omega = -\frac{1}{\nu} \cdot \ln(1 - \theta \cdot \nu - \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot \nu).$$

Rozptyl, šikmost a špičatost VG rozdělení s parametry jsou dány v následující tabulce č. 1.

mean	$\theta$
variance	$\sigma^2 + \nu\theta^2$
skewness	$\theta\nu(3\sigma^2 + 2\nu\theta^2)/(\sigma^2 + \nu\theta^2)^{3/2}$
kurtosis	$3(1 + 2\nu - \nu\theta^4)(\sigma^2 + \nu\theta^2)^{-2}$

Tab.č.1:  $VG(\sigma, \nu, \theta)$

### 3 Kopula funkce

Prostředek, který umožňuje analyzovat závislost náhodných veličin lépe než korelace, je kopula funkce:

$$C : [0,1]^n \rightarrow [0,1] \text{ na } R^n, n \in \{2,3,\dots\}. \quad (8)$$

Kopula funkci lze obecně chápat jako vícerozměrnou distribuční funkci s marginálními funkcemi hustoty ve formě normovaných rovnoměrných rozdělení. Když budeme uvažovat dvě potenciální závislé proměnné s marginálními distribučními funkcemi  $F_X, F_Y$  a sdruženou distribuční funkci  $F_{X,Y}$ , pak podle Sklarova teoremu:

$$F_{X,Y}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (9)$$

jsou-li  $F_X, F_Y$  spojité, je copula funkce  $C$  jedinečná. Sklarův teorém rovněž implikuje inverzní vztah,

$$C(u, v) = F_{X,Y}(F_X^{-1}(u), F_Y^{-1}(v)) \quad (10)$$

Sklarův teorém je důležitý zejména z toho hlediska, že umožňuje separovat závislostní strukturu od marginálních funkcí. Jinými slovy lze vytvořit sdruženou distribuční funkci z několika (třeba i různých) marginálních funkcí a z vybrané kopuly. Závislostní struktura je tedy zachycena v kopula funkci a je nezávislá na formě marginálních funkcí.

K jednoduchému vyjádření závislostí mohou být využity například eliptické kopule. Zde mezi hlavní model patří Gaussova kopule.

#### Gaussova kopule

Gaussova kopule je spjata s vícerozměrným normálním rozdělením a je dána vztahem (pro dvourozměrný případ):

$$C(u, v) = \Phi_P(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)), \quad (11)$$

kde  $\Phi(x)$  je kumulativní distribuční funkce normovaného jednorozměrného normálního rozdělení a  $\Phi_P(x_1, x_2)$  je spojitá kumulativní distribuční funkce normovaného vícerozměrného normálního rozdělení (s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem pro každou složku) a korelační maticí  $P$ .

## 4 Value at Risk

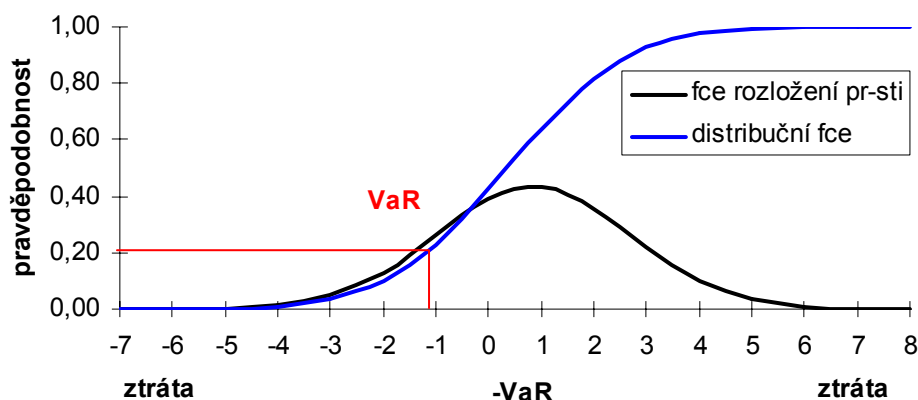
Value-at-Risk (VaR) je metoda dnes velmi rozvinutá a prakticky využívaná zejména v oblasti sektoru finančních firem, především bank a investičních fondů, která slouží ke kvantifikaci potenciálních velkých ztrát. Výsledkem této metody je velikost očekávané maximální ztráty v daném investičním horizontu na předem stanovené hladině významnosti. Investiční horizont při kalkulaci hodnoty ukazatele VaR nejčastěji nepřesahuje 1 měsíc a hladina významnosti se stanovuje obvykle na 0,1%, 1 % nebo 5 %. Velkou předností tohoto postupu je, že výsledná hodnota pouze jedním číslem informuje o maximální možné ztrátě na dané pravděpodobnosti hladině, což je v mnoha situacích mnohem zajímavější informace než například informace, kterou poskytují klasická kritéria rizika, jakým je například směrodatná odchylka.

Základní úvaha při určení VaR vychází z toho, aby pravděpodobnost, že zisk z aktiv ( $\Delta\tilde{\Pi}$ ) bude menší, než předem stanovená hladina zisku ( $ZISK$ ), byla rovna stanovené hladině pravděpodobnosti  $\alpha$ . VaR tedy znamená ztrátu, což vychází z toho, že se zisk dá vyjádřit jako záporná ztráta. Formálně to lze zapsat takto:

$$\Pr(\Delta\tilde{\Pi} \leq -VaR) = \alpha. \quad (12)$$

Graficky je tento přístup zobrazen v obrázku č. 1.

Obr.č. 1: Grafické znázornění VaR



Kromě klasické metody VaR lze vyčíslit i hodnotu conditional Value at Risk ( $cVaR_{\alpha}$ ), která na hladině pravděpodobnosti  $\alpha$  znamená, že průměrná predikovaná ztráta bude s  $\alpha$  procentní pravděpodobností rovna  $cVaR_{\alpha}$ .

## 5 Kvantifikace rizika akciového fondu ESPA Stock Europe Emerging

Cílem ilustračního příkladu je kvantifikovat riziko vybraného akciového fondu České spořitelny a.s. Konkrétně byl k analýze vybrán fond ESPA Stock Europe Emerging. Tento fond investuje do akcií emitentů z východní a střední Evropy, přičemž důraz je kladen na burzy nových členských zemí EU (Maďarsko, Česká republika, Polsko) a do portfolia fondu mohou být nakupovány cenné papíry z trhů potenciálních kandidátských zemí. Pro zjednodušení nebyly při analýze brány v úvahu všechny cenné papíry fondu, ale pozornost byla věnována šesti nejdůležitějším a v portfoliu fondu nejvíce zastoupeným cenným papírům, jejichž charakteristiky týdenních výnosů shrnuje tabulka č. 2. Jednotlivé charakteristiky byly pro všechny cenné papíry zjišťovány z časové řady týdenních výnosů od

25. 8. 2005 do 25. 8. 2008. Ještě je třeba poznamenat, že měna fondu je v eurech, a vzhledem k tomu, že ne všechny cenné papíry jsou v této měně denominovány, vzniká zde kromě rizika akciového také riziko měnové. Z tohoto důvodu jsou zjišťovány také empirické charakteristiky měn a to konkrétně eur/czk a eur/usd.

akcie	mean	variance	smoch	skewness	kurtosis
<b>čez</b>	0,006	0,001	0,036	-0,021	4,649
<b>lucoil</b>	-0,002	0,002	0,045	-0,271	4,443
<b>gazprom</b>	-0,002	0,002	0,046	-0,545	5,623
<b>orszagos</b>	0,002	0,005	0,069	0,336	6,698
<b>mobile tel.</b>	0,009	0,003	0,054	-0,188	3,302
<b>vimpel</b>	0,007	0,004	0,062	-0,631	7,940
<b>eur/czk</b>	0,001	0,000	0,008	-0,167	4,151
<b>eur/usd</b>	-0,001	0,000	0,011	0,484	3,863

Tab.č.2: Empiricky zjištěné charakteristiky týdenních výnosů

Váhy jednotlivých cenných papírů byly poměrově přepočteny z původního portfolia tak, aby dohromady dávaly 100%. Upravené váhy jsou tedy následující:

- ČEZ 20% (akcie denominovány v CZK)
- LUKOIL 20% (akcie denominovány v EUR)
- GAZPROM 19% (akcie denominovány v EUR)
- ORSZAGOS 16% (akcie denominovány v EUR)
- MOBILE TELESYS 13% (akcie denominovány v USD)
- VIMPEL 12% (akcie denominovány v EUR)

Následně byla mezi jednotlivými aktivy (včetně měn) zjišťována pomocí korelačních koeficientů závislost. Výsledky empirických závislostí shrnuje tabulka č. 3.

	čez	lucoil	gazprom	orszagos	mobile	vimpel
<b>čez</b>	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>lucoil</b>	0,31	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>gazprom</b>	0,17	0,71	1,00	0,00	0,00	0,00
<b>orszagos</b>	0,06	0,29	0,27	1,00	0,00	0,00
<b>mobile</b>	0,33	0,30	0,31	0,12	1,00	0,00
<b>vimpel</b>	0,09	0,30	0,35	0,20	0,19	1,00

Tab.č.3: Empirické korelace

Následně je nutné vytvořit a simulovat portfolia, přičemž v rámci modelování se bude postupovat následujícím způsobem:

- i. vytvoření empirického portfolia<sup>2</sup> a zjištění jeho charakteristik
- ii. simulace portfolia přímo, tzn. simulace portfolia pomocí GBM a VG procesu<sup>3</sup> ze zjištěných charakteristik empirického portfolia
- iii. simulace jednotlivých aktiv zvlášť (opět pomocí GBM a VG procesu) a jejich následné spojení do portfolia bez zohlednění vzájemné závislosti

<sup>2</sup> U aktiv, které nejsou denominovány v eurech se výnos převede tak, že se sečte výnos v původní měně plus výnos dané měny. Analogicky se pak postupuje také u simulovaných výnosů.

<sup>3</sup> Parametry procesů pro jednotlivá aktiva se určí pomocí metody momentů, viz tabulka č. 1., konkrétní nakalibrované hodnoty pak viz tabulka č. 8.

- iv. vytvoření Gaussovy kopule pomocí vícerozměrného normálního rozdělení s danou korelační maticí
- v. spojení jednotlivých dříve nasimulovaných nezávislých procesů (GBM a VG) pomocí vytvořené Gaussovy kopule<sup>4</sup>
- vi. určení VaR pro všechny výše uvedené případy a pro hladiny pravděpodobnosti 95%, 99% a 99,9% a porovnání s rizikem empirického portfolia

Výsledky bodů i.-v. jsou shrnuty v tabulce č. 4 a 5.

momenty	portfolio			
	empirické	simulované přímo	nezohlednění závislostí prvků	zohlednění závislostí prvků
<b>mean</b>	<b>0,0028</b>	0,0027	0,0027	0,0027
<b>variance</b>	<b>0,0010</b>	0,0010	0,0004	0,0010
<b>smodch</b>	<b>0,0315</b>	0,0314	0,0209	0,0314
<b>skewness</b>	<b>-0,71</b>	-0,01	-0,03	-0,02
<b>kurtosis</b>	<b>4,54</b>	2,99	3,09	3,09

Tab.č.4: Charakteristiky portfolií z týdenních výnosů – GBM

momenty	portfolio			
	empirické	simulované přímo	nezohlednění závislostí prvků	zohlednění závislostí prvků
<b>mean</b>	<b>0,0028</b>	0,0028	0,0027	0,0028
<b>variance</b>	<b>0,0010</b>	0,0010	0,0004	0,0010
<b>smodch</b>	<b>0,0315</b>	0,0317	0,0203	0,0321
<b>skewness</b>	<b>-0,71</b>	-0,74	0,27	-0,17
<b>kurtosis</b>	<b>4,54</b>	4,62	4,20	4,29

Tab.č.5: Charakteristiky portfolií z týdenních výnosů – VG

Z výsledků portfolií simulovaných pomocí GBM je zřejmé, že s empirickým portfoliem nesedí zejména charakteristiky třetího a čtvrtého momentu. Nulová šikmost a špičatost rovna třem potvrzují vstupní předpoklad, podle něhož se GBM vyvíjí dle normálního rozložení. Portfolio simulované přímo a portfolio vytvořené spojením marginálních procesů a Gaussovy kopule dávají v ostatních charakteristikách požadované výsledky. U portfolia vytvořeného bez zohlednění závislostí prvků dochází ke zřejmému podcenění rizika, což je patrné z rozptylu a směrodatné odchylky.

Při pohledu na charakteristiky portfolií dosažené pomocí VG procesu můžeme říci, že se jednoznačně zlepšily výsledky šikmosti a špičatosti a to zejména u portfolia simulovaného přímo. U portfolia získaného zohledněním závislostí prvků lze akceptovat špičatost, ovšem šikmost konverguje spíše k nule, než k požadované hodnotě. To je způsobeno aplikací Gaussovy kopule, která je symetrická. U ostatních momentů docházíme k podobným závěrům jako u GBM, a to zejména podcenění rizika u portfolia sestaveného ze simulovaných výnosů bez zohlednění požadované závislosti.

Grafické znázornění výše uvedených výsledků viz obrázky č. 2 a 3.

Následující tabulky č. 6 a 7 zobrazují výsledky kvantifikace rizika pomocí VaR a cVaR pro oba náhodné procesy a pro jednotlivá portfolia uvedená výše.

<sup>4</sup> Korelační matice pro oba případy viz tabulka č. 9 a 10.

VAR	empirické port.	simulované port.	nezávislé prvky	závislé prvky	cVAR	empirické port.	simulované port.	nezávislé prvky	závislé prvky
95%	<b>-5,36%</b>	-4,93%	-3,17%	-4,89%	95%	<b>-7,49%</b>	-6,22%	-4,07%	-6,23%
99%	<b>-8,91%</b>	-6,96%	-4,60%	-7,02%	99%	<b>-11,02%</b>	-8,09%	-5,41%	-8,20%
99,90%	<b>-14,63%</b>	-9,53%	-6,25%	-9,52%	99,90%	<b>-14,79%</b>	-10,30%	-7,21%	-10,93%

Tab.č.6: VaR a cVaR – simulace pomocí GBM

VAR	empirické port.	simulované port.	nezávislé prvky	závislé prvky	cVAR	empirické port.	simulované port.	nezávislé prvky	závislé prvky
95%	<b>-5,35%</b>	-7,42%	-2,74%	-4,92%	95%	<b>-7,49%</b>	-9,62%	-3,60%	-6,68%
99%	<b>-8,91%</b>	-10,99%	-4,08%	-7,70%	99%	<b>-11,02%</b>	-13,19%	-5,02%	-9,48%
99,90%	<b>-14,62%</b>	-15,89%	-6,10%	-11,92%	99,90%	<b>-14,79%</b>	-18,11%	-7,66%	-13,92%

Tab.č.7: VaR a cVaR – simulace pomocí VG procesu

Z výsledků je zcela zřejmá jedna věc. Výše rizika portfolií získaných nezohledněním závislosti prvků jsou zcela neadekvátní a to jak pro modelování pomocí GBM, tak pro VG proces. V obou případech dojdeme k nižšímu než požadovanému riziku. Tudíž snažit se modelovat portfolio bez zohlednění závislosti mezi jednotlivými prvky je nevyhovující.

Ze srovnání portfolia simulovaného přímo a portfolia vytvořeného pomocí kopule vychází na většině hladinách pravděpodobnosti riziko portfolia sestaveného ze závislých prvků ve srovnání s rizikem portfolia empirického lépe než riziko portfolia simulovaného přímo (a to zejména u VG procesu). A vzhledem k tomu, že spojení výnosů pomocí kopule nám dává větší volnost při modelování než modelování portfolia přímo, je možno jednoznačně doporučit tento postup. Pokud bychom měli rozhodnout mezi použitím GBM a VG procesu při modelování marginálních procesů, jednoznačně lépe vychází VG proces a to na všech hladinách pravděpodobnosti. To je logický závěr vzhledem k tomu, že GBM nedokáže modelovat zešikmení ani špičatost jednotlivých výnosů a tudíž ani těžké konce rozdělení portfolia.

## 6 Závěr

V příspěvku byla diskutována a aplikována problematika kvantifikace rizika v portfoliu akciového fondu České spořitelny. Teoreticky byly vysvětleny stochastické procesy (GBM, VG proces), možnost modelování závislosti pomocí Gaussovy kopula funkce a kvantifikace rizika pomocí metodologie VaR. Jednotlivá východiska z teoreticko-metodologické části byla dále aplikována na konkrétním příkladě akciové fondu ESPA Stock Europe Emerging.

Z dosažených výsledků vyplynuly následující závěry. Jednoznačně lze odmítnout modelování portfolia z prvků, u nichž nebyla zohledněna závislost. Tohle tvrzení bylo zřejmé jak z porovnání charakteristik těchto portfolií s empirickým (zejména u rozptylu a směrodatné odchylky), tak z hodnot VaR na jednotlivých hladinách pravděpodobnosti. Mezi portfoliem simulovaným přímo a portfoliem vytvořeným ze závislých prvků lze doporučit druhou možnost a to ze dvou důvodů. Zaprvé tento přístup umožňuje volnost při modelování a tudíž možnost modelovat jednotlivé marginální procesy každý zvlášť, a tedy třeba i modelovat jednotlivé výnosy každý podle jiného procesu. A zadruhé riziko kvantifikované metodou VaR vycházelo na většině hladinách pravděpodobnosti ve srovnání s rizikem empirického portfolia lépe než u portfolia simulovaného přímo. Předmětem navazujícího výzkumu pak dále bude aplikace i jiných než symetrických kopula funkcí, čímž by se dala odstranit i nevyhovující šikmost u takto získaného portfolia. Dále bylo na konkrétním příkladě ověřeno, že portfolia jejichž marginální procesy byly modelované pomocí VG procesu se shodují s empirickými viditelně lépe než při použití GBM procesu, a to z důvodu umožnění modelování šikmosti a špičatosti.

## Literatura

- [1] CONT, R., TANKOV, P.: *Financial Modelling with Jump Processes*. Chapman & Hall/CRC press, 2004.
- [2] GLASSERMAN, P.: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer-Verlag, 2002.
- [3] GURNÝ, P., TICHÝ, T.: Využití kopula funkcí při modelování vícerozměrného VG procesu. *Evropské finanční systémy*. Brno, 2008.
- [4] GURNÝ, P., TICHÝ, T.: Modelování závislostí finančních výnosů v rámci VG procesu. *Evropské finanční systémy*. Brno, 2007.
- [5] GURNÝ, P.: Simulace stochastického procesu při zohlednění třetího a čtvrtého momentu, In: *Mekon 2007*, VŠB – TU Ostrava, Ostrava, 2007.
- [6] CHERUBINI, U., LUCIANO, E., VECCHIATO, W.: *Copula Methods in Finance*, John Wiley & Sons, 2004.
- [7] LUCIANO, E., SCHOUTENS, W.: A Multivariate Jump-Driven Financial Asset Model. *UCS Report 2005-2*, K.U. Leuven, 2005.
- [8] MOOSBRUCKER, T.: Pricing CDOs with Correlated Variance Gamma distributions, *Working paper*, University of Cologne, 2005.
- [9] NELSEN, R.B. *An Introduction to Copulas*. 2nd ed. Springer, 2006.
- [10] SCHOUTENS, W. *Lévy Processes in Finance: Pricing Financial Derivatives*. Wiley, 2003.
- [11] TICHÝ, T.: *Finanční deriváty*. VŠB – TU Ostrava, Ostrava, 2006.
- [12] ZMEŠKAL, Z. a kol.: *Finanční modely*. 2. vyd. Praha: Ekopress, 2004.

## Summary

### **Quantification of the equity and currency risk within Value at Risk methodology**

In the paper, the quantification of the portfolio risk is discussed. The equity and currency risk of the equity fund is estimated via VaR methodology. The main part of the paper is devoted to the simulation of the particular marginal distributions either assuming Geometric Brownian Motion or Variance Gamma process. There is also described the dependency among particular process within Gaussian copula in the paper.



Tab. č. 8: Nakalibrované parametry jednotlivých VG procesů

parametry	$\Theta$	$\sigma$	$\nu$
portfolio	-0,020	0,029	0,398
čez	0,000	0,036	0,550
lucoil	-0,009	0,044	0,465
gazprom	-0,010	0,045	0,808
orszagos	0,006	0,069	1,207
mobile tel.	-0,037	0,053	0,093
vimpel	-0,008	0,061	1,558
eur/czk	-0,001	0,008	0,377
eur/usd	0,008	0,010	0,234

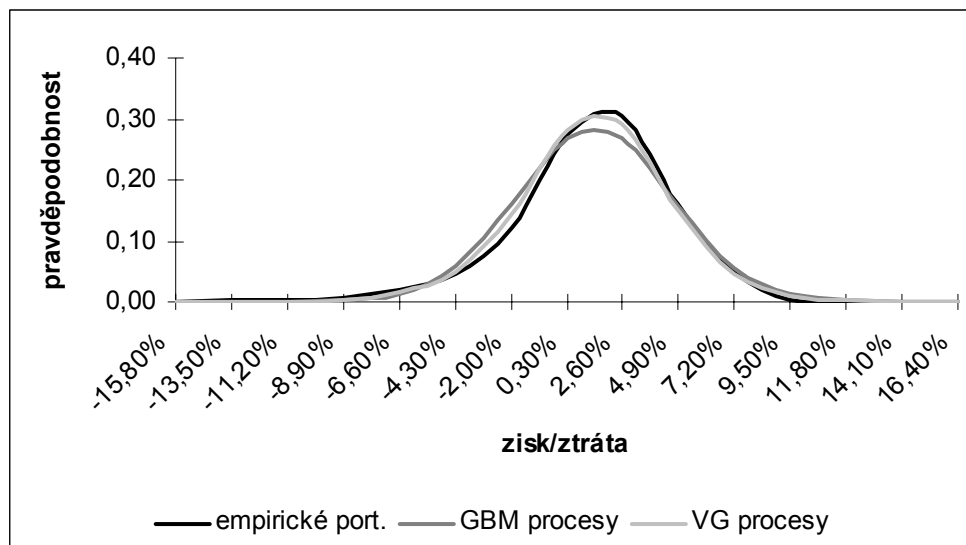
Tab.č. 9: Korelační matice mezi procesy simulovanými pomocí GBM a spojenými pomocí Gaussovy kopule

	čez	lucoil	gazprom	orszagos	mobile	vimpel
čez	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
lucoil	0,32	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
gazprom	0,18	0,71	1,00	0,00	0,00	0,00
orszagos	0,05	0,28	0,27	1,00	0,00	0,00
mobile	0,29	0,27	0,27	0,09	1,00	0,00
vimpel	0,10	0,30	0,35	0,19	0,19	1,00

Tab. č. 10: Korelační matice mezi procesy simulovanými pomocí VG procesu a spojenými pomocí Gaussovy kopule

	čez	lucoil	gazprom	orszagos	mobile	vimpel
čez	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
lucoil	0,31	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
gazprom	0,18	0,70	1,00	0,00	0,00	0,00
orszagos	0,05	0,27	0,26	1,00	0,00	0,00
mobile	0,29	0,27	0,27	0,09	1,00	0,00
vimpel	0,09	0,29	0,33	0,18	0,18	1,00

Obr. č. 2: Praviděpodobnostní rozložení empirického portfolia, portfolia s marginálními funkcemi dle GBM spojenými pomocí gaussovy kopule a portfolia s marginálními funkcemi dle VG procesu spojenými pomocí Gaussovy kopule



Obr. č. 3: Praviděpodobnostní rozložení těžkých konců empirického portfolia, portfolia s marginálním funkcemi dle GBM spojenými pomocí gaussovy kopule a portfolia marginálním funkcemi dle VG procesu spojenými pomocí Gaussovy kopule

